

# 一种信噪比估计方法及其应用

野晓东, 马林华, 王卫民, 杨学兵

(空军工程大学工程学院航空电子工程系, 西安 710038)

**摘要:** 针对跳频抗干扰通信中不同跳频点上信噪比可能不一致的问题, 根据巴克码自相关函数值的大小设计一种可以准确估计信噪比的方法。结合低密度奇偶校验码进行信道编码纠错, 提高了信道译码性能。当某些跳频点受强噪声干扰时, 直接进行纠错处理, 提高系统抗干扰能力。

**关键词:** 跳频通信; 低密度奇偶校验码; 信噪比估计; 巴克码

## SNR Estimate Method and Its Application

YE Xiao-dong, MA Lin-hua, WANG Wei-min, YANG Xue-bing

(Dept. of Aeronautical Electronics Engineering, College of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038)

**【Abstract】** Aiming at the problem that different frequency hopping points may have different SNR values in frequency hopping anti-jamming communication, this paper designs a method for SNR accurate estimate according to the self-correlation function value of Barker codes. The channel decoding performance is improved with channel encoding error-correcting by using Low Density Parity-check Codes(LDPC) codes. When some frequency hopping points encounter bad noise, erasure-correct processing is done directly, and the anti-jamming performance of system is improved.

**【Key words】** frequency hopping communication; Low Density Parity-check Codes(LDPC); SNR estimate; Barker code

由香农的信道容量公式可知, 在高斯信道、1/2 码率条件下, 最大纠错比例远大于最大纠错比例。根据该思想, 本文利用巴克码设计一种估计信噪比的方法, 结合高性能低密度奇偶校验码(Low Density Parity-check Codes, LDPC)<sup>[1-2]</sup>, 对跳频通信采取 2 种译码方式: 按常规纠错方式处理, 按纠错方式处理。

### 1 巴克码在高斯信道下的分析

巴克码是一种非周期序列, 一个  $n$  位的巴克码组为  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , 其中,  $x_i$  取值为 +1 或 -1, 其局部自相关函数为

$$R(j) = \sum_{i=1}^{n-j} x_i x_{i+j} = \begin{cases} n & j=0 \\ 0 \text{ or } \pm 1 & 0 < j < n \\ 0 & j=n \end{cases} \quad (1)$$

本文取 13 位巴克码  $\{-1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, -1\}$  进行研究, 下文若不作特别说明, 则均指 13 位巴克码。由式(1)可得  $R(0)=13$ , 依次求得  $j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$  时的  $R(j)$  值分别为 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 0, 1。

**定理** 巴克码通过高斯信道后, 其自相关函数  $R(j)$  服从高斯分布。

**证明** 设  $j=0$ , 则理想的自相关函数  $R(0) = \sum_{i=1}^{13} x_i^2 = (-1) \times (-1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) + (-1) \times (-1) + (-1) \times (-1) + (1 \times 1) + (-1) \times (-1) + (1 \times 1) + (-1) \times (-1) = 1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1=13$ 。信道模型为二元平稳无记忆 AWGN 信道, 假设采用 BPSK 调制方式, 噪声服从  $N(0, \sigma_n^2)$ 。当巴克码通过高斯信道后, 巴克码的各位数值都服从  $N(-1, \sigma_n^2)$  或  $N(1, \sigma_n^2)$ 。记各位数值分别为  $X_1, X_2, \dots, X_{13}$ , 则  $X_1 \sim N(-1, \sigma_n^2)$ ,  $X_2 \sim N(-1, \sigma_n^2), \dots, X_{12} \sim N(1, \sigma_n^2), X_{13} \sim N(-1, \sigma_n^2)$ 。由式(1)

可得

$$R(0) = (-1) \times X_1 + (-1) \times X_2 + \dots + 1 \times X_{12} + (-1) \times X_{13} \quad (2)$$

因为  $X_1, X_2, \dots, X_{13}$  相互独立, 所以由概率论知识可知

$R(0)$  服从高斯分布, 其均值为

$$E(R(0)) = E((-1) \times X_1 + (-1) \times X_2 + \dots + 1 \times X_{12} + (-1) \times X_{13}) = -E(X_1) - E(X_2) + \dots + E(X_{12}) - E(X_{13}) = 1+1+\dots+1+1=13$$

