

基于随机 Hough 变换的零基线正弦曲线检测

刘 进, 马 梁, 刘忠训, 王雪松, 王国玉

(国防科学技术大学电子科学与工程学院, 长沙 410073)

摘 要: 研究零基线正弦曲线的随机 Hough 变换的最小点集、收敛映射和动态链接表结构 3 个基本问题, 提出改进的三点拟合零基线正弦曲线的方法, 给出零基线正弦曲线的随机 Hough 变换检测算法, 并分析算法的计算性能和存储量性能。仿真实验表明该方法的有效性。

关键词: 正弦曲线; 随机 Hough 变换; 收敛映射; 动态链接表

Detection of Zero Baseline Sinusoidal Curve Based on Randomized Hough Transform

LIU Jin, MA Liang, LIU Zhong-xun, WANG Xue-song, WANG Guo-yu

(School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

【Abstract】 Three basic problems: the minimum points set, converging mapping, dynamic link table of Randomized Hough Transform(RHT) of zero baseline sinusoidal curve are studied. The improved method for the fitting of a sine curve with three sample points is proposed. A detection algorithm of a sort of zero baseline sinusoidal curve based on RHT is given. The performance of computation and the storage is analyzed. Simulation experiment shows that the method proposed is effective.

【Key words】 sinusoidal curve; Randomized Hough Transform(RHT); converging mapping; dynamic link table

1 概述

Hough 变换是图像处理中常用的曲线检测与提取方法^[1], 但是对于正弦曲线等多参数描述的曲线而言, 标准的 Hough 变换存在计算时间长、内存消耗大的缺点。为了减少时间和存储空间的开销, 提高检测速度, 文献[2]提出了一类正弦曲线的 Hough 变换快速检测方法, 其主要针对周期为固定值、周期长度等于图像宽度的正弦曲线, 即正弦曲线周期已知。然而在很多应用中, 正弦曲线的周期也是一个待估计的参数量。随机 Hough 变换^[3]是受到自组织映射神经网络启发提出的一种概率 Hough 变换, 能够有效避免标准 Hough 变换中庞大的计算量和内存消耗。

本文研究了一类基线为零的正弦曲线的随机 Hough 变换算法, 分析了正弦曲线的随机 Hough 变换中的收敛映射方法、最小点集和动态链接表结构 3 个基本问题, 给出了零基线正弦曲线的随机 Hough 变换检测的实现算法, 并分析了算法性能。

2 随机 Hough 变换

标准的 Hough 变换的基本思想是将测量空间的一点变换到参量空间中的一条曲线或一个曲面, 而具有同一参量特征的点变换后在参量空间中相交, 通过判断交点处的积累程度来完成特征曲线的检测^[4]。在多参数描述的曲线检测中, 标准 Hough 变换的一对多映射会带来庞大的计算量, 多参数空间的累加器结构也会带来巨大的内存开销。

为了克服标准 Hough 变换存在的缺点, 概率理论被引入 Hough 变换中, 产生了随机 Hough 变换方法。随机 Hough 变换用图像空间点集的一个有限子集来代替该点集, 在该子集中随机采样 n 个点, 计算出这 n 个点在参数空间对应的点, 同属于一条曲线上随机采样的点将会在参数空间同一点处积累, 通过参数空间中点的积累程度可以完成特征曲线的检测。

随机抽样的 n 个点要求能够确定一条曲线, 这就是随机抽样机制, 随机抽样出的 n 个点构成了最小点集。从这个最小点集出发并利用曲线约束条件确定参数空间的解点, 这就是收敛映射机制, 其建立了图像空间和参数空间的联系。由于采用收敛映射, 参数空间有值的点不多, 为了更好地节省空间, 一般采用树状链表结构设计累加器数组, 这就是动态链接列表机制。随机 Hough 变换采用随机抽样、收敛映射和动态链接列表 3 种机制, 分别取代了标准 Hough 变换中的穷举和一对多映射, 从而使得运算速度加快, 累加器数组的峰值更明显, 存储空间大大地缩减。

正弦曲线的检测是微动信号处理和钻井探测中的一个研究内容。一般的正弦曲线的表达式可表示为

$$y = k \sin(2\pi fx + \theta_0) + \varphi_0 \quad (1)$$

其中, k 为最大幅度; f 为频率, $f = 1/T$, T 为周期; θ_0 为初始相位; φ_0 为基线。在微动信号的处理中, 时频图像上的 φ_0 为零, 因此, 就退化为基线为 0 的三参数正弦曲线的检测问题。

