

修正指数曲线在电力负荷预测中的应用

王吉权

(东北农业大学工程学院, 哈尔滨 150030)

摘 要: 在现有文献研究的基础上, 对修正指数曲线预测法作了进一步研究, 给出了修正指数曲线参数估计的一种新方法。该方法将最优化方法与回归方法结合在一起, 利用最优化理论中的区间搜索和一维搜索得到一系列 c 值, 利用回归方法可求得与其相对应的一系列 a 和 b 的值, 当 c 取最优 c^* 时, a 和 b 便得到最优值 a^* 和 b^* 。经示例计算表明, 这种改进的预测方法具有较高的精度。

关键词: 电力系统; 负荷预测; 修正指数曲线

Application of Improved Exponential Curve in Electric Power Load Forecast

WANG Jiquan

(College of Engineering, Northeast Agricultural University, Harbin 150030)

【Abstract】 This paper makes further research on forecasting method of improved exponential curve on the basis of the present document, and presents one new method for estimating the parameters of improved exponential curve. This method combines best optimal method and regression method. By using area search and one dimension search of the optimal theory, a series of c can be got; and by using regression method, a series of “ a ” and “ b ” can be got. When c equals the best optimal c^* , a and b become the best optimal a^* and b^* . The sampling calculation shows that the improved forecasting method is highly precise.

【Key words】 Power system; Load forecast; Improved exponential curve

电力系统负荷预测一直是调度、运行、规划等部门的一项重要很重要的工作, 对电力系统可靠、安全、经济地运行具有重要作用^[1]。长期以来, 国内外学者对负荷预测问题进行了研究, 致力于探索各种新的计算方法, 并且及时地将数学上的最新进展应用到预测中去, 提出了很多种各具特点的预测方法, 使得预测水平迅速提高^[2]。由于改革开放的深入, 国民经济快速发展, 对电力需求呈逐年上升趋势, 这正与修正指数曲线的特点相吻合。

1 修正指数曲线参数估计的新方法

修正指数曲线的特点是曲线的增长较为明显, 呈指数规律变化。修正指数曲线函数的模型为

$$y(t) = a + be^{ct} \quad (1)$$

式中 a 、 b 、 c 是 3 个待定参数^[3]。

对于式(1), 若令

$$x(c, t) = e^{ct} \quad (2)$$

$$Q(\hat{a}, \hat{b}) = \sum_{t=1}^T [y(t) - (a + bx(c, t))]^2 \quad (3)$$

其中, \hat{a} 和 \hat{b} 分别为 a 与 b 的最小二乘估计值。

当 c 取某一给定值 c_1 时, 根据数学分析求极值的原理^[4], 分别求出 $Q(\hat{a}, \hat{b})$ 对 \hat{a} 和 \hat{b} 的偏导数, 并令它们的偏导数等于 0, 即

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial \hat{a}} = -2 \sum_{t=1}^T [y(t) - (\hat{a} + \hat{b}x(c_1, t))] = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \hat{b}} = -2 \sum_{t=1}^T x(c_1, t)[y(t) - (\hat{a} + \hat{b}x(c_1, t))] = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\hat{b} = \frac{\sum_{t=1}^T [(x(c_1, t) - \bar{x}(c_1, t))[y(t) - \bar{y}(t)]]}{\sum_{t=1}^T [x(c_1, t) - \bar{x}(c_1, t)]^2} \quad (5)$$

$$\hat{a} = \bar{y}(t) - \hat{b}\bar{x}(c_1, t) \quad (6)$$

其中,

$$\bar{y}(t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y(t) \quad (7)$$

$$\bar{x}(c_1, t) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x(c_1, t) \quad (8)$$

于是可求得与 c_1 对应的 a 和 b 的值 a_1 和 b_1 。

若令:

$$f(c) = \sum_{t=1}^T [y(t) - (a + be^{ct})]^2 \quad (9)$$

将 a_1 、 b_1 、 c_1 的值分别代入式(8), 可求得相应的 $f(c_1)$

值, 记为 f_1 。当 c 再取某一给定值 c_2 时, 记

$$c_2 = c_1 + h \quad (10)$$

式中, h 为某一给定的步长因子, 一般取 $h = 0.01$ ^[5]。

重复上述步骤可求得 a_2 、 b_2 和与 a_2 、 b_2 、 c_2 相对应的 $f(c_2)$ 值, 记为 f_2 。若 $f_2 < f_1$, 则再取:

