

# 基于层结构的 Contourlet 多阈值图像去噪算法

杨 镠, 郭宝龙, 倪 伟

(西安电子科技大学智能控制与图像工程研究所, 西安 710071)

**摘 要:** 研究了多尺度几何分析工具 Contourlet, 提出了一种基于层结构的 Contourlet 多阈值去噪算法。该算法将硬阈值算法与基于子带相关的图像去噪方法相结合, 根据 Contourlet 变换后各层分解的系数数目及噪声强度设定阈值, 并利用硬阈值函数实现图像去噪。使用该算法去噪后的图像在主观视觉效果和客观质量等方面较小波算法有显著提高。

**关键词:** 多尺度几何分析; Contourlet; 小波变换

## Algorithm of Contourlet Multi-threshold Image Denoising Based on Layer Structure

YANG Liu, GUO Baolong, NI Wei

(Institute for Intelligence Control and Image Engineering, Xidian University, Xi'an 710071)

**【Abstract】** This paper researches the multiscale geometry analysis tool—Contourlet, and proposes a new Contourlet multi-threshold shrink method for image denoising. The algorithm combines hard-threshold with correlation among the subband layers of Contourlet transform. Thresholding is derived by both the numbers of coefficients in each transformed layer and the intensity of noises added to the original image, hard-threshold function is also adopted for image denoising. Comparing with traditional wavelet denoising methods, the algorithm achieves obvious improvement in both subjective visual effect and objective quality.

**【Key words】** Multi-scale geometric analysis; Contourlet; Wavelet transform

图像信号在产生、传输和记录过程中, 经常会受到各种噪声的干扰, 在进行后续的边缘检测、图像分割、特征提取、模式识别等处理之前, 采用适当的方法尽量降低噪声是非常重要的预处理步骤。小波变换在时频域具有多分辨率的特性, 可同时进行时频域的局部的分析, 灵活地对信号局部奇异特征进行提取和时变滤波, 基于小波的图像去噪方法已成为现有去噪算法中的主流。

小波变换的成功之处在于其能很好地表示一维分段光滑函数, 有效地检测图像的过边缘特性, 即零维奇异点。而在高维情况下, 图像特征主要表现为各种类型的曲线或曲面, 即线或面的奇异性, 用小波进行表示并不是渐进最优的, 这就给小波变换的应用带来了一定的局限性。多尺度几何分析理论(Multiscale Geometry Analysis, MGA)的提出和发展弥补了小波变换的这一缺陷。目前, MGA方法主要有Ridgelet变换、Wedgelet变换、Curvelet变换和Bandelet变换等。2002年, Do M N和Vetterli M提出了一种新的MGA工具Contourlet变换<sup>[1]</sup>。Contourlet变换是一种真正的图像二维表示方法, 具有多分辨特性、局域性、方向性的优点<sup>[2]</sup>。Contourlet的优良特性使之能够很好地应用于图像的压缩、去噪和特征提取等应用中, 尤其是图像去噪。

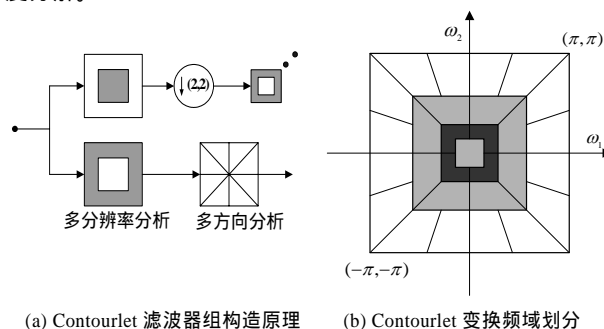
### 1 Contourlet 变换理论

塔式方向滤波器组(Pyramidal directional filter bank)通过2级滤波器进行分解, 所产生的支集为长方形具有各向异性。

#### 1.1 离散域 Contourlet 变换的实现

(1)由LP(Laplacian Pyramid)变换<sup>[3]</sup>对图像进行多尺度分解以“捕获”奇异点(如图1所示)。每一次的LP分解都会产

生一个分辨率为原图像一半的低频子带和一个高频子带, 而对于低频子带使用LP分解进行迭代, 就可以实现图像的多尺度分解。



(a) Contourlet 滤波器组构造原理 (b) Contourlet 变换域划分

图1 图像多尺度分解

(2)将由第1步LP滤波器产生的高频图像通过二维方向滤波器组(Directional Filter Bank, DFB), 把分布在同方向上的奇异点合成为一个系数。DFB的作用是捕获图像的高频信息, 通过 $l$ 层的树状结构的分解快速实现, 产生 $2^l$ 个楔形子带, 每个子带分别代表一个方向。Contourlet变换的结果是用类似于轮廓线段(Contour segment)的基结构来逼近原图像。