正弦曲线的随机 Hough 变换如图 1 所示, 图像空间中同属于一条正弦曲线上的点通过收敛映射变换到参数空间中的同一个点上。本文采用的收敛映射的方法将在第 3 节进行描述。收敛映射所需的点数决定了最小点集的大小, 本文通过

基金项目: 国家自然科学基金资助重点项目(60736006); 国家自然科学基金资助面上项目(60672033)

作者简介: 刘 进(1981—), 男, 博士研究生, 主研方向: 图像处理, 信号处理, 目标识别; 马 梁、刘忠训, 博士研究生; 王雪松, 教授、博士; 王国玉, 研究员, 博士

收稿日期: 2009-12-23 **E-mail:** liujin0624@gmail.com

3 个采样点，即最小点集为 3 点，可以对该正弦曲线进行拟合，得到参数空间的解。基线为零的正弦曲线有 3 个参数，所以，累加器的动态链表为三级树状结构，如图 2 所示。

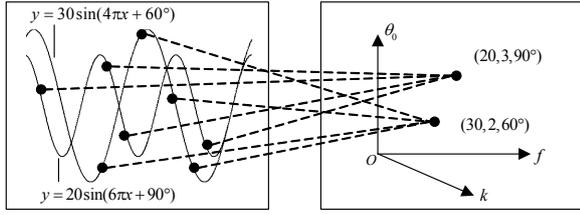


图 1 正弦曲线的随机 Hough 变换原理

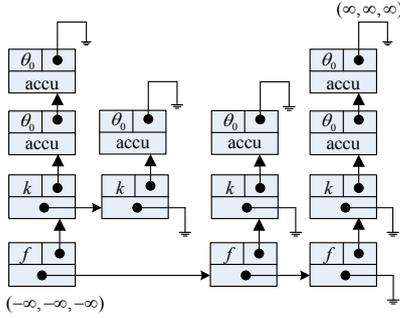


图 2 动态链接列表结构

3 正弦曲线的收敛映射

如图 3 所示，圆柱面与一个倾斜平面相交，其相交线为一椭圆。如果沿此圆柱面的某一母线将圆柱面剪开并将圆柱面展开为平面，则此椭圆被展成一个平面内的正弦曲线。反之，对于一周期为 T 的正弦曲线，若将此正弦曲线所处的平面对应于 $0 \leq t \leq T$ 的区域向一个半径为 $R = T/2\pi = 1/\omega$ 的圆柱面

$$x^2 + y^2 = R^2 \quad (2)$$

卷绕，则此正弦曲线在 $0 \leq t \leq T$ 的那段曲线被变换为一个空间椭圆，它是某一个倾斜平面与圆柱面式(2)的交线。也就是说，正弦曲线上的点在对被变换到圆柱面上后，变换后的点都在同一平面中。在主值区间 $0 \leq t \leq T$ 之外的曲线，由于“卷绕”，将以 T 为周期“叠加”在 $0 \leq t \leq T$ 的那段曲线构成的空间椭圆上。

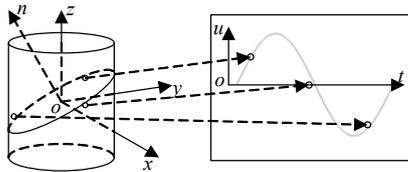


图 3 几何关系

将圆柱面上的任一点在 Oxy 面上的投影矢量与 Ox 轴正向的夹角记为 φ ，则平面 Otu 中的任一点与圆柱面上的对应点的映照关系如下：

$$\frac{t}{T} = \frac{\varphi - \pi}{-2\pi} \quad (3)$$

$$x = R \cos \varphi = \frac{T}{2\pi} \cos \left[\pi \left(1 - \frac{2t}{T} \right) \right] \quad (4)$$

$$y = R \sin \varphi = \frac{T}{2\pi} \sin \left[\pi \left(1 - \frac{2t}{T} \right) \right] \quad (5)$$

$$z = u \quad (6)$$

如果周期 T 已知，对于给定的 3 个样本点 (t_i, u_i) ， $i = 1, 2, 3$ ，可以按照式(4)~式(6)得到它们在圆柱面式(2)上的

对应点 $(x_i, y_i, z_i)^T$ ， $i = 1, 2, 3$ 。由于它们三者共面且对应平面过原点，因此由它们和原点构成的四面体的体积 V 为 $0^{[5]}$ 。据此可估计出 T ，代入式(4)~式(6)可算出 $(x_i, y_i, z_i)^T$ ， $i = 1, 2, 3$ ；过此 3 点作一平面 S ，将其单位法向量记为 $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ ，则有 $k/R = \tan \gamma$ ，此处 γ 为平面 S 的法向量与 Oz 轴正向之间的夹角。因 $n_z = \cos \gamma$ ，故 $\gamma = \arctan \frac{\sqrt{1-n_z^2}}{n_z}$ ，即有

$$k = \frac{T}{2\pi} \frac{\sqrt{1-n_z^2}}{n_z} \quad (7)$$

得到 T 和 k 的估计以后，可得

$$\theta = \arcsin \left(\frac{u_{i0}}{A} \right) - \frac{2\pi}{T} t_{i0} \quad (8)$$