基金项目: 黑龙江省教育厅基金资助项目(11512183)

作者简介: 王吉权(1970—), 男, 硕士、讲师, 主研方向: 地方电力系统自动化, 管理科学与工程

收稿日期: 2005-12-07 **E-mail:** wang_jiquan8037@sina.com

$$c_3 = c_2 + h = c_1 + 2h \quad (11)$$

重复前述步骤可求得 a_3 、 b_3 和与 a_3 、 b_3 、 c_3 相对应的 $f(c_3)$ 值, 记为 f_3 。若 $f_3 < f_2$, 则取:

$$h = 2h \quad (12)$$

$$c_1 = c_2 \quad f_1 = f_2 \quad (13)$$

$$c_2 = c_3 \quad f_2 = f_3 \quad (14)$$

$$c_3 = c_2 + h \quad (15)$$

再重复前述步骤, 直到 $f_2 < f_3$ 为止, 即满足:

$$f_1 > f_2 < f_3 \quad (16)$$

则可以断定, 最优的 c 值 c^* 一定在 c_1 和 c_3 之间^[5], 即

$$c^* \in [c_1, c_3] \quad (17)$$

若 $f_2 \geq f_1$, 则取:

$$h = -h \quad (18)$$

$$c_3 = c_2 \quad f_3 = f_2 \quad (19)$$

$$c_2 = c_1 \quad f_2 = f_1 \quad (20)$$

$$c_1 = c_2 + h \quad (21)$$

重复前述步骤, 直到求得的 f_1 、 f_2 、 f_3 值满足式(16)为止, 这时仍有式(17)成立。再取:

$$c_1^{(1)} = c_1 \quad c_3^{(1)} = c_3 \quad (22)$$

同时在区间 $[c_1, c_3]$ 内, 取 2 个 c 值 c_{11} 、 c_{12} , 且满足:

$$c_{11} = c_3 - \lambda(c_3 - c_1) \quad (23)$$

$$c_{12} = c_1 + \lambda(c_3 - c_1) \quad (24)$$

式中, λ 为比例因子 ($0 < \lambda < 1$)。重复前述步骤可求得 a_{11} 、 b_{11} 、 a_{12} 、 b_{12} 和与 a_{11} 、 b_{11} 、 c_{11} 、 a_{12} 、 b_{12} 、 c_{12} 相对应的 $f(c)$ 的值分别记为 $f(c_{11})$ 、 $f(c_{12})$, 并进行比较。

若 $f(c_{11}) < f(c_{12})$, 则 $c^* \in [c_1, c_{12}]$, 舍去区间 $[c_{12}, c_3]$; 若 $f(c_{11}) > f(c_{12})$, 则 $c^* \in [c_{11}, c_3]$, 舍去区间 $[c_1, c_{11}]$; 若 $f(c_{11}) = f(c_{12})$, 则 $c^* \in [c_{11}, c_{12}]$, 舍去两端。

用 $[c_1^{(2)}, c_3^{(2)}]$ 表示这个缩小了的 c^* 所在的区间, 此时

$$c_3^{(2)} - c_1^{(2)} = \lambda(c_3^{(1)} - c_1^{(1)}) \quad (25)$$

在区间 $[c_1^{(2)}, c_3^{(2)}]$ 内又按比例因子 λ , 取 2 点 c_{21} 、 c_{22} , 并通过比较函数值的方法再舍去一部分区间, 又可以把 c^* 所在的区间进一步缩小, 如此继续下去, 其一般公式为

$$c_{i1} = c_3^{(i)} - \lambda(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) \quad (26)$$

$$c_{i2} = c_1^{(i)} + \lambda(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) \quad i=1,2,\dots,m \quad (27)$$

