

# 基于指标的多目标进化算法研究

张景成, 戴光明

(中国地质大学计算机学院, 武汉 430074)

**摘 要:** 基于指标的进化算法(IBE)是一个出色的多目标优化算法。IBE 具有良好的收敛性, 但在保持解的多样性方面对于某些问题却表现较差。对 IBE 进行研究, 分析其适应度分配原理, 针对其缺点进行改进, 并将 IBE 与其他 2 个算法进行了测试比较。测试结果表明改进后的 IBE 在保持了原算法优点的情况下使其在解的多样性方面有了较大改观。

**关键词:** 多目标优化; 进化算法; 性能指标

## Research on Indicator-based Multi-objective Evolutionary Algorithm

ZHANG Jing-cheng, DAI Guang-ming

(School of Computer, China University of Geosciences, Wuhan 430074)

**【Abstract】** Indicator Based Evolutionary Algorithm(IBE) is an excellent multi-objective optimism algorithm. IBE has outstanding performance for convergence, but it has poor performance for maintaining diversity on some test problems. This paper studies the fitness assignment strategy of IBE and improves it for its inferiors. Test and comparison indicate that the improved IBE maintains the advantage of the original IBE and shows better performance for maintaining diversity than original IBE.

**【Key words】** multi-objective optimism; evolutionary algorithm; quality indicator

近十几年来, 进化算法已成为解决多目标优化问题的理想方法。IBE<sup>[1]</sup>是由 Zitzler 和 Künzli 于 2004 年提出的一种比较新颖的多目标进化算法, IBE 分配适应度的方法独特且计算简单, 不使用传统的多样性保护技术, 算法收敛性好且适合求解目标维数较高的问题<sup>[2]</sup>, 该算法具备比较突出的优点, 但也存在尚待解决的缺点, 它在保持解的多样性方面对于某些问题表现较差。本文将对 IBE 的选择策略进行研究, 并针对其缺点提出改进方法。

### 1 多目标优化算法的性能指标

性能指标是一种函数, 该函数可利用一些偏好信息为众多近似解集中的任何一个近似解集分配一个实数, 这样就可以根据每个近似解集所对应的实数来判断任何 2 个近似解集的相对优劣。下面是关于性能指标的几个定义。

#### 定义 1 一元性能指标

可以为目标空间中的每一个近似解集  $Z (Z \in \Omega, \Omega$  表示目标空间中的所有 Pareto 近似解集) 分配一个实数的函数  $I: \Omega \rightarrow R$  被称为一元性能指标。

#### 定义 2 二元性能指标

可以为目标空间中的任何一对近似解集  $(Z_1, Z_2)$   $(Z_1, Z_2) \in \Omega \times \Omega, \Omega$  表示目标空间中的所有 Pareto 近似解集) 分配一个实数的函数  $I: \Omega \times \Omega \rightarrow R$  被称为二元性能指标。

#### 定义 3 服从 Pareto 规则的指标

对于一个一元性能指标  $I: \Omega \rightarrow R$ , 如果对于目标空间中的每一对近似解集  $Z_1$  和  $Z_2$  有:  $Z_1 \succeq Z_2 \Leftrightarrow I(Z_1) \geq I(Z_2)$  (假设较大的指标值代表较好的性能, 否则  $Z_1 \succeq Z_2 \Leftrightarrow I(Z_1) \leq I(Z_2)$ ), 则称该一元性能指标是服从 Pareto 规则的。

服从 Pareto 规则的指标反映出的偏好与被优化问题的偏好是一致的, 文献中提到的指标中只有少数几个指标是服从

Pareto 规则的。二元 Additive epsilon 指标  $I_{\epsilon+}$  和二元 Hypervolume 指标  $I_{HD}$  是 2 种服从 Pareto 规则的多元性能指标, 其详细介绍请参阅文献[1,3]。

### 2 基于指标的适应度分配策略

二元性能指标可直接用于适应度计算, 但是有一个前提条件, 那就是所用的指标必须是服从 Pareto 规则的。本文所研究的 IBE 将分为 2 种: 一种是与二元 Additive epsilon 指标  $I_{\epsilon+}$  相结合的 IBE <sub>$\epsilon+$</sub> ; 另一种是与二元 Hypervolume 指标  $I_{HD}$  相结合的 IBE <sub>$HD$</sub> 。