其方差为

$$D(R(0)) = D((-1) \times X_1 + (-1) \times X_2 + \dots + 1 \times X_{12} + (-1) \times X_{13}) = (-1)^2 D(X_1) + (-1)^2 D(X_2) + \dots + 1^2 D(X_{12}) + (-1)^2 D(X_{13}) = \sigma_n^2 + \sigma_n^2 + \dots + \sigma_n^2 + \sigma_n^2 = 13\sigma_n^2$$

即  $R(0) \sim N(13, 13\sigma_n^2)$ , 同理可得

$$R(j) \sim \begin{cases} N(13, 13\sigma_n^2) & j=0 \\ N(0, (13-j)\sigma_n^2) & j=1, 3, 5, 7, 9, 11 \\ N(1, (13-j)\sigma_n^2) & j=2, 4, 6, 8, 10, 12 \end{cases} \quad (3)$$

### 2 信噪比估计方法设计

由上述定理可知, 巴克码通过高斯信道后, 其自相关函数  $R(j)$  服从高斯分布。经理论分析和仿真验证, 发现  $R(j)$  值的分布规律和信噪比有一定关系, 可以根据  $R(j)$  的值进行信噪比估计, 此信噪比估计方法称为巴克码估计法。

令  $R(0) \sim R(12)$  服从的高斯分布的方差分别为  $\sigma_0^2 \sim \sigma_{12}^2$ 。

**作者简介:** 野晓东(1982 -), 男, 硕士研究生, 主研方向: 抗干扰通信; 马林华, 教授、博士; 王卫民, 博士研究生; 杨学兵, 硕士生

**收稿日期:** 2009-03-10 **E-mail:** student\_yxd@163.com

在LDPC码和积译码算法中,设  $SNR|_{\frac{E_s}{N_0}} = SNR$  dB,码率  $R = \frac{1}{2}$ 。

因为  $E_b = \frac{E_s}{R}$ , 所以由

$$SNR|_{\frac{E_s}{N_0}} = 10\lg\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = 10\lg\left(\frac{E_s}{N_0 R}\right) \quad (4)$$

可得  $N_0 = \frac{E_s}{R} 10^{-\frac{SNR}{10}}$ , 通常取  $E_s = 1$ , 则有

$$N_0 = 10^{-\frac{SNR}{10}} \frac{1}{R} \quad (5)$$

因为

$$\sigma_n^2 = \frac{N_0}{2} \quad (6)$$

所以由式(3)可得

$$\sigma_j = \sqrt{13-j} \sqrt{10^{-\frac{SNR}{10}}} \quad j = 0, 1, \dots, 12 \quad (7)$$

设  $SNR=0$ , 则有

$$\sigma_j = \sqrt{13-j} \quad j = 0, 1, \dots, 12$$

可得  $R(j)$  的概率密度曲线如图 1 所示。由图 1 可以看出,  $R(0)$  在均值 13 附近呈现高斯分布, 其值大多落在 [1, 25] 范围内。  $R(1) \sim R(12)$  以 0 或 1 为均值服从高斯分布, 且多数在 [-12, 12] 内。

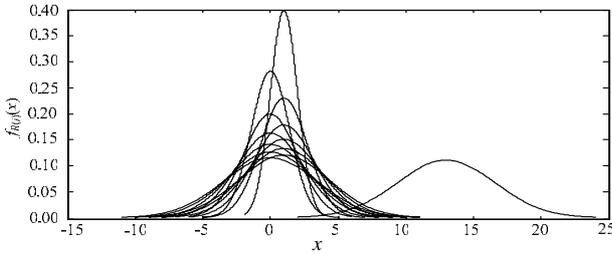
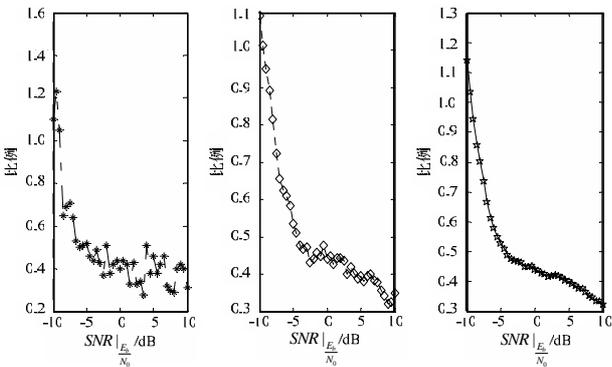


