

基于平均单元格的三角网格曲面快速求交算法

蒋钱平, 唐杰, 袁春风

(南京大学计算机科学与技术系, 南京 210093)

摘要: 在地质建模中, 当待处理的曲面包含大量三角形时, 求交速度成为了瓶颈。该文提出基于平均单元格的三角网格曲面快速求交算法, 采用平均单元格技术对求交曲面进行预处理, 以加快相交元素对的获取。实验结果表明, 与同类求交算法相比, 该算法能够有效提升求交速度, 并已成功应用于某地质建模软件中。

关键词: 曲面求交; 三角网格曲面; 平均单元格; 地质建模

Fast Triangle Mesh Surface Intersection Algorithm Based on Uniform Grid

JIANG Qian-ping, TANG Jie, YUAN Chun-feng

(Department of Computer Science and Technology, Nanjing University, Nanjing 210093)

【Abstract】 When the surfaces to be dealt with in geological modeling contain large amounts of triangles, the intersection speed becomes a bottleneck. To solve this problem, this paper presents a fast triangle mesh intersection algorithm, which accelerates the access of intersection element pairs by using uniform grid for pretreatment. Experimental results show that, compared with other algorithms, this algorithm can effectively speed up the intersection process, and it is successfully applied to a certain geological modeling system.

【Key words】 surface intersection; triangle mesh; uniform grid; geological modeling

1 概述

曲面求交是计算机图形学中一个常见且非常重要的问题, 已经应用到很多领域中。在地质建模过程中, 计算断面、层位面之间的交线, 并通过交线分离出层位面片便是典型的曲面求交问题。三角网格在表示曲面方面具有如下优势: 数学描述简单, 通用性和灵活性好。但是, 在地质建模中, 由地震测网测到的原始数据通常很大, 重构后的三角网格模型会包含大量的三角片。此时, 曲面求交速度成了一个关键问题。

快速求交的基本思想是碰撞检测, 即快速得到 2 张曲面的相交元素对(边与三角形或三角形与三角形, 本文选取前一种), 然后对这些相交元素对进行求交, 求出所有交点后再进行交点排序和之后的一系列处理。一个很朴素的思想是对一张面的每条边, 在第 2 张面中遍历每个三角形, 测试其是否相交, 再用第 2 张面的边去测试第 1 张面的每个三角形。很明显, 对于小数据, 这种做法或许可行, 但对于地震测网数据, 其速度便不可容忍。

目前, 研究比较成熟的是基于包围盒的碰撞检测算法^[1-2]。常见的包围盒有平行于坐标轴的包围盒AABB(Axis-Aligned Bounding Box)、包围球(Spheres)、方向包围盒OBB(Oriented Bounding Box)、固定方向凸包包围盒FDH(Fixed Directions Hulls)以及一些改进的方法, 如OBBTree^[3]。这些算法各有优缺点, AABB和包围球的实现以及相交测试比较简单, 但其紧密性太差, 是一种比较保守的测试方法, 对速度的提升幅度较小。OBB, OBBTree的紧密性好, 运行速度快, 但其实现以及相交测试比较麻烦。为此, 本文提出采用平均单元格^[4]处理以上问题, 实验证明, 采用平均单元格的求交

速度与采用AABB的测试方法相比有了大幅度的提高, 与著名的RAPID^[3]算法相比, 效率几乎相同。

2 平均单元格

本文采用边与三角形作为相交元素对。一般情况下, 一条边只与少量的三角形相交, 并且大量的边与另一张面没有交点。因此, 对于任意一条边, 如果能够快速地判断与哪些三角形相交, 则可以显著提高效率, 文献[4]提出的平均单元格算法可以解决这个问题。

平均单元格算法提出后, 已经作为一项基础技术解决了计算几何中的许多问题。它采用空间划分和索引的思想, 将空间划分成一个个可以通过空间位置定位的小立方格, 每个立方格内维护一个类似于“桶”的结构。该技术一般用于预处理, 将待处理几何模型的元素按空间位置分配到相应的立方格, 相当于对该模型建立了空间索引, 后续操作便可利用这些索引快速定位, 加快操作速度。对三角网格曲面的求交可利用这一思想: 先将一张面上的所有三角形映射到对应的立方格中, 求交时, 对于第 2 张面的每一条边, 将该边所穿越的立方格中的三角形取出, 构成与这条边可能相交的三角形集合。算法显然是正确的: 一条边与一个三角形相交, 则它们必定出现在同一个立方格中。控制立方格的大小, 使得到的三角形数量不是很大, 从而大大减少无用的测试, 提

