

基于 Grover 算法的通信系统信号检测

周立志, 李 飞

(南京邮电大学通信与信息工程学院, 南京 210003)

摘 要:设计一种基于 Grover 算法的 MIMO-OFDM 系统信号检测方案,将 Grover 算法应用于寻找最小判决值以判决发送序列。通过 Matlab 仿真分析比较 Grover 及其改进算法与传统检测算法的复杂度和性能。测试结果表明, Grover 改进算法可以在有效降低复杂度的同时,达到与经典最佳接收算法基本相同的性能。

关键词: Grover 量子搜索算法; 量子并行计算; MIMO-OFDM 检测

Signal Detection of Communication Systems Based on Grover Algorithm

ZHOU Li-zhi, LI Fei

(College of Communication & Information Engineering, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210003)

【Abstract】 An investigation of the signal detection scheme with Grover algorithm in MIMO-OFDM system is developed, and Grover algorithm is applied to find the minimum value in order to decide the sending sequence. In order to test the efficiency and reliability of this algorithm, the analysis and comparison between Grover algorithm, improved Grover algorithm and other traditional algorithms are made by Matlab simulation. Experimental results show that it can reduce the complexity, while achieving the same performance of the traditional optimum detection algorithms.

【Key words】 Grover quantum search algorithm; quantum parallel computation; MIMO-OFDM detection

1 概述

自 MIMO 通信结构提出以来,通信界已对 MIMO 信号检测进行了广泛、深入的研究,并提出了很多信号检测算法,如迫零(ZF)算法、最小均方误差(MMSE)算法。然而,这些算法普遍都是基于平坦衰落 MIMO 信道的,对于信道为频率选择性的宽带 MIMO 通信系统,其接收信号存在严重的码间干扰,是 MIMO 检测算法无法克服的,必须采用能够对抗频率选择性衰落的技术。

将 OFDM 技术引入 MIMO 不仅能克服信道的频率选择性,还能进一步提高频带利用率。利用量子算法实现该系统的信号检测,可以利用量子算法的高度并行处理^[1-3]运算特性大幅度降低算法的复杂度。文献[4-5]提出了一种量子搜索算法 Grover 算法,在量子计算机上对长度为 N 的无序数据库进行求解,其时间复杂度为 $O(\sqrt{N})$,而无序数据库的搜索问题在经典计算机上实现的时间复杂度为 $O(N)$ 。

本文提出一种基于 Grover 搜索算法的 MIMO-OFDM 检测方案,在有效降低算法复杂度的同时,达到与经典最佳接收算法基本相同的性能。

2 MIMO-OFDM系统

本文采用的信道模型来源于文献[6]。基于空间复用的无编码 MIMO-OFDM 系统检测框图如图 1 所示。设发送端有 M 根天线,接收端有 N 根天线,第 $m(m=1, 2, \dots, M)$ 根发送天线和第 $n(n=1, 2, \dots, N)$ 根接收天线间的信道为每径服从瑞利分布的多径衰落信道,OFDM 子载波个数为 K 。在发送端,输入的比特流经过串/并转换后分成 M 个并行的数据流,以实现多天线的输出。对每一路子流,都要先进行信号映射再进行 IFFT 变换。这里的 IFFT 实现的是 OFDM 调制功能,即

将低速的多路并行数据流同时调制到相互正交的 K 个子载波上。为了减小系统的符号间干扰(ISI),在 IFFT 变换后,还要在符号间加入保护间隔。通常,为了减小子载波间的干扰,保护间隔采用循环前缀的形式。最后进行并串转换后发送。在接收端,每副天线接收到从 M 副不同天线发送并经过 MIMO-OFDM 信道线性叠加的信号后,首先对每一路数据流进行串并转换并去掉循环前缀;然后按照接收天线分别做 K 点的 FFT 变换,从时域变换到频域;最后,并行的数据流经过检测器处理后,送入解调器,并通过并/串转换器得到恢复的信息比特流。

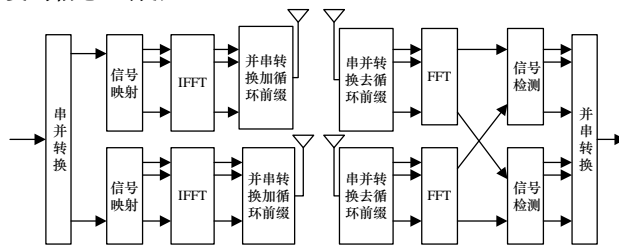


图1 MIMO-OFDM系统信号检测框图

在图1所示的MIMO-OFDM系统中,对于具有 K 个子载波的OFDM系统,可以假设接收端完全知道信道 H 的状态信息,在一个OFDM符号的持续时间内,信道特性不变,循环前缀大于信道的时延扩展,系统不存在符号间干扰。那么在一个OFDM符号的持续时间内,任意一对天线间的多径信道可以表示为 K 个具体复传输系数的并行频域子信道^[7]。