然而，上述方法存在着多值性的缺陷，因此，将 V 的表达式展开，得

$$V = \left| \frac{T^2 [u_1 \sin(2\pi(t_1 - t_2)/T) + u_2 \sin(2\pi(t_2 - t_3)/T) + u_3 \sin(2\pi(t_3 - t_1)/T)]}{256\pi^2} \right| \quad (9)$$

由式(9)可以看出，四面体的体积 V 可能存在多个零点。采用误差函数能量最小准则确定最终解值。对于给定的 3 点 (t_i, u_i) ， $i = 1, 2, 3$ ，建立误差函数

$$E = \sum_{i=1}^3 [u_i - k \sin(2\pi f t_i + \theta_0)]^2 \quad (10)$$

将 $6N$ 组 (f, k, θ) 的值代入，通过使误差函数 E 最小化，可以得到最终解值。

4 算法描述

基于随机 Hough 变换的正弦曲线检测算法如下：

Step1 设置第一门限，将图像中超过第一门限的点的集合作为特征点集合。

Step2 从特征点集合中随机抽取 3 个点作为最小点集，计算出由此最小点集决定的基元参数。

Step2.1 假定周期 T 在指定范围 $[T_{\min}, T_{\max}]$ 内取值，并将区间 $[T_{\text{down}}, T_{\text{up}}]$ 等分为 N 等分，分点顺次为 $T^{(0)}, T^{(1)}, \dots, T^{(N)}$ ，其中， $T^{(i)} = \frac{i(T_{\text{up}} - T_{\text{down}})}{N} + T_{\text{down}}$ ， $0 \leq i \leq N$ 。

Step2.2 对于 $T^{(i)}$ ，由式(4)~式(6)算出 3 个样本点 (t_i, u_i) ， $i = 1, 2, 3$ 在圆柱面式(2)上的对应点 $(x_i, y_i, z_i)^T$ ， $i = 1, 2, 3$ ，并算出它们和原点所构成的四面体的体积 V ；将位于体积 V 极小值对应的 $T^{(i)}$ 取出，计算出其对应的 k 和 θ_0 。

Step2.3 将所得的 (T, k, θ_0) 代入式(10)，根据误差函数能量最小准则确定最终的 (T, k, θ_0) ，即得到 (f, k, θ_0) 解值。

Step3 根据求解得到的 (f, k, θ_0) 在动态链接表上增加新的节点，或者在已有的节点上加 1。

Step4 重复 Step2 和 Step3，直至满足某个终止条件(本文设为满足使最短的曲线的失效率小于某特定值的循环次数)。

5 算法性能分析

设待处理图像大小为 $A \times B$ 像素，在标准 Hough 变换处理时，参数 (f, k, θ_0) 分别量化为 $KN, RN, \text{Theta}N$ 份。在随机 Hough 变换处理时，随机选择了 P 组点，周期被量化为 N 份，计算结果有 n 组不同的解，性能比较如表 1 所示。

表 1 算法性能比较

Hough 变换	算法复杂度	存储量
随机 Hough 变换	$O(P \times N)$	$O(n)$

6 仿真结果分析

设有 2 条正弦曲线，为了显示方便，特将周期设为相等，分别为 $s_1 = 320 \times \sin(6\pi + \pi/2)$ ， $s_2 = 300 \times \sin(6\pi + \pi/3)$ ，量化为 701×1001 像素的图像，取样 1000 次。图 4~图 6 给出了无噪声时的检测结果，估计结果为 $(f, A, \theta_0)_1 = (3, 300, 60^\circ)$ 和 $(f, A, \theta_0)_2 = (3, 350, 90^\circ)$ 。图 7~图 9 给出了加入噪声密度 $D = 0.002$ 的椒盐噪声背景下的检测结果，估计结果为 $(f, A, \theta_0)_1 = (3, 300, 60^\circ)$ 和 $(f, A, \theta_0)_2 = (3, 350, 90^\circ)$ ，但由于噪声存在，峰值点的值有所减低。