#### 1.2 连续 Contourlet 变换的构造

和小波分解类似, 连续域Contourlet变换是通过迭代的滤波器组将整个平方可积空间 $L^2(\mathbb{R}^2)$ 分解为多尺度、多方向的

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(69975015); 教育部优秀青年教师资助计划基金资助项目

**作者简介:** 杨 镠(1981-), 博士生, 主研方向: 图像处理; 郭宝龙, 教授、博导; 倪 伟, 博士生

**收稿日期:** 2006-01-17 **E-mail:** Contourlet@126.com

子空间序列。对于DFB而言,  $l$ 层的DFB包括  $2^l$  个方向滤波器及其平移的脉冲响应。在Contourlet变换中, 若  $l_j$  层DFB应用于LP分解的细节分量空间为  $W_j$ , 相应的子空间  $W_j$  将会在尺度  $2^j$  上被分解为  $2^{l_j}$  个方向子空间  $W_{j,k}^{l_j}$  [1], 它是一个定义在  $2^{j+l_j+2} \times 2^j$  或  $2^j \times 2^{j+l_j+2}$  框架中的平移不变空间。

由于子空间  $W_{j,k}^{l_j}$  属于  $\{\rho_{j,k,n}^{(l_j)}\}_{n \in \mathbb{Z}^2}$ , 因此有

$$\rho_{j,k,n}^{(l_j)}(t) = \sum_{m \in \mathbb{Z}^2} g_k^{l_j} [m - S_k^{l_j} n] \mu_{j,m}^{(l_j)}(t) \quad (1)$$

其中,  $g_k^{l_j}$  是PDB中的低通分析滤波器。

过采样矩阵  $S_k^{(l_j)}$  定义为

$$S_k^{(l_j)} = \begin{cases} \text{diag}(2^{l_j-1}, 2) & 0 \leq k < 2^{l_j-1} \\ \text{diag}(2, 2^{l_j-1}) & k \leq 2^{l_j-1} < 2^{l_j} \end{cases} \quad (2)$$

由多分辨率理论,  $\{\rho_{j,k,n}^{(l_j)}\}_{n \in \mathbb{Z}^2}$  可由原函数及其平移得到, 即

$$\rho_{j,k,n}^{(l_j)}(t) = \rho_{j,k}^{(l_j)}(t - 2^{j-1} S_k^{(l_j)} n) \quad (3)$$

其中,  $\rho_{j,k,n}^{(l_j)}$  是连续域的 Contourlet;  $j, k, n$  分别代表 Contourlet 的尺度、方向和位置参数。可以证明, Contourlet 变换在离散空间中具有平移不变性, 其滤波器组具有紧支框架。图 2 给出了对  $128 \times 128$  的 lena 图像进行 Contourlet 分解的结果, 使用 3 层 LP 分解子带、16 方向 DT 变换。可以看出, Contourlet 变换很好地将图像中的细节分量分解到不同尺度、不同频率的子带中。

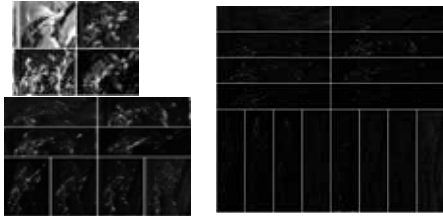


图 2 Lena 图像 3 级 LP Contourlet 分解结果

## 2 基于层结构的多阈值 Contourlet 去噪算法

阈值去噪是图像去噪中最常用的方法, 其基本思想是将原始图像进行相应的变换, 通过一个恰当的阈值将变换域系数中的噪声点和信号点完全区分开来, 随后通过反变换重构图像, 从而达到去除原图像噪声的目的。

阈值去噪的关键问题是阈值和阈值函数的选取[4,5]。小波变换阈值去噪的经典算法是由 Donoho 等人提出的 Visual Shrink 方法(VS)和基于 Stein 无风险估计的 Sure Shrink(VS)方法, Chang 等人根据图像小波系数的分布特点提出基于 Bayes 准则的 Bayes shrink 去噪方法[6]等, 也收到了良好的去噪效果。