作者简介: 周立志(1983—),男,硕士研究生,主研方向:智能信号处理;李飞,教授

收稿日期: 2010-01-12 **E-mail:** zhou.li.zhi@163.com

3 量子Grover算法

Grover 算法的意图是通过初始等幅叠加态进行么正变换, 不断增加目标量子态的概率幅, 同时减少其他非目标量子态的概率幅。最后目标量子态的概率幅越大, 搜索(即测量)到正确目标的概率也越大。

Grover 算法^[4]描述如下:

- (1) 初始化。通过 Walsh-Hadamard 变换作用在量子态 $|0 \cdots 0\rangle_n$ 上, 使所有基矢的振幅相等。
- (2) 进行 Grover 迭代。反复进行下面的步骤 1) 和步骤 2) J 次, $J = \lceil \pi/4\sqrt{N/M} \rceil$, 其中, M 为正确解的个数; $\lceil \cdot \rceil$ 表示取整。

1) 选择性旋转变换 U_f (相当于对解集作标记): 设 S 为输入中的一个基矢: 当 $C(S)=1$ 时将矢量 S 旋转 180° ; 当 $C(S)=0$ 时, 不变。

2) 将变换 D 作用在各输入分量上。 D 的定义如下:

$$D_{ij} = \begin{cases} \frac{2}{N} & \text{if } i \neq j \\ -1 + \frac{2}{N} & \text{if } i = j \end{cases}, D \text{ 可以表示成 } WRW, \text{ 其中, } W \text{ 是 } W\text{-H}$$

变换矩阵; R 是条件相移矩阵。矩阵 R 的作用是把满足 $C(|S\rangle)=1$ 的量子态 $|S\rangle$ 的概率幅取反, R 的定义如下:

$$R_{pq} = \begin{cases} 0 & \text{if } p \neq q \\ 1 & \text{if } p = q \text{ 且对应的量子基态不是 } |\varphi\rangle \\ i & \text{if } p = q \text{ 且对应的量子基态是 } |\varphi\rangle \end{cases}$$

(3) 对输入进行测量, 观察结果为 $|\varphi_v\rangle$ 。若 $C(|\varphi_v\rangle)=1$, 则得到结果, 否则, 重新开始算法。

Grover 算法能够有效地对数据库进行搜索。但是它在以下情况下是无效的^[6]:

- (1) 当 $m = \frac{N}{2}$ 时, $\theta = \pi/4$, 无论迭代次数多少, $P = \frac{1}{2}$, 迭代与不迭代而直接测量的效果一样。因此, 此时算法是无效的。
- (2) 在 $m > N/4$ 时, 为保证算法有较大成功概率, 需要的迭代次数不满足 $O\left(\sqrt{\frac{N}{m}}\right)$ 关系。

为了解决上述 Grover 算法存在的问题, 文献[8]对 Grover 算法进行了改进, 下文将研究比较 Grover 算法及其改进算法对 MIMO-OFDM 信号检测的效果。

4 基于Grover及其改进算法的信号检测设计方案

首先需要构造 2 个数据库, 第 1 个数据库中有 2^n 个寄存器, 保存所有可能的发送序列, 相关矩阵 R_s 和接收信号作为进行判决的必要信息存储于计算机中, 把每种可能的发送序列与相关矩阵和信道矩阵 H 根据 $\|y - Hx\|^2$ 进行计算就可得到 2^n 个判决值, 将这些判决值放于第 2 个数据库中。第 1 个数据库中的消息发送序列与第 2 个数据库中的判决值构成一一对应的关系。对应于 $\|y - Hx\|^2$ 最小判决值的消息序列即为最佳检测方案检测出的发送序列。因此, 下面要做的工作就是寻找最小的判决值, 以此来判决发送序列, 可以使用 Grover 算法解决这一问题。

基本思想为: 假设数据库 2 中有一组判决值为 $x_1, x_2, \dots, x_N, N = 2^n$, 对应于量子系统的 $N = 2^n$ 个量子基态 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_N$, 将它们存放于一个量子寄存器。在第 2 个数据

库中有 $x_i = \min_{i=0}^{N-1}(x_i)$, 现在求其在数据库中的位置。由于数据库 2 中的判决值与量子寄存器中的量子态是对应的, 那么一旦在量子寄存器中找到 x_i 所对应的量子态的位置, 也就确定了 x_i 在数据库 2 中的位置, 从而找到 x_i 所对应的发送序列, 将其作为判决得到的消息序列, 这样使得利用量子搜索算法解决经典问题成为可能。

