

基于代数重建法的 DV-Hop 定位算法

杨智锋¹, 裴腾达², 裴炳南¹, 陈微微¹

(1. 大连大学信息工程学院, 大连 116622; 2. 吉林大学莱姆顿学院, 长春 130012)

摘 要: 针对运用最小二乘法求解 DV-Hop 定位算法带来的节点定位误差较大的问题, 提出基于代数重建法的 DV-Hop 定位算法, 运用一种由图象重建问题而引入的逐次迭代算法——代数重建法。仿真结果表明, 改进算法能降低无线传感器网络中节点的平均定位误差。

关键词: 无线传感器网络; DV-Hop 算法; 代数重建法; 最小二乘法

DV-Hop Localization Algorithm Based on Algebraic Reconstruction Technique

YANG Zhi-feng¹, PEI Teng-da², PEI Bing-nan¹, CHEN Wei-wei¹

(1. College of Information Engineering, Dalian University, Dalian 116622; 2. College of Lambton, Jilin University, Changchun 130012)

【Abstract】 In the field of wireless sensor network self-localization, positioning accuracy of sensor node is directly related to the collection of data availability. Concerning the weak point of node average localization error, based on DV-Hop localization algorithm of the least square method principle, method of algebra reconstruction techniques is introduced. Core idea of the algorithm is used as successive iterative algorithm from the problem of image reconstruction, algebra reconstruction. Simulation result proves that the improved algorithm obviously reduces the average localization error of the node in the Wireless Sensor Network(WSN).

【Key words】 Wireless Sensor Network(WSN); DV-Hop algorithm; Algebraic Reconstruction Technique(ART); least square method

1 概述

近年来, 无线传感器网络(Wireless Sensor Network, WSN)以其广阔的应用前景而引起学术界与工业界广泛关注和深入研究。传感节点的自身定位是其应用的基础, 也就是说只有在传感器节点自身正确定位后, 才能确定监测到的事件发生的具体位置, 实现对目标的定位和跟踪。目前 WSN 中的定位算法是一个研究热点, 其中 DV-Hop 算法^[1-2]是传感器网络中比较典型的一种方法。本文根据 DV-Hop 算法定位原理, 提出了用代数重建法(Algebraic Reconstruction Techniques, ART)^[3]计算定位的思想。即当每个未知节点得到与 3 个或 3 个以上锚节点的距离后, 用代数重建法来计算节点的位置坐标。

2 DV-Hop 定位原理

这个定位算法需要在网络中部署一些位置信息已知的节点^[4], 称这些节点为锚节点。网络中其他位置信息未知的节点就是普通节点, 简称为节点。DV-Hop 定位算法由 3 个步骤组成: 信息广播、距离计算、LS 定位计算。

2.1 信息广播

每个锚节点将其位置信息传递给其所有的邻居节点。广播的信息格式为 $\{id_i, x_i, y_i, Hops_i\}$, 其中包含了该锚节点的标识 id_i , 位置坐标 (x_i, y_i) 以及跳数 $Hops_i$ 信息。初始化 $Hops_i$ 为 0。接收到此数据的每个节点将 $Hops_i+1$ 并记录到一张表中, 然后继续向新的邻居节点广播, 可计算出锚节点的每跳平均距离。

2.2 距离计算

信息广播结束后, 将每个锚节点的每跳平均距离进行平

均, 得到整个网络的每跳平均距离, 用 $aver$ 表示。然后每个普通节点可计算自己到每个锚节点间的距离 $d=Hops_i \times aver$, 存入表中。

2.3 LS 定位计算

假设第 i 个锚节点的坐标为 (x_i, y_i) , 节点 p 的坐标为 (x, y) , 节点 p 到已知节点 i 的距离为 d_{ip} , 则 N 次测量得到测量方程组如下:

$$\begin{cases} (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 = d_{1p}^2 \\ (x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 = d_{2p}^2 \\ \vdots \\ (x_N - x)^2 + (y_N - y)^2 = d_{Np}^2 \end{cases} \quad (1)$$

分别用前 $(N-1)$ 个方程减去第 N 个方程。令 $d_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$, 整理线性方程组后, 可以写成矩阵形式 $Ax = b$, 其中

$$A = \begin{bmatrix} (x_1 - x_N) & (y_1 - y_N) \\ (x_2 - x_N) & (y_2 - y_N) \\ \vdots & \vdots \\ (x_{N-1} - x_N) & (y_{N-1} - y_N) \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

基金项目: 大连市信息产业局 IT 专项基金资助项目“工业以太网的外包模式与应用”