适应度分配就是根据种群中的个体在求优化目标的过程中的利用价值为它们划分等级, IBE 利用性能指标计算个体适应度的公式为

$$F(x^i) = \sum_{x^j \in P \setminus \{x^i\}} -e^{-I(\{x^i\}, \{x^j\})/(ck)}$$

其中,  $k$  是一个大于 0 的比例缩放因子, 实验结果表明  $k=0.05$  时算法能取得较好的结果;  $c$  是所有指标的绝对值中的最大值。

### 3 算法流程

本文的 IBE 设置 3 个群体:  $P$ ,  $Q$  和  $R$ , 如图 1 所示。需要指出的是原 IBE 的环境选择过程是在大小可变的单个群体上进行的, 本文在不改变其性能的情况下, 使 IBE 的环境选择过程使用 2 个大小固定的群体  $P$  和  $R$ 。群体  $P$  为一个外部档案用来存储适应度较高的个体, 在初始化阶段,  $Q$

**基金项目:** 湖北省自然科学基金资助项目(2003ABA045)

**作者简介:** 张景成(1980—), 男, 硕士, 主研方向: 演化计算; 戴光明, 教授、博士、博士生导师

**收稿日期:** 2009-07-15 **E-mail:** diaoligui@yahoo.com.cn

被用来存放初始种群,而在之后的算法执行过程中  $Q$  被用来当作交配池使用。群体  $R$  的规模为  $P$  和  $Q$  的规模之和。IBEA 的算法过程是:

(1)首先初始化群体  $Q$ , 将其作为初始种群, 设置一个空的群体  $P$ ; 设置保存进化代数的变量  $gen=0$ 。

(2)合并  $P$  和  $Q$  中的个体到  $R$  中, 并对  $R$  中的个体进行基于指标的适应度分配。

(3)执行环境选择操作, 环境选择过程不断反复执行下面 2 个步骤: 1)从  $R$  中选出适应度值最小的个体并删除; 2)更新剩余个体的适应度, 反复执行以上 2 个步骤直到  $R$  中的剩余个体数目等于  $P$  的规模, 再将  $R$  中的剩余个体放入  $P$  中。

(4)判断是否  $gen \geq N$  ( $N$  为最大进化代数)或者满足其他终止条件, 是则停止进化并输出  $P$  中的非劣解, 否则继续执行。

(5)利用锦标赛选择法从  $P$  中选择个体并将其复制到  $Q$  中, 此时将  $Q$  作为交配池使用。

(6)对  $Q$  中的个体执行交叉变异操作产生子代个体, 同时用新一代个体替换  $Q$  中的父代个体; 使进化代数加 1 ( $gen=gen+1$ ), 转步骤(2)。

IBEA 的种群设置和执行过程如图 1 所示。

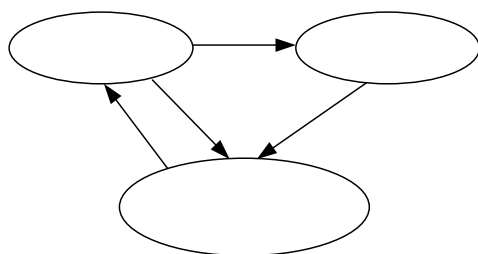


图 1 IBEA 的种群设置和执行过程

#### 4 存在的问题及其改进

通常将进化算法用于多目标优化必须考虑 2 个关键问题: (1)算法的收敛性, 即算法能否快速地向 Pareto 最优解集逼近; (2)保持非劣解集的多样性, 即算法能否获得均匀分布且范围最广的非劣解。对于许多测试问题, IBEA 在收敛性方面的表现都比较出色, 然而在解的多样性方面的表现却不是很好, 尤其是对于非连续性问题。下面以非连续性问题为例说明 IBEA<sub>ca</sub> 分配适应度的过程, 如图 2 所示。