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60503058, 60533080); 江苏省高新技术研究(工业部分)基金资助项目(BG2007037)

作者简介: 蒋钱平(1982 -), 男, 硕士研究生, 主研方向: 计算机辅助几何设计; 唐杰, 副教授; 袁春风, 教授

收稿日期: 2007-12-10 **E-mail:** jiangqp@graphics.nju.edu.cn

升求交速度。

平均单元格的构造过程为：(1)确定曲面的外接包围盒；(2)根据三角片的数量和模型的形状将长方体包围盒划分为 $l \times m \times n$ 个小立方体单元格；(3)根据每个三角片的位置将三角片分配给若干个单元格，并将三角片的索引号追加到该单元格对应的存放三角片的向量中。分配三角片的依据是：若该三角片与一个单元格相交，则将该三角片分配给该单元格。另外，单元格的大小决定了每个单元格内三角片的数量，单元格过大导致每个单元格中三角片过多，单元格过小导致每个三角片被多个单元格共有，这些都会影响算法效率。本文通过多次实验得出，将单元格大小定为三角形平均边长的 1.2 倍效果较好；除去没有交点的边，每条边需要计算的三角形的平均数目在 6~10 之间。

3 求交算法

完整的求交过程应包括 3 个阶段：求出所有交点，交点排序，交线附近的网格重构。经大量实验发现，交线附近容易出现大量的狭长三角形，因此，本文将求交后的优化也作为一个重要的过程。

3.1 求交点

曲面求交最基本的工作是求出所有交点。为了利于下一步的交点排序，需要在这一步记录必要的拓扑信息。本文采用的相交元素对为边与三角形，这可以避免三角形与三角形相交产生的重复求交问题，且不会造成其他影响。具体步骤如下：

输入 2 张曲面 S_1, S_2 。

输出 交点集合，边界点集合。

Step1 计算 S_2 的包围盒 B ，并以 S_2 构造平均单元格 G 。

Step2 对 S_1 中的每一条边 e ：

(1)若 e 与 B 不相交，则转 Step2 取下一条边；

(2)若 e 与 B 相交，则计算 e 在 G 中穿越了哪些单元，取出这些单元记录的三角形索引号，得到三角形集合 tri_set ；

(3)对 tri_set 中的每个三角形 t ，计算 e 与 t 的交点 p ，根据 p 的特征记录相应的拓扑信息，并送到相应的输出集合。

需要记录的拓扑信息有每个交点所属的三角形、每个三角形包含的交点、每条边产生的交点、每条边与哪些三角形已求过交等。另外，如果求交边是边界边，则求出的点为边界点，须加入边界点集合中。

为此，本文采用了图 1 所示的数据结构，其中，IntersectPoint 为交点结构，记录点的 3 个坐标，bUsed 标记是否已访问，surface[2]记录是哪 2 张面进行求交，triangle[2]是 2 个集合，记录是这 2 张面中哪些三角形产生了这个交点；Triangle 为三角形结构，记录 3 个点的索引号，intersect_points 为一集合，记录该三角形产生了哪些交点；Edge 为边结构，记录该边的 2 个端点号以及该边所属的 2 个三角形(如果只属于一个三角形，则该边为边界边)，intersect_points 同样是一个集合，记录该边产生了哪些交点；Surface 为三角网格曲面，记录所有的点和三角形，并根据这些三角形产生所有边的信息，存放在 edges 中。

以上流程得到的是 S_1 的边与 S_2 的三角形求出的所有交点。具体处理时，对于 2 张曲面 S_1, S_2 ，先用 S_1 的边与 S_2 的三角形求交，再用 S_2 的边与 S_1 的三角形进行求交，便可求出所有交点。