图 1  $R(j)$  的概率密度曲线

可以在 13 附近设定一个门限值, 统计一定量的巴克码。当它们通过高斯信道后, 其自相关函数  $R(j)$  超过门限值的个数占总的巴克码个数的比例应该和信噪比有一定关系。为了使门限值设置得较合理, 设  $SNR|_{\frac{E_s}{N_0}} = SNR = -2$  dB, 则有

$$\sigma_j = \sqrt{13-j} \sqrt{10^{-\frac{-2}{10}}} \quad j = 0, 1, \dots, 12 \quad (8)$$

由“ $3\sigma$  规则”可以计算得到  $R(0)$  的取值范围主要为 [-0.617 1, 26.617 1], 同理可以计算出  $R(1) \sim R(12)$  中边界值最大的是  $R(2)$ , 其取值范围为 [-11.525 9, 13.525 9]。因此, 取门限值  $threshold=13.53$ 。分别统计 100 个、1 000 个、10 000 个巴克码中, 超过门限值个数占整个统计总数的比例, 称为  $R(j)$  的幅度比例, 结果如图 2 所示。



(a)100 个巴克码 (b)1 000 个巴克码 (c)10 000 个巴克码

图 2  $R(j)$  的幅度比例

由图 2 可以看出, 随着统计个数的增加, 曲线越来越光滑。当信噪比很低时,  $R(1) \sim R(12)$  中的一些值会超过门限值, 导致比值大于 1。可以根据巴克码的自相关函数  $R(j)$  进行信噪比估计。

因为  $R(0) \sim N(13, \sigma_0^2)$ , 所以  $Z = \frac{R(0)-13}{\sigma_0} \sim N(0, 1)$ , 当  $threshold=13.53$  时, 可得

$$P\{R(0) > 13.53\} = P\left\{Z > \frac{13.53-13}{\sigma_0}\right\} = 1 - \Phi\left(\frac{13.53-13}{\sigma_0}\right) \quad (9)$$

根据不同信噪比可以得到不同的  $\sigma_0$ , 通过查找标准正态分布表, 可以得到不同信噪比下  $R(0)$  的分布函数值。图 3 比较了当巴克码统计个数为 10 000 且  $threshold=13.53$  时的仿真试验值与理论值。

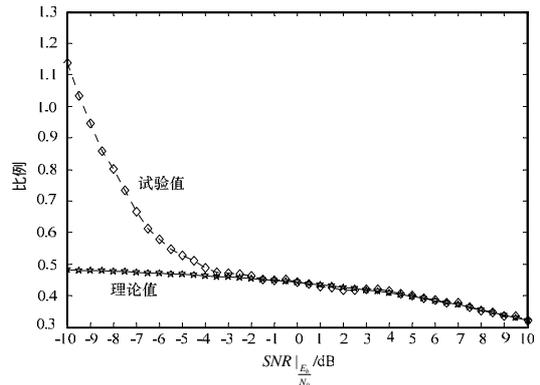


图 3 仿真试验值与理论值的比较

由图 3 可知, 当信噪比为 -2 dB~10 dB 时, 试验值与理论值几乎重合; 当信噪比为 -4 dB~-2 dB 时, 试验值与理论值存在一定差距; 当信噪比小于 -4 dB 时, 试验值与理论值差距较大。

门限值在信噪比为 -2 dB 时根据“ $3\sigma$  规则”计算得到, 因此, 当信噪比大于 -2 dB 时, 试验值与理论值相符。而当信噪比小于 -2 dB 时, 由于噪声的干扰,  $R(1) \sim R(12)$  中的一些值会超过门限值。因此, 随着信噪比的减小, 试验值曲线会上升。干扰越严重, 曲线上升速度越快。