故最后区间缩短为

$$c_3^{(m)} - c_1^{(m)} = \lambda^{(m-1)}(c_3^{(1)} - c_1^{(1)}) \quad (28)$$

用这种方法可以把区间缩小到任意程度, 直至缩小后的区间两点函数值之差小于等于某一预先给定的精度 ε_1 , 区间长度

小于等于某一预先给定的精度 ε_2 , 即

$$|f(c_3^{(m)}) - f(c_1^{(m)})| \leq \varepsilon_1 \quad (29)$$

$$|c_3^{(m)} - c_1^{(m)}| \leq \varepsilon_2 \quad (30)$$

则可结束计算。

若此时 $f(c_3^{(m)}) > f(c_1^{(m)})$, 则取 $c^* = c_1^{(m)}$, 否则取

$$c^* = c_3^{(m)}。$$

按上述序列消去区间方法, 每次都需要计算 2 次函数值, 为了提高效率, 希望每次只计算 1 个新点及其函数值, 由于 c_{i1} 、 c_{i2} 2 点在 $[c_1^{(i)}, c_3^{(i)}]$ 区间内是对称的, 因此只要合理确定比例因子 λ 值, 就可以达到这个目的, 希望将前一次计算的 3 个点留下, 再找一个新点, 例如当 $f(c_{i1}) > f(c_{i2})$ 时, 保留区间为 $[c_{i1}, c_3^{(i)}]$ 。为此, 应将 c_{i1} 取为 $c_1^{(i+1)}$, $c_3^{(i)}$ 取为新的 $c_3^{(i+1)}$, c_{i2} 取为 $c_{(i+1)1}$, 在新的区间 $[c_1^{(i+1)}, c_3^{(i+1)}]$ 中:

$$c_{(i+1)1} = c_3^{(i+1)} - \lambda(c_3^{(i+1)} - c_1^{(i+1)}) = c_3^{(i)} - \lambda^2(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) \quad (31)$$

$$c_{i2} = c_1^{(i)} + \lambda(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) \quad (32)$$

$$c_{i2} \text{ 取为 } c_{(i+1)1}, \text{ 即}$$

$$c_{(i+1)1} = c_{i2} \quad (33)$$

因此有

$$c_3^{(i)} - \lambda^2(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) = c_1^{(i)} + \lambda(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) \quad (34)$$

$$(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) - \lambda(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) - \lambda^2(c_3^{(i)} - c_1^{(i)}) = 0 \quad (35)$$

最后得

$$\lambda^2 + \lambda - 1 = 0 \quad (36)$$

用二次求根公式, 可求得式(36)的正实根为

$$\lambda = \frac{\sqrt{5}-1}{2} \quad (37)$$

当 $f(c_{i1}) < f(c_{i2})$ 时, 则保留区间为 $[c_1^{(i)}, c_{i2}]$ 。同理, 也可得出相同的结果。因此, 只要使公比 λ 按式(37)取值, 就可以使前一次计算的点和函数值留给下次使用, 而每次缩小区间后只要计算一个新点, 这样就加快了计算速度。

2 预测示例

根据黑龙江省延寿县电业局统计, 1997 年至 2002 年用电量情况如表 1 所示。

表 1 1997 年—2002 年各年用电量情况

1997	1998	1999	2000	2001	2002
68664800	69071220	73317128	81746580	88924831	93049977

(单位: kW·h)

根据表 1 中的数据, 利用改进的修正指数曲线预测法, 当 $c_1=0.02$, $h=0.01$, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=10^{-10}$ 时, 得预测模型为

$$f(t) = 45734841.249392 + 17986903.67 \times e^{0.1654692t} \quad (38)$$

相关系数 R 和 F 检验值分别为

$$R = 0.9844335 > R_{0.05}$$

$$F = 1254888 > F_{0.05}$$

根据式(38)进行预测其精度情况见表 2。

表 2 预测精度情况

年 度	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
观测值	68664800	69071220	73317128	81746580	88924831	93049977		
预测值	66958428.36	70777542.20	75283892.87	80601146.33	86875221.86	94278296.38	103013529.53	113320638.79
误 差	1706372	-1706326	-1966765	1145430	2049610	-1228320		
相对误差(%)	2.485075	-2.470387	-2.682545	1.401196	2.304879	-1.320065		
平均相对误差	2.110691							

(单位: kW·h)

根据表 1 中的数据, 按文献[3]给出的参数估计方法, 得其拟合模型为

$$f(t) = 53202989.836 + 11192130.249 \times e^{0.2201166386t} \quad (39)$$

相关系数 R 和 F 检验值分别为

$$R = 0.9840465 > R_{0.05} \quad F = 122.3722 > F_{0.05}$$

(下转第 277 页)