作者简介: 杨智锋(1984—), 男, 硕士研究生, 主研方向: 无线传感器网络, 工业以太网, 网络仿真; 裴腾达, 本科生; 裴炳南, 教授、博士、博士生导师; 陈微微, 硕士

收稿日期: 2010-02-20 **E-mail:** yangzhifeng2410@163.com

$$b = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} d_1^2 - d_N^2 + d_{Np}^2 - d_{1p}^2 \\ d_2^2 - d_N^2 + d_{Np}^2 - d_{2p}^2 \\ \vdots \\ d_{N-1}^2 - d_N^2 + d_{Np}^2 - d_{(N-1)p}^2 \end{bmatrix}$$

在 DV-Hop 算法中, 节点位置由方程 $Ax = b$ 用标准最小二乘法求得, 即 $x = (A^T A)^{-1} A^T b$ 。

3 改进算法

3.1 ART数学模型

ART^[5-6]算法是由图像重建问题而引入的。首先将一个 $n \times n$ 的正方形网格叠加在未知图像 $f(x, y)$ 上, 在每个单元内 $f(x, y)$ 是常量; f_j 代表第 j 个网格(像素)内的常数值; $N = n \times n$ 为像素总数。对应于射线 i 的投影值为 p_i , 有

$$p_i = \sum_{j=1}^N w_{ij} f_j, \quad i=1, 2, \dots, M \quad (2)$$

其中, M 为投影总数; w_{ij} 为投影系数, 反映了第 j 个像素对第 i 条射线的贡献, 数值上等于第 i 条射线穿过第 j 个像素的长度。将式(2)写成矩阵形式为 $WF = P$, 其中, P 为 M 维投影数据向量; F 为 N 维图像向量; W 为 $M \times N$ 维投影系数矩阵。为了获得高质量的图像, M, N 通常都很大, 但对于每条射线来说, 它只与很少的像素相交, 因此 W 是一个大型稀疏矩阵, 故很难用常规的矩阵理论来求解。实际中都采用迭代法。计算过程如下:

(1) 给出图像的初始估计值 $F(0)$, 一般取为零向量。

$$(2) f_j^{(k+1)} = f_j^{(k)} + \lambda \frac{p_i - \sum_{n=1}^N w_{in} f_n^{(k)}}{\sum_{n=1}^N w_{in}^2} w_{ij}$$

其中, k 为迭代序号; $1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N$; λ 为松弛因子 ($0 < \lambda < 2$)。当所有的投影数据都被使用完之后, 就完成了一轮完整的迭代。如果不满足收敛条件, 重复步骤(2)进行下一轮计算, 直到满足收敛条件。

3.2 计算公式的导出

ART 的基本思想是: 给定重建区域一个初值, 一般为 0, 再将所得投射值残差一个个沿其射线方向均匀地反投射回去, 不断地对图象进行校正, 直到满足所要求。

在数学上, 对于线性方程组 $Ax = b$, 其中, 设 $A \in R^{m \times n}$, $b \in R^m$, $x \in R^n$, 则 $Ax = b$ 能写成 $a_m x = b_m$, 这里 a_m, b_m 分别是 A, b 的行向量。在线性方程组中, 问题的解是所有线性方程的交点。给定一个初值后, 依次在每个方程表示的直线上迭代投影, 不断的进行校正(图 1 为 2 个线性方程的求解过程), 直到 $|X^{(k+1)} - X^{(k)}|$ 满足一定的收敛条件。

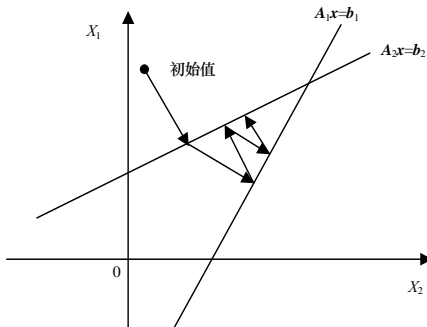


图 1 ART 迭代思想

当 $\lambda=1$ 时, 迭代步骤如下:

(1) 给出任意的初始估计值 $X(0)$ 和收敛条件, $\varepsilon > 0$, $K = 0$ 。

(2) for $K = 0, 1, \dots, n$, 计算 $X^{(k+1)} = X^{(k)} - \frac{(X^{(k)} \cdot A_j - B_j)}{A_j \cdot A_j} A_j$,