综上所述, 巴克码估计法的设计规则如下: (1) 门限值应根据实际需求而定。选取的信噪比越小, 则计算出的门限值越大, 可以准确估计的信噪比范围越大。(2) 统计巴克码的个数越多, 则估计出的信噪比越准确, 所需的估计时间越长。应权衡时间和精度, 确定一个合适的统计个数。(3) 门限值最好大于 13。若门限值小于 13, 则  $R(j)$  的幅度比例会以某一信噪比下的比例值为最低点, 呈现“V”字形分布, 不能准确估计信噪比。(4) 为节省时间, 使用查表法进行信噪比估计。每个特定的  $R(j)$  幅度比例对应一个特定的信噪比。表的长度可以自行设定, 长度越长估计出的信噪比越精确。

### 3 巴克码估计法在跳频通信中的应用

LDPC 是一种基于图论的高性能编译码方法<sup>[3]</sup>, 具有逼近香农限的优良性质<sup>[4]</sup>。本文利用巴克码估计法, 将 LDPC 码的和译码算法应用在跳频通信中, 其基本思想是将码率  $R = 1/2$ , 码长  $N=1 024$ , 度序列分布为

$$\begin{cases} \lambda(x) = 0.276 84x + 0.283 42x^2 + 0.439 74x^8 \\ \rho(x) = 0.015 68x^5 + 0.852 44x^6 + 0.131 88x^7 \end{cases} \quad (10)$$

的非规则 LDPC 码分成 20 跳, 每跳前端都插入一个 13 位的巴克码用以估计信噪比的大小, 接收端按每跳估计出的信噪

比分别计算初始消息，并进行迭代译码。

设巴克码的统计个数为 10 000，门限值  $threshold=13.53$ ，用于信噪比估计的表范围为[-4.5 dB, 10 dB]，步长为 0.5 dB，表中数据由理论值和试验值综合得到。-4.5 dB 对应的比例为 0.510 2，10 dB 对应的比例为 0.321 0。概率测度下的和积译码算法的最大迭代次数为 50。

本文先将  $R(j)$  幅度比例大于 0.510 2 的跳频点，即信噪比小于 -4.5 dB 的跳频点判定为受到强噪声干扰，将它们对应的初始消息的置信度置为 0.5，即判定其为 0 或 1 的概率相等，相当于对它们作删删处理，然后进行迭代译码。

对以下 5 种情况分别进行仿真：(1)只受高斯噪声干扰；(2)35%的跳频点受信噪比为 0 dB 的人为干扰，不用巴克码估计法；(3)35%的跳频点受信噪比为 0 dB 的人为干扰，用巴克码估计法；(4)35%的跳频点受信噪比为 -15 dB 的强噪声干扰，不用巴克码估计法；(5)35%的跳频点受信噪比为 -15 dB 的强噪声干扰，用巴克码估计法作删删处理。图 4 描述了上述 5 种情况下的译码性能。

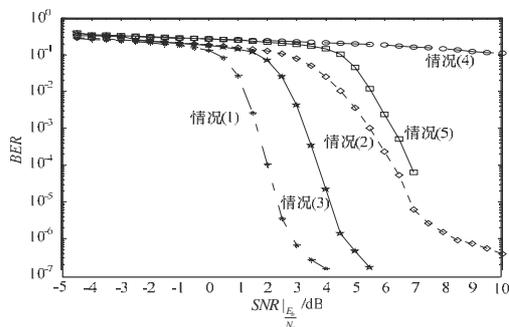


图 4 5 种情况下的译码性能

由图 4 可以看出，只受高斯噪声干扰时，巴克码估计法的译码性能最好。当信噪比为 2.5 dB 时，误码率可达  $10^{-6}$  数量级。35%的跳频点受信噪比为 0 的人为干扰，用巴克码估计法且当信噪比为 4.5 dB 时，误码率能达到  $10^{-6}$  数量级。此时若不用巴克码估计法，则译码性能将下降 3 dB~4 dB。35%的跳频点受信噪比为 -15 dB 的强噪声干扰，用巴克码估计法作删删处理且当信噪比为 7 dB 时，误码率能达到  $10^{-5}$  数量级，当信噪比为 6 dB 时，误码率达到  $10^{-3}$  数量级，基本保证了语音通信的要求。此时若不用巴克码估计法，则无法正常通信。