阈值去噪算法主要分为硬阈值函数去噪和软阈值函数去噪[5,6]两种。本文使用的是硬阈值函数, 对于小波变换后的系数  $x$ , 设定阈值  $T$ , 硬阈值函数和软阈值函数分别为

$$\psi(x) = \begin{cases} x & |x| > T \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

$$\eta(x) = \text{sgn}(x) \cdot \max(|x| - T, 0) \quad (5)$$

在 VS 方法中, 最佳阈值  $T$  是按照式(6)选取的。

$$T = \sigma \sqrt{2 \lg(n) / n} \quad (6)$$

其中,  $\sigma$  是噪声标准差,  $n$  是小波系数中所有高频系数的个数, 这个阈值可称作通用阈值, Donoho 从理论上证明了它是渐进最优的。但是由于小波变换的系数是表示零奇点, 噪声点的判定必然存在一定误差, 用该方法去噪后的图像会产生明显的蚊式效应, 噪声强度越大, 蚊式效应越明显。并且在噪声强度很大时, 由于  $\sigma$  数值变大, 阈值也会相应变大, 从而使得去噪后的图像高频细节成分损失严重。

为了进一步提高图像去噪的主观和客观效果, 消除蚊式效应等不利因素的影响, 本文提出了一种基于层结构的 Contourlet 多阈值图像去噪算法。算法使用 Contourlet 变换来代替小波变换, Contourlet 的基函数能有效地对分段光滑的线段进行表示, 而对奇点则影响不大, 即便将噪声点错误地判定为图像细节成分或将图像细节误判为噪声并加以重构时, 也不会使去噪后的图像出现显著数值较大的孤立像素点。

由于小波变换是无冗余和完全重构的变换, 而 Contourlet 变换使用了 LP 滤波器, 因此造成  $4/3$  的冗余度。将传统阈值选取方法直接用于 Contourlet 去噪方法中, 其去噪效果并不理想, 去噪图像虽然没有明显的蚊式效应, 却会产生刷式效应和划痕, 图像细节有一定缺失。针对上述不利因素, 在提出的图像去噪算法中对阈值进行了相关修正, 根据噪声强度和 Contourlet 分解尺度确定阈值设定方法, 算法简述如下:

设原始图像为

$$\{f_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, n; n \in \mathbb{N}\}$$

其中,  $f_{i,j}$  表示图像中  $(i, j)$  点的灰度值。

加噪声图像表示为

$$\{g_{i,j} = f_{i,j} + \varepsilon_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, n; n \in \mathbb{N}\}$$

其中,  $\{\varepsilon_{i,j}\} \sim N(0, \sigma^2)$ ,  $N(\cdot)$  表示正态分布。

Contourlet 变换后的系数为

$$\{W_{g_{i,j}} = W_{f_{i,j}} + W_{\varepsilon_{i,j}}, i, j = 1, 2, \dots, n; n \in \mathbb{N}\}$$

(1) Contourlet 分解: 对原始加噪图像进行  $J$  层、 $2^l$  方向 Contourlet 分解。

(2) 方差估计: 对 Contourlet 分解的  $J$  层系数的方差逐层进行估计, 如下式

$$\hat{\sigma}_{\varepsilon_{i,j}}^2(l) = \frac{\text{Median}(|W_{g_{i,j}}(l)|)}{C} \quad (7)$$

其中,  $W_{g_{i,j}}(l)$  为加噪图像 Contourlet 分解的第  $l$  层的系数,  $C$  是常数, 一般取  $0.6745$  [7, 8];  $l=1, 2, \dots, J$ ,  $J$  表示分解层数。

(3) 阈值设定: 使用  $T(l) = \hat{\sigma}_{\varepsilon_{i,j}}^2(l) \sqrt{2 \lg M(l)}$  确定各高频子带的阈值, 其中  $M(l)$  为第  $l$  层分解系数的数目。

(4) 阈值调整: 由于 Contourlet 系数中所包含的信息较小、波系数大, 因此必须对较低分解层的高频子带进行系数调整。

$$T(l) = T(l) / \sqrt{M(J-l)} \quad l=1, 2, \dots, J-2 \quad (8)$$

这样就得到本文方法所用到的阈值  $T(l)$ 。

(4) 硬阈值去噪: 使用上述方法确定的阈值及式(4)的硬阈值函数进行噪声消除。

(5) Contourlet 反变换: 将所有系数进行 Contourlet 反变

换，得到重构去噪后的图像。

3 实验结果及讨论

实验选取 512×512 的 Barbara、Goldhill 和 Clown 3 幅图像，对本文去噪算法进行验证，并进行了对比，所用到的小波变换及 Contourlet 变换进行的总分解层数均为  $J = 5$ ，Contourlet 各层的方向分解数目选定为  $2^l$ ，其中  $l$  为分解层数。表 1 给出不同强度噪声的 Barbara 图像、Goldhill 图像及 Clown 图像去噪 PSNR 对比结果， $k$  表示噪声强度的等级。图 3 给出了 Barbara 图像使用不同方法去噪后的图像。