具体算法描述如下:

(1) 构造 $N = 2^n$ 量子寄存器, 包含量子基态 $|\varphi_1\rangle, |\varphi_2\rangle, \dots, |\varphi_N\rangle$, 分别对应判决值 x_1, x_2, \dots, x_N , 表示为函数形式 $T(|\varphi_i\rangle) = x_i (i = 1, 2, \dots, N)$ 。

(2) 使用 Walsh-Hadamard 变换初始化量子寄存器, 此时量子寄存器的量子态为 $|\varphi(k_j^{(0)}, l_j^{(0)})\rangle = \sum_{k=1}^N \frac{1}{\sqrt{N}} |\varphi_k\rangle$, 其中, $k_j^{(0)}, l_j^{(0)}$ 均为 $\frac{1}{\sqrt{N}}$ 。

(3) 在量子寄存器中随机取一量子基态, 将其所对应的判决值作为门限值。将量子寄存器中首个量子基态 $|\varphi_1\rangle$ 所对应的判决值 x_1 作为门限值。之后利用 Grover 算法找出量子寄存器中所对应判决值小于等于 x_1 的量子基态。使用旋转操作 R 将其概率幅旋转, 否则保持不变。

(4) 对于量子基态概率幅向量应用矩阵 D 进行么正变换, 放大所要寻找量子基态的概率幅。

(5) 通过 R 算子和 D 算子的迭代作用后, 便找出了量子寄存器中对应判决值小于等于 x_1 的所有量子基态, 将目标量子态的寻找范围大大缩小。对所有搜索到的量子态重复操作(3)和操作(4), 利用 Grover 算法搜索到所对应判决值小于等于门限值的量子基态, 直到剩余唯一量子基态为止。

此时量子寄存器的量子态为 $|\varphi(k_j^m, l_j^m)\rangle$, 对量子寄存器进行测量就可以获得所求的解。

5 仿真结果与分析

为了分析比较上面所介绍的基于 Grover 算法的 MIMO-OFDM 检测算法的性能, 本文采用 OFDM 的子载波数 $K=16$, 每个载波发送的符号数为 128。假设信道矩阵 H 已知, 在 128 个符号周期内都保持不变, 然后独立地改变; 而且假设接收端知道精确的信道状态信息, 发送端使用的是未编码的 QPSK 调制; 用户发送功率为 1, 传输对于每一个噪声是复值的加性高斯白噪声, 且服从均值为 0 的独立同分布的高斯白噪声; 使用 4×4 的单径 MIMO-OFDM 系统。将 Grover 算法检测(GD)及其改进的算法^[8]检测(IGD)应用于 MIMO-OFDM 信号检测中, 与传统的最大似然(ML)算法、迫零算法、最小均方误差算法检测相比较, 设接收端检测到的信号与发送端的原始信号之差若在一定的范围内, 则判为没有误码正确接收, 这个范围定义为搜索误差。

仿真结果分析: 将原始 GD 的搜索误差缩小到 0.000 1 甚至更小时, 其检测效果很差, 原始的 GD 在搜索误差较小时一定程度上会搜索失败, 图 2 中搜索误差取与图 3 中一致时同取 0.000 1, 但 IGD 效果明显好于图 4 的 GD, 明显优于 ZF 和 MMSE 算法, 而且当取更小的搜索误差时效果仍然很好, 搜索成功, 这是因为开始时选取阈值是随机的, 搜索误差大小选取的不同, 不但关系计算复杂度的大小, 而且将影响其算法的准确性。