这里会遇到若干种相交情况，如图 2 所示。

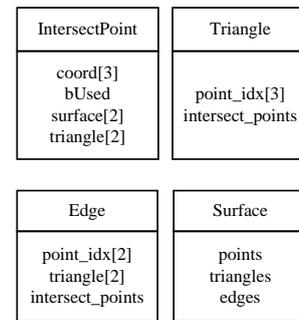


图 1 数据结构

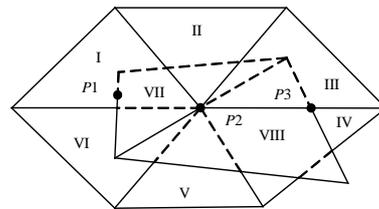


图 2 相交情况

从图 2 可以看到， P_1 是正常的边-三角形相交，不需要特殊处理， P_2 为边与顶点相交， P_3 为边与边相交。以下 2 种情况可以归结为 P_2 情况：(1)边的端点落在三角形面内；(2)边的端点与三角形顶点重合。一般的处理方法是：求出所有可能的交点，然后在一定精度范围内判定这些点有没有重合，进行相应的处理。本文的处理方法为：如果边 e 与三角形 t 的交点 p 在 t 的某边 e' 上，则与 t 共边 e' 的三角形 t' 不再参与与边 e 的求交，而直接记录相关的拓扑信息，同理，如果边 e 与三角形 t 的交点 p 在 t 的某个顶点 p 上，则与 t 共点 p 的所有邻接三角形不再参与与边 e 的求交，这样可以减少重复求交的开销，避免判别重复点可能遇到的精度问题，以及合并重复点带来的拓扑修改问题。对于交点是边的端点的情况，处理方法类似。

3.2 交点排序与交线分离

第 1 步得到的交点是散乱无序的，需要进行排序，并分离出多条曲线。此时，利用求交过程中记录的拓扑信息便可方便地进行交点排序。算法思想：利用边界点集合生成非闭合曲线，若求非闭合曲线，交点集合中还有剩余点，则利用这些点生成闭合曲线。带有拓扑信息的交点排序与交线分离算法的详细描述如下：

输入 交点集合，边界点集合。

输出 拓扑有序的若干条交线的集合。

Step1 所有交点设为未访问，交线集合设为空。

Step2 对边界点集合中的每个未访问点 p ，进行(1)~(3)，构造以 p 为起点的曲线 C ，标记 C 为非闭合曲线。

(1)设置 p 为已访问， C 中加入点 p 。

(2)取出点 p 记录的 2 张面上的三角形信息，根据这些三角形记录的交点信息查找下一个公共未访问交点 p' ，若能找到，则令 $p=p'$ ，转(1)，否则，转(3)。

(3)在交线集合中加入 C 。

Step3 对交点集合中的每个未访问点 p ，进行(1)~(3)，构造以 p 为起点的曲线 C ，标记 C 为闭合曲线。

根据此算法可以将散乱的点数据排序成若干条交线。如图 2 所示，假设找到的第 1 个边界点是 P_1 ，其所属的三角形 I 和三角形 VII 包含的公共点为 P_1, P_2 ，由于 P_1 已访问，因此 P_2 为所求的 P_1 的下一点，同理， P_2 所属的三角形(VII,

VIII)以及三角形(I, II, III, IV, V, VI)包含的公共点为 P_1, P_2, P_3 , 由于 P_1, P_2 已访问, 因此 P_3 为所求的 P_2 的下一点。实验证明, 使用前面的数据结构进行交点排序, 速度快, 并且能够保证排序的正确性。

3.3 重构

求交后, 交线附近的三角形中加入了新点, 需要对这些三角形进行剖分, 即网格重构。为保证剖分的效率与质量, 可以采用逐点插入法和带约束的 Delaunay 三角化 2 种方法。本文采用文献[5]的逐点插入法, 其实现简单, 且剖分结果可以满足求交需求。

3.4 优化

重构结束, 若对三角形形状无特别要求, 则求交过程基本完成。但事实上, 在交线附近存在大量的狭长三角形, 可以考虑对这些三角形进行优化, 使三角形形状更美观, 并且有利于后续处理。所以, 本文也考虑了交线优化这一步骤, 主要思想是合并距离近的交点, 同时修改相关的三角形信息, 类似于网格简化操作。

4 实验结果与分析

4.1 数据准备

本文实验采用的是地震测网测到的点云经重构后的层位面、断层面数据, 数据以三角网格形式存放, 只有点坐标和三角形的顶点索引, 无其他任何拓扑信息。

4.2 性能分析与评价

本文采用 C++ 实现了求交过程的全部算法。为进行比较, 分别采用平均单元格、AABB、OBBTree 作为相交测试, 其中, OBBTree 采用了著名的 RAPID 包。测试数据为 2 张层位面、3 张断层面以及 1 张地质边界面。实验分为 3 组, 第 1 组为层位面 1 与 3 张断层面, 第 2 组为层位面 2 与 3 张断层面, 第 3 组为地质边界面、2 张层位面和 1 张最大的断层面, 相交测试结果如表 1 所示。