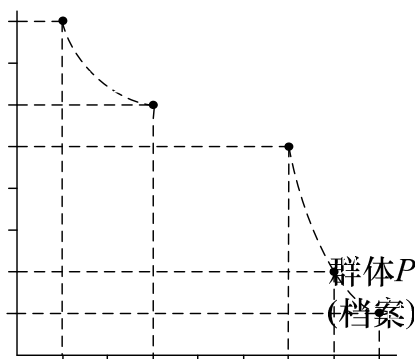


图 2 具有非连续性 Pareto 前沿的例子

假设所求问题的 Pareto 前沿是非连续的(如图 2 中实线所示),  $A, B, C, D, E$  都是 Pareto 前沿上的点, 仅以此 5 个点为例, 利用 IBEA 对它们进行适应度分配, 计算出的各点的适

应度分别为

Fitness(A)=-0.003 299  
Fitness(B)=-0.003 499  
Fitness(C)=-0.118 353  
Fitness(D)=-0.057 632  
Fitness(E)=-0.057 444

从以上适应度的分配结果可以看出,  $D, E$  的适应度小于  $A, B$  的适应度(此处假设适应度值越大, 表明个体越优), 这是由于  $D, E$  之间的拥挤距离较小的缘故, 可见对于同一级别的个体, IBEA 使密度较大的个体的适应度小于密度较小的个体的适应度, 而不用计算个体间的拥挤距离, 这是 IBEA 区别于其他传统多目标进化算法的一个重要特点。同时还可以看出, 虽然  $C$  与  $A, B, D, E$  同样是属于 Pareto 前沿上的点, 且  $C$  与其相邻个体间的距离也不小, 但用 IBEA 计算出的  $C$  的适应度要远小于  $A, B, D, E$  的适应度, 另外  $D, E$  与  $A, B$  之间的适应度差异也很大, 这是 IBEA 分配适应度不合理的地方, 也是其所得解的多样性较差的根本原因。

针对 IBEA 分配适应度的以上特征, 本文对其进行了改进, 具体方法是将每对个体的指标值的绝对值按大小比例限制在区间  $[0, 2]$  之间, 然后使用函数  $y = \sqrt{x}$  对指标值进行调整, 使较小的指标值得到一定程度的放大, 而较大的指标值得到一定程度的缩小, 这样在保持原种群中各个体的支配关系不变的情况下使得同一级别的个体间的适应度差异缩小, 对原始指标值进行调整所用公式为

$$\begin{cases} \minIndicator = \min_{x,y \in P} |I(x,y)| \\ \maxIndicator = \max_{x,y \in P} |I(x,y)| \\ I(x,y) = \sqrt{2 \times \frac{I(x,y) - \minIndicator}{\maxIndicator - \minIndicator}} & \text{如果 } I(x,y) \geq 0 \\ I(x,y) = -\sqrt{2 \times \frac{|I(x,y)| - \minIndicator}{\maxIndicator - \minIndicator}} & \text{如果 } I(x,y) < 0 \end{cases}$$

#### 5 测试与分析

##### 5.1 性能评价标准

本文使用  $r$  度量、 $\Delta$  度量<sup>[4]</sup>和运行时间度量来分析多目标算法的性能,  $r$  用于度量多目标优化算法的收敛性,  $r$  数值越小, 说明算法的收敛性越好。  $\Delta$  用于度量多目标优化算法获得的解的多样性,  $\Delta$  越接近于 0, 越表明该解集具有良好的均匀分布。

##### 5.2 测试比较 1

为了检验改进效果, 下面对 ZDT3 和 KUR 这 2 个非连续性问题进行测试, 并将改进后的 IBEA 的测试结果与原 IBEA 以及另外 2 个比较出色的多目标优化算法 NSGA-II<sup>[4]</sup>和 SPEA2<sup>[5]</sup>的测试结果进行了比较。ZDT3 和 KUR 的 Pareto 前沿都是由几个非连续的区域组成的, 其难度在于找到所有区域上的 Pareto 非劣解。各算法的参数设置如 1 表所示, 该轮选择个体建立数