表 1 对比结果

实验图像名称	$K$	加噪图像	Wavelet + VS	Contourlet + VS	本算法
Barbara	2	26.504	27.151	27.704	28.284
	3	22.96	25.200	26.059	26.615
	4	20.451	23.944	24.922	25.309
Goldhill	2	27.381	28.785	28.714	29.317
	3	23.844	27.434	27.414	28.135
	4	21.354	26.381	26.398	27.1
Clown	2	24.955	28.562	28.699	29.467
	3	21.445	26.541	26.834	27.674
	4	18.961	25.273	25.472	26.248

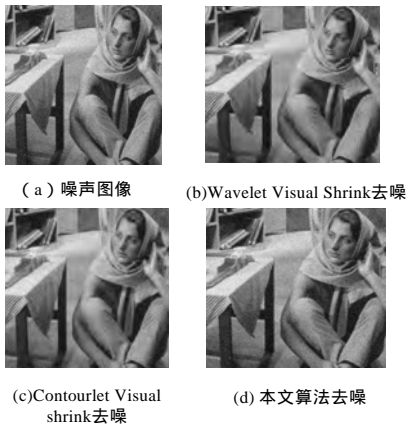


图 3  $k=4$  时 Barbara 加噪图像经不同算法去噪处理后的图像

从实验结果中可以看到，本算法去噪后的去噪峰值信噪比较前两种方法有显著提高。Barbara 图像纹理明显，由于 Contourlet 的支撑区间兼具方向性和各向异性的特点，使用 Contourlet 比 wavelet 去噪峰值信噪比要高。从图 3 也可以看到，使用小波去噪时，由于系数的错误判定，使得去噪后图

(上接第 167 页)

(2)省略了文献[1]提到的“IP 头 2”，长度为 20B。文献[1]的实现方式是用该“IP 头 2”来区分不同的 Session，而我们是 Session id 来区分不同的 Session。由于该 IP 头也是在所有的数据包中都存在的，因此对提高性能也是非常重要的。

(3)PPP 封装的节约，由于在 Payload 放的直接是 ESP 载荷，和文献[1]的实现方法相比可以节约 2B；

(4)由于在 Payload 放的直接是 ESP 载荷，因此就省去了 PPP 协议的交互过程。

(5)解决了文献[1]中隧道模式 IP 头在同一个报文中出现两次的问题。

5 小结

IPv6 的广泛应用还有很长一段时间，因此 NAT 仍是解决 IP 地址紧张的主要方法，而 IPsec 在 VPN 的应用是非常广泛的。所以解决 IPsec 和 NAT 的冲突问题有很强的实际意义。本方案在文献[1]的基础上提出了自己的关于多用户的解决

像纹理有很多孤立点，恢复后的图像高频细节大量缺失，而 Contourlet VS 方法虽然优于小波去噪，但由于 Contourlet 对图像的过度平滑，图像中产生明显的刷式效应，同样使得高频细节无法辨认，而本算法改善了前两种方法中出现的问

4 结论

本文提出了一种基于层结构的 Contourlet 多阈值去噪算法。将 Contourlet 多分辨率、多方向性的优点用于图像去噪，解决了一般 Contourlet 去噪和 wavelet 去噪后图像细节缺损严重的问题，在去除噪声的同时较好地保留了高频信息。

参考文献

1 Do M N, Contourlets V M. Beyond Wavelets[M]. Academic Press, 2002.

2 焦李成, 谭 山. 图像的多尺度几何分析: 回顾和展望[J]. 电子学报, 2003, 31(12A): 1975-1981.

3 Burt P J, Adelson E H. The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code[J]. IEEE Trans. on Commun., 1983, 31(4): 532-540.

4 Donoho D. Denoising by Soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.

5 Sendur L, Selesnick I W. Bivariate Shrinkage Functions for Wavelet-based Denoising Exploiting Interscale Dependency[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(11): 2744-2756.

6 Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532-1546.

7 查宇飞, 毕笃彦. 基于小波变换的自适应多阈值图像去噪[J]. 中国图像图形学报, 2005, 10(5): 567-570.

8 Chen G Y, Bui T D. Multiwavelet Denoising Using Neighboring Coefficients[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(7): 211-214.

参考文献

1 潘 登, 徐佩霞. 一种新的 IPsec 穿越 NAT 方案[J]. 小型微型计算机系统, 2005, 26(2).

2 Wuttunen A, Swander B. UDP Encapsulation of IPsec ESP Packets[S]. RFC 3948, 2005.

3 Mamakos L, Lidl K. A Method for Transmitting PPP over Ethernet(PPPoE)[S]. RFC 2516, 1999-02.

4 Aboba B, Dixon W. IPsec-Network Address Translation (NAT) Compatibility Requirements[S]. RFC 3715, 2004-03.

5 Egevgang K, Francis P. The IP Network Address Translator[S]. RFC 1631, 1994-05.