表 1 4 种碰撞检测算法速度比较

实验	三角片数目	AABB/ms	OBBTree/ms	平均单元格/ms	
第 1 组	3 683	1 043	3 492.76	77.493	107.644
	3 683	1 459	8 610.66	91.218	130.168
	3 683	1 984	2 9376.20	92.184	177.192
第 2 组	3 844	1 043	3 740.32	78.098	110.240
	3 844	1 459	9 427.92	89.622	131.813
	3 844	1 984	30 825.50	93.773	179.855
第 3 组	10 208	3 683	362 812.70	186.449	412.283
	10 208	3 844	361 750.50	188.997	374.531
	10 208	1 984	72 201.20	148.688	279.762

由表 1 数据可以看出: 固定一张面, 当另一张面的三角片数目增多时, 测试时间也相应增加。同时, RAPID 的时间效率最高, 而采用一般的 AABB 包围盒时, 若三角片数目达到一定程度, 其测试时间是不可容忍的。采用平均单元格方法后, 时间效率稍逊于 RAPID, 花费不到其 2 倍, 但在求交时基本没有停顿感, 可以满足工程上的效率要求。求交结果如图 3、图 4 所示。

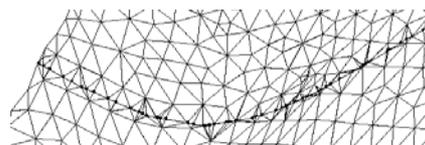


图 3 求交和重构

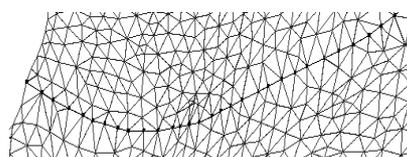


图 4 交线优化

5 应用

作为地质建模的一个重要过程, 曲面求交的质量关系到后续过程的进行。本文的求交算法在保证正确性的同时提升了速度, 并已成功应用到后续闭合体的构造中, 图 5 所示的是 5 张曲面(3 张层位面、1 张断层面、1 张地质边界面)经求交、裁减后进行闭合体构造的结果。

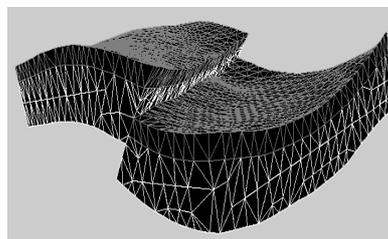


图 5 闭合体构造

6 结束语

曲面求交广泛应用于逆向工程、实体建模、地质建模、计算机图形学等领域。衡量一个求交算法优劣的参数有精度(accuracy)、鲁棒性(robustness)、速度(efficiency)。在工程应用中, 速度显得尤为重要。本文提出的三角网格曲面快速求交算法采用平均单元格进行预处理, 有效加快了求交元素对的获取, 提升了整个算法的效率。实验证明其实现简单, 且运行效率可以与优秀的 RAPID 相媲美。本算法已成功应用于自行开发的地质建模软件中。

参考文献

- [1] Huber E. Intersecting General Parametric Surfaces Using Bounding Volumes[C]//Proceedings of the 10th Canadian Conference on Computational Geometry. Montreal, Canada: [s. n.], 1998.
- [2] Figueiredo L H. Surface Intersection Using Affine Arithmetic[C]//Proceedings of Conference on Graphics Interface. Toronto, Ontario, Canada: [s. n.], 1996: 168-175.
- [3] Gottschalk S, Manocha D. OBBTree: A Hierarchical Structure for Rapid Interference Detection[C]//Proceedings of SIGGRAPH'96. New Orleans, Louisiana, USA: [s. n.], 1996: 171-180.
- [4] Akman V, Franklin W R, Kankanhalli M, et al. Geometric Computing and Uniform Grid Technique[J]. Computer-Aided Design, 1989, 21(7): 410-420.
- [5] Chew L P. Voronoi/Delaunay Applet[Z]. [2007-09-20]. <http://www.cs.cornell.edu/Info/People/chew/Delaunay.html>.