$j = 1, 2, \dots, m, j = j + 1, X^{(k)} = X^{(k+1)}$ 。

(3) 当 $|X^{(k+1)} - X^{(k)}| > \varepsilon$ 时, 转(2), 否则 $X = X^{(k+1)}$ 。

ART 算法是一种逐次迭代的算法, 如 $X^{(k+1)}$ 是在 $X^{(k)}$ 的基础上算出来的; 在每一个迭代步骤计算中, 只用到一条直线的信息, 在数学上即只用到矩阵 A 的一行元素, 可节省大量内存空间, 直接对超定方程组求解而不需把其先转化为正则方程。

4 改进算法的仿真与分析

为评估所提出的改进算法的有效性, 利用 Matlab7.0 对 DV-Hop 算法及本文提出的改进算法进行了仿真实验, 并对相关实验结果进行分析。在实验仿真的过程中, 网络节点分布在 $200 \text{ m} \times 200 \text{ m}$ 的矩形区域, 锚节点和普通节点的坐标随机产生。

定义 平均定位误差为

$$E_r = \frac{\sum (d_i / R)}{N}$$

其中, E_r 为平均定位误差; d_i 为第 i 个普通节点计算坐标与实际坐标之间的距离, 即节点 i 的定位误差, 如式 $d_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$, 其中 (x, y) 为普通节点的计算坐标位置, (x_i, y_i) 为普通节点的实际位置坐标; R 为通信半径; N 为未知节点的个数。

由于笔者在定位误差的研究过程中发现, 未知节点距离锚节点愈远, 未知节点与锚节点之间的估计距离误差愈大, 因此, 实验中将最远跳数分别设为 3 和 4, 这种策略导致在网络中有干扰的情况下不可定位节点比例增加, 但避免了发生平均定位误差过大的情况。在 $200 \text{ m} \times 200 \text{ m}$ 传感器区域内, 部署了 200 个节点, 其中 25 个是锚节点, 分别用 ART 算法和 LS 算法求解每个未知节点的位置坐标, 并且分别绘制出每个未知节点的误差分布图。如图 2 和图 3 所示, 从图中可以看出, ART 定位算法计算得到的每个节点的定位误差明显小于 LS 定位算法得到的每个节点的定位误差。

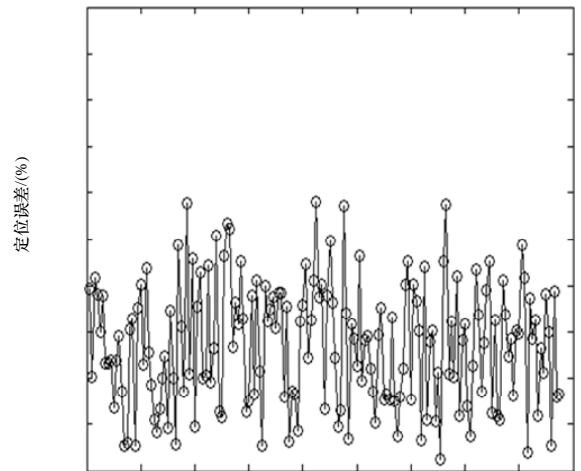


图 2 ART 算法中每个未知节点的定位误差

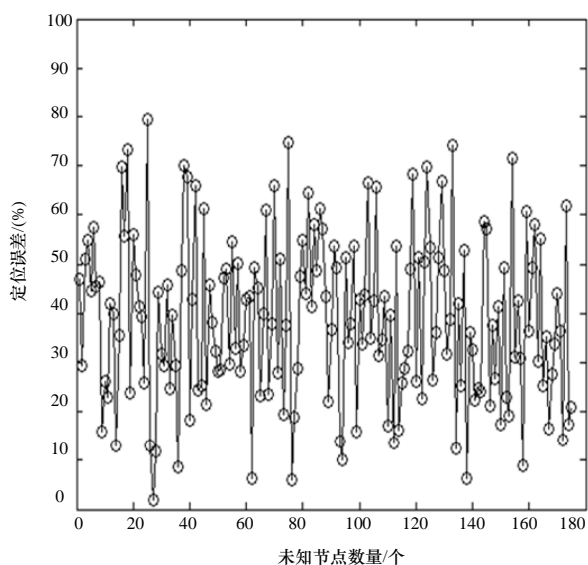


图3 LS算法中每个未知节点的定位误差

4.1 节点数量与平均定位误差的关系

锚节点数量与平均定位误差的关系,在仿真区域内随机部署了25个锚节点,节点通信半径是30 m,变化未知节点的数量,ART和LS 2种算法的平均定位误差比较如图4所示。