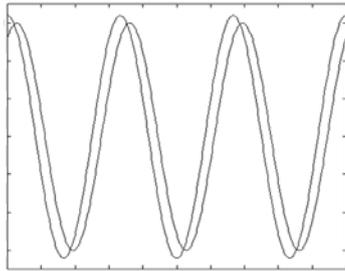


图 4 无噪声多正弦曲线检测的正弦曲线图像

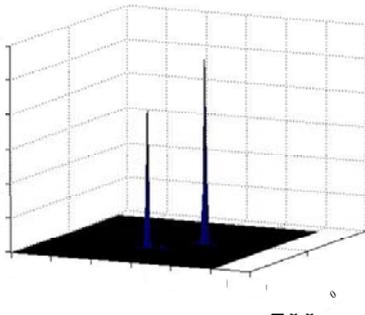


图 5 无噪声多正弦曲线检测的检测结果立体图

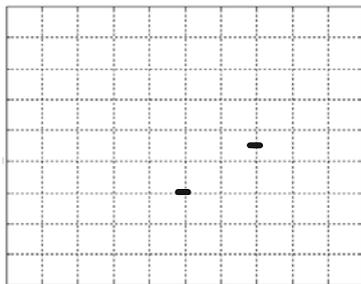


图 6 无噪声多正弦曲线检测的检测结果平面图

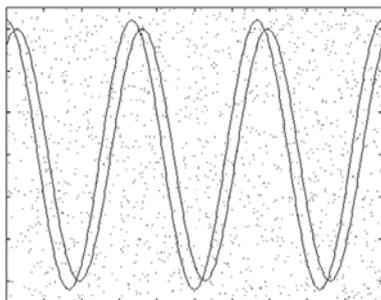


图 7 椒盐噪声背景下多正弦曲线检测的正弦曲线图像

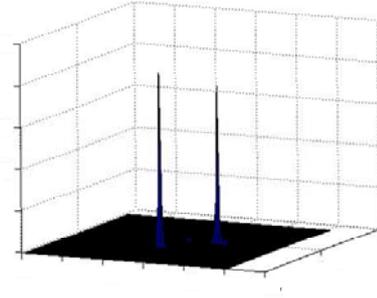


图 8 椒盐噪声背景下多正弦曲线检测的检测结果立体图

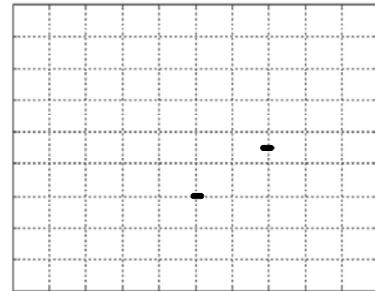


图 9 椒盐噪声背景下多正弦曲线检测的检测结果平面图

用标准 Hough 变换处理以上情况，将计算时间和存储量与随机 Hough 变换比较，见表 2。由于随机 Hough 变换的计算时间只与采样次数有关，因此随机 Hough 变换的时间基本上是相等的，要小于标准 Hough 变换的计算时间。由于标准 Hough 变换的存储量与参数空间量化有关，而随机 Hough 变换的存储量与动态计算出的累加器单元有关，因此标准 Hough 变换的存储量是一样的，要远大于随机 Hough 变换的存储量。

表 2 标准 Hough 变换与随机 Hough 变换处理比较

单位	无噪声		有噪声	
	标准 Hough	随机 Hough	标准 Hough	随机 Hough
计算时间/s	41.61	12.07	52.72	12.09
存储量(存储单元)	3 674 481	354	3 674 481	264

7 结束语

本文将随机 Hough 变换推广到正弦曲线的检测中，提出了改进的三点拟合正弦曲线的方法，并分析正弦曲线随机 Hough 变换检测的性能。理论分析和仿真结果表明，随机 Hough 变换能够有效地避免标准 Hough 变换的计算量大和存储空间大这两大问题。

参考文献

- [1] Duda R O, Hart P C. Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curved in Pictures[J]. Communication of the ACM, 1972, 15(1): 11-15.
- [2] 邹长春, 史 譔. 一类正弦曲线的 Hough 变换快速检测方法[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38(4): 1-3.
- [3] Xu L, Oja E, Kultanen P. A New Curve Detection Method: Randomized Hough Transform[J]. Pattern Recognition Letters, 1990, 11(5): 331-338.
- [4] 王国宏, 孔 敏, 何 友. Hough 变换及其在信息处理中的应用[M]. 北京: 兵器工业出版社, 2005
- [5] 薛国新, 孙玉强. 正弦曲线三点拟合问题的一种新方法[J]. 计算

积累点数
40
30

机仿真, 2006, 23(2): 107-109.

编辑 索书志