#### 4 结束语

仿真结果表明，将本文方法应用在跳频通信中可以显著提高系统的抗干扰能力。笔者将进一步研究该方法在其他复杂信道中的应用。

#### 参考文献

- [1] Gallager R G. Low Density Parity-check Codes[M]. Cambridge, UK: MIT Press, 1963.
- [2] MacKay D J C, Neal R M. Near Shannon Limit Performance of Low-density Parity Check Codes[J]. IEE Electronics Letter, 1996, 32(18): 1645-1646.
- [3] David J, MacKay C. Good Error-correcting Codes Based on Very Sparse Matrices[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(2): 399-431.
- [4] Chung Sae-Young, Forney G D, Richardson J T J, et al. On the Design of Low-density Parity-check Codes Within 0.004 5 dB of the Shannon Limit[J]. IEEE Comm. Letters, 2001, 5(2): 58-60.

编辑 陈 晖

(上接第 101 页)

#### 4.3 LS 信道估计下不同插值算法对系统性能的影响

从图 7 可以看出，在 LS 估计准则下，基于前导码的信道估计性能高于基于导频的信道估计。在基于导频的插值算法中，Pilot-spline 算法在信噪比较大( $SNR>10$  dB)时性能最好，Pilot-gauss 其次，Pilot-linear 最差。如果不对接收到的信号进行信道估计并加以补偿，那么系统性能将恶化。

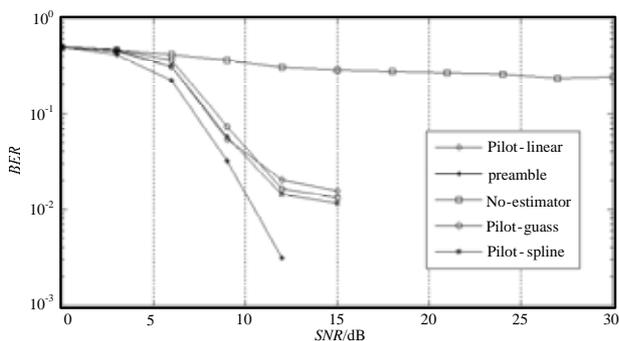


图 7 CP 长度为 1/16、SUI-3 信道下不同插值算法取得的系统性能

#### 5 结束语

本文运用 Simulink 对基于 IEEE 802.16d 的 WiMAX 物理层进行性能仿真。低速率编码和低阶映射方式性能较好，但其速率不高。因此，在实际中常采用 AMC 来实现 BER 和数据速率之间的平衡。在相同调制编码方式下，改变 CP 长度也能达到上述目的。在 LS 信道估计下，基于前导码的信道

估计性能优于基于导频辅助的信道估计。当 SNR 较大时，Spine 插值算法性能优于其他算法。如果进一步使用 MIMO, AMC 等技术，可以更准确地反映系统性能。

#### 参考文献

- [1] Alim O A, Elboghdady N, Ashour M M, et al. Simulation of Channel Estimation and Equalization for WiMAX PHY Layer in Simulink[C]//Proc. of Conf. on Computer Engineering & Systems. Miami Beach, Florida, USA: [s. n.], 2007: 274-279.
- [2] 李武强, 刘乃安. IEEE 802.16d WMAN 物理层仿真及性能分析[J]. 计算机工程, 2007, 33(4): 76-78.
- [3] Ari K V S, Smith M S. IEEE 802.16a-03/01 Channel Models for Fixed Wireless Applications[S]. 2003.
- [4] Hsieh M H, Wei Che-Ho. Channel Estimation for OFDM Systems Based on Comb-type Pilot Arrangement in Frequency Selective Fading Channels[J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 1998, 44(1): 217-225.
- [5] IEEE WG. IEEE 802.16-REVd/D5-2004 IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks—Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems[S]. 2004.
- [6] 张 帆. WiMAX 中抗多径衰落问题的研究[D]. 南京: 东南大学, 2006.

编辑 陈 晖