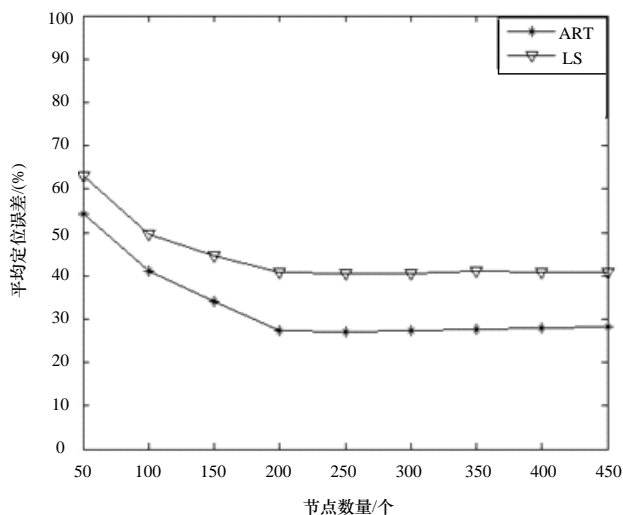


图4 未知节点数量与平均定位误差的关系

从图中可以看出,ART算法的平均定位误差相对于LS算法的平均定位误差改善了10%-20%。当节点数超过200时,平均定位误差不再受随未知节点个数的增加而变化,而是趋于平稳。

4.2 锚节点数量与平均定位误差的关系

在仿真区域内随机部署200个节点,节点通信半径是30 m,变化锚节点的数量,ART和LS 2种算法平均定位误差比较如图5所示。

从图中可以看出,ART算法对锚节点数量有较好的适应性。特别是当锚节点数量小于20时,ART算法的定位误差

明显优于LS算法的定位误差。当锚节点数量超过20时,2种算法的定位误差趋于平稳。

但从图中仍可看出,ART算法还是优于LS算法。这是由于锚节点的数量增加时,能向节点提供的定位信息也增多,即约束条件增多,解的误差空间减少,因此,2个方法的解将趋于平稳。但总体上,太多的锚节点,将导致计算量加大,消耗无线传感器网络中的有限电池资源,需要在定位精度与电池能量之间折中考虑。

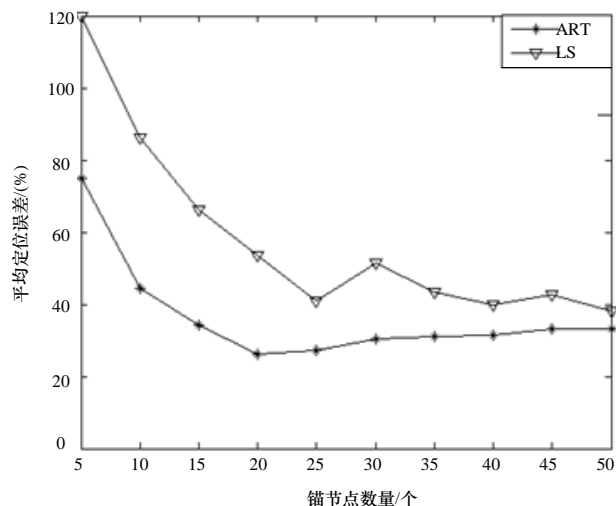


图5 锚节点数量与平均定位误差的关系

5 结束语

本文针对学术界与工业界广泛关注的无线传感器网络节点的定位问题,分析比较了采用最小二乘法和采用代数重建法分别求解DV-Hop定位算法产生的节点定位误差,通过仿真图描述了不同节点个数、锚节点个数时,上述2种方法求解定位算法时所得的平均误差变化趋势,结果验证了基于代数重建法的DV-Hop定位算法使结点定位误差更小。

参考文献

- [1] 杨磊,张政保,谢桂海.基于角度阈值的改进型DV-Hop定位算法[J].计算机工程,2008,34(20):96-100.
- [2] 刘克中,王殊,胡富平.无线传感器网络中一种改进DV-Hop节点定位方法[J].信息与控制,2006,36(6):787-792.
- [3] Andersen A H. Algebraic Reconstruction in CT from Limited Views[J]. IEEE Trans. on Med. Img., 1989, 8(1): 50-55.
- [4] 袁炼勇,武俊,曾晓玲.WSN中基于能量均衡的优化覆盖算法[J].计算机工程,2008,34(15):100-104.
- [5] Herman G T. Image Reconstruction from Projections: The Fundamentals of Computerized Tomography[M]. New York, USA: Academic Press, 1980.
- [6] 张顺得,王建武,刘清.基于代数重建法的计算机断层成像[J].咸阳师范学院学报,2004,19(4):34-37.

编辑 金胡考