表 1 算法参数设置

种群大小	进化代数	交叉算子	变异算子	交叉概率	变异概率	$\eta_c / \eta_m$
100	100	模拟二进制交叉	实数多项式变异	0.9	0.1	20/10

另外, IBEA 还使用其他 2 个参数: 比例缩放因子  $k$  和计算 Hypervolume 指标时确定参照点位置的参数  $\rho$ , 本文设置  $k=0.05, \rho=2$ 。表 2 为各算法针对 ZDT3 和 KUR 运行 10 次后得到的统计结果比较, 通过比较可以看出 IBEA 的收敛性明显优于 NSGA-II 和 SPEA2, 改进前后的 IBEA 在收敛性方面差别不大。在解的多样性方面, NSGA-II 和 SPEA2 优

群体  $R$

于改进前的 IBEA, 而改进后的 IBEA 比改进前的 IBEA 在解的多样性方面有了较大的提高。

表 2 各算法针对 ZDT3 和 KUR 运行 10 次后的统计结果比较

Method	ZDT3		KUR	
	$r$	$\Delta$	$r$	$\Delta$
NSGA-II	0.007 611	0.573 392	0.013 875	0.532 168
SPEA2	0.008 087	0.692 948	0.015 155	0.945 977
改进前 IBEA <sub>ε+</sub>	0.003 743	1.167 969	0.007 080	0.924 990
改进前	0.004 145	1.164 363	0.007 356	0.914 912
改进后 IBEA <sub>ε+</sub>	0.004 222	0.696 815	0.008 427	0.441 868
改进后	0.004 312	0.642 341	0.008 494	0.460 064

由于在保持解的多样性方面 IBEA<sub>ε+</sub> 和 IBEA<sub>HD</sub> 性能相当, 因此本文只给出了改进前后的 IBEA<sub>ε+</sub> 的对比结果。由图 3 可以看出改进后的 IBEA 在解的多样性方面比原 IBEA 有了较大的改善。

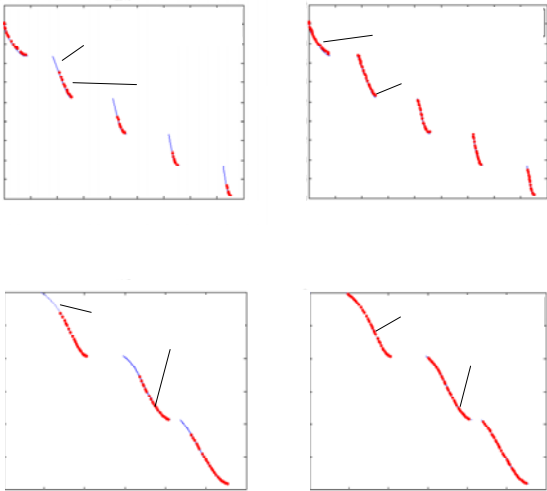


图 3 改进前后的 IBEA 分别针对 ZDT3, KUR 单次运行后所得结果

5.3 测试比较 2

利用 DTLZ 系列测试问题<sup>[6]</sup>中的 DTLZ1, DTLZ2 和 DTLZ7 对各算法进行测试比较, 令测试问题的目标数为 3, 其他参数按照文献<sup>[16]</sup>中的推荐进行设置。各算法的参数设置与表 1 中的设置相同。该轮测试算法运行次数设为 30。

表 3 测试结果统计比较

Method	0.6	$r$		
		DTLZ1	DTLZ2	DTLZ7
NSGA-II	0.4	1.969 728	0.024 501	0.013 615
SPEA2	0.2	1.371 567	0.028 578	0.010 513
改进前 IBEA <sub>ε+</sub>	0.0	0.035 882	0.011 008	0.007 303
改进前 IBEA <sub>HD</sub>	0.0	0.057 381	0.011 089	0.007 423
改进后 IBEA <sub>ε+</sub>	-0.2	0.024 742	0.010 371	0.007 927
改进后 IBEA <sub>HD</sub>	-0.4	0.074 044	0.010 173	0.007 801

从表 3 可以看出, 对于以上 3 个 DTLZ 测试问题, IBEA 的收敛性明显优于 NSGA-II 和 SPEA2, 改进后的 IBEA 和原 IBEA 表现出的收敛性差别微小。