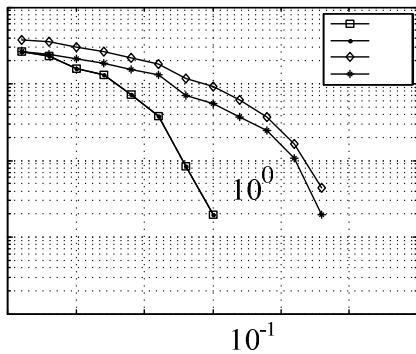


图2 搜索误差为 0.000 1 时 IGD 与传统算法性能比较

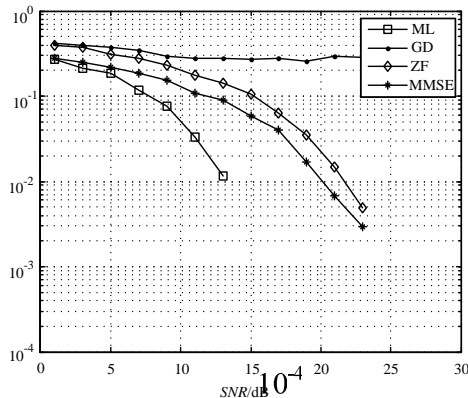


图3 搜索误差为 0.000 1 时 GD 与传统算法性能比较

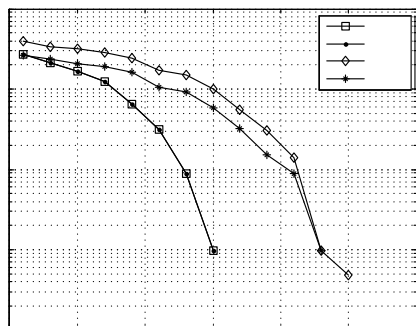


图4 搜索误差为 0.001 时 GD 与传统算法性能比较

IGD 的搜索结果比原始 GD 更准确和有效,当解的个数较多时,GD 算法就会出现它的最大迭代次数无法确定,而在 IGD 中可以保证在解的个数大于 $N/3$ 时能够以极大的概率经过一次迭代获得解^[8]。这些都表明改进的 Grover 算法可以明显地改进行传统 MIMO-OFDM 检测算法的性能,并且在有效降低算法复杂度的同时可以达到与最大似然检测算法非常接近的性能。

6 结束语

如果考虑最大似然算法的运算复杂度,假设调制信号星座图空间大小为 q ,对于发射天线数为 M 的系统,将要进行 q^M 次比较,最大似然检测算法的复杂度与发射天线数呈指数关系。由此可以看出,当发射天线数目和调制阶数较大时,这种遍历式搜索过程因运算复杂度在实际系统中难以实时实现或不能实现,所以只应用于理论分析中。

ZF 和 MMSE 的接收机大大降低了运算复杂度,但是由于其性能在高信噪比时明显下降,因此这 2 种算法都是以牺牲性能来换取复杂度的降低。对于 Grover 算法,文献[9]证明了最佳迭代次数为 $j \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{N}{m}}$,发现最佳迭代次数 j 与 \sqrt{N} 属于同一数量级,它们可以将搜索问题从经典的 N 步缩小到 \sqrt{N} 步,其时间复杂度为 $O(\sqrt{N})$,从而显示出了量子加速。对于改进的算法(IGD),文献[8]已经证明了其时间复杂度保持在 $O(\sqrt{N}/t)$,该算法更加有效和快速。本文提出的基于量子 Grover 算法的 MIMO-OFDM 检测方案能有效地降低算法的复杂度,并在误码性能方面与经典最佳检测方案效果一致。

参考文献

- [1] 李承祖. 量子通信和量子计算[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2000.
- [2] Imre S, Balazs F. Quantum Multi-user Detection[C]//Proc. of the 1st Workshop on Wireless Services & Applications. Paris, France: [s. n.], 2001: 147-154.
- [3] Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information[M]. [S. l.]: Cambridge University Press, 2000.
- [4] Grover L. A Fast Quantum Mechanical Algorithm for Database Search[C]//Proc. of the 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing. Philadelphia, USA: ACM Press, 1996: 212-219.
- [5] Grover L K. Quantum Mechanics Helps in Searching for a Needle in a Haystack[J]. Physical Review Letters, 1997, 79(2): 50-63.
- [6] Berenguer I, Adeane J. Lattice-reduction-aided Receivers for MIMO-OFDM in Spatial Multiplexing Systems[Z]. Lab for Communication Engineering, University of Cambridge, 2002.
- [7] Foschini J, Gan M J. On Limits of Wireless Communications in a Fading Environment When Using Multiple Antennas[J]. Wireless Personal Communications, 1998, 6(3): 311-335.
- [8] 宋 辉. 一种改进的量子搜索算法[D]. 长沙: 国防科技大学, 2002.
- [9] Deutsch. Quantum Computational Networks[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: Mathematical and Physical Sciences, 1989, 425(1868): 73-90.

编辑 张正兴

(上接第 249 页)

- [3] Velliste M, Perel S M, Spalding C, et al. Cortical Control of a Prosthetic Arm for Self-feeding[J]. Nature, 2008, 453(7198): 1098-1101.
- [4] 官金安, 林家瑞, 赵 婕. 直接神经接口与控制技术[J]. 国外医学: 生物医学工程分册, 2004, 27(6): 337-340.
- [5] 王 敏, 苏学成. 脑-机接口研究新进展[J]. 国外医学: 生物医学工程分册, 2005, 28(5): 277-280.

- [6] 毕路拯, 张 然, 高 原, 等. 基于认知任务的脑机接口方法研究[J]. 计算机工程, 2007, 33(1): 190-192
- [7] Wessberg J, Stambaugh C R, Kralik J D, et al. Real-time Prediction of Hand Trajectory by Ensembles of Cortical Neurons in Primates[J]. Nature, 2000, 408(6810): 361-365.

编辑 陆燕菲