为了检验本文提出改进策略对 IBEA 在保持解的多样性方面的改进效果, 改进后的 IBEA 分别针对 DTLZ1, DTLZ2 和 DTLZ7 进行了单独测试。将各算法的进化代数设为 300, 运行次数设为 1, 其他参数设置不变。

测试结果如图 4 所示。由于在保持解的多样性方面

IBEA<sub>ε+</sub> 和 IBEA<sub>HD</sub> 性能相当, 此处只给出改进前后的 IBEA<sub>ε+</sub> 的对比结果。

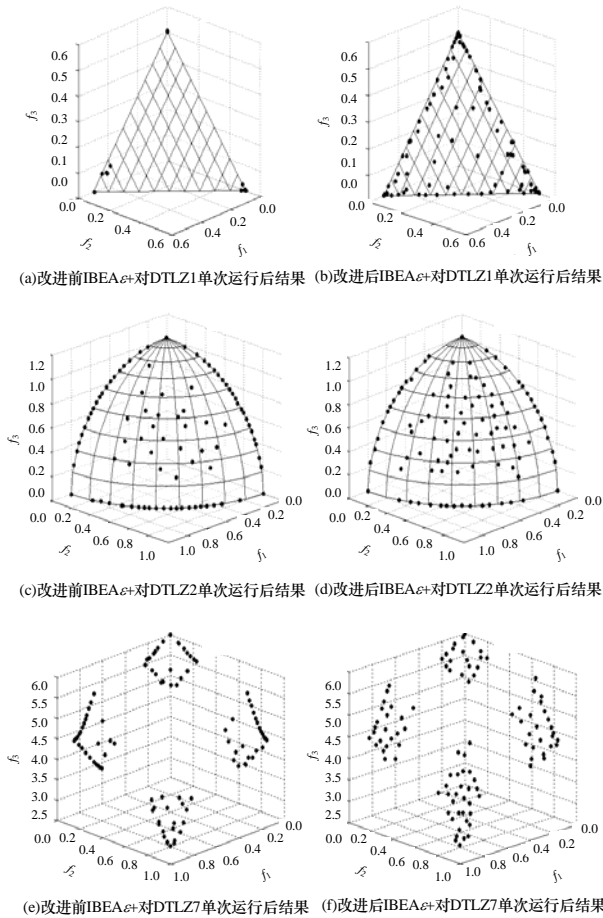


图 4 改进前后的 IBEA 分别针对 DTLZ1, DTLZ2, DTLZ7 单次运行后所得结果对比

从图 4(a)和图 4(b)可以看出, 对于 3 个目标的 DTLZ1, 在解的多样性方面, 原 IBEA 所得的最优个体不但少, 而且都集中在三角片面的 3 个角上。而改进后的 IBEA 获得的解的多样性比原 IBEA 获得的解的多样性有了很大的提高。

3 个目标的 DTLZ2 的 Pareto 前沿是球状的, 如图 4(c)和图 4(d)所示, 原 IBEA 所得的最优个体主要集中在 Pareto 前沿的边上, 而处于中间部分的最优个体比较少。改进后的 IBEA 得到的处于 Pareto 前沿中间部分的最优个体的数目明显增多。

3 个目标的 DTLZ7 的 Pareto 最优解集分布在 4 个非连续的区域, 如图 4(e)和图 4(f)所示, 原 IBEA 得到的最优个体在 Pareto 前沿上的分布很不均匀, 某些部分的最优个体相当稀少, 而改进后的 IBEA 得到的最优个体基本上能够比较均匀地分布在 Pareto 前沿的 4 个非连续的区域。

6 结束语

对于本文所测试的各个问题, IBEA 都表现出良好的收敛性, 同时 IBEA<sub>ε+</sub> 在运行速度方面的表现也非常出色。本文通过对 IBEA 进行改进使 IBEA 在解的多样性方面有了较大的提高, 但对于某些测试问题, 改进后的 IBEA 所得解的分布还不够均匀。IBEA 的基于指标的选择策略还有待进一步的研究和改进。

Pareto Front(下转第 193 页)