

# 一种改进的受限制自适应图像复原算法

来彦栋, 陈 奋, 刘晓云

(电子科技大学自动化工程学院, 成都 611731)

**摘要:** 利用 Wiener 滤波或约束最小二乘方法复原的图像在图像灰度值发生跳变处会出现振铃式的波纹。受限制自适应图像复原算法对复原和平滑加以局部的适应性控制, 有效地克服振铃波纹。在受限制自适应图像复原算法的基础上, 通过提高加权数组的精细程度, 改善复原的自适应控制能力, 采用 Neumann 边界条件消除边界截断引起的寄生波纹。实验结果表明改进算法的复原效果较优。

**关键词:** 自适应图像复原; Sobel 算子; Neumann 边界条件

## Improved Constrained Self-adaptive Image Restoration Algorithm

LAI Yan-dong, CHEN Fen, LIU Xiao-yun

(School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

**【Abstract】** The restored image which takes advantage of Wiener filter or least squares algorithm occur ringing waves in the place where the gray scale value of image is jumping. The constrained self-adaptive image restoration algorithm effectively overcomes the ringing waves through local adaptive control of restoration and smoothness. On the basis of the constrained self-adaptive image restoration algorithm, the ability of self-adaptive control of restoration is improved by increasing the precision of the weighted array, and the artifacts occurred by boundary truncation are removed by adopting Neumann boundary condition. Experimental results show that the improved algorithm gains better recovery effect.

**【Key words】** self-adaptive image restoration; Sobel operator; Neumann boundary condition

### 1 概述

图像在获取、传输和存储过程中由于受多种原因(如模糊、失真、噪声)的影响, 质量会出现下降, 这一降质过程称为“图像的退化”。引起图像退化的原因很多。在图像的获取(数字化过程)和传输过程中, 使用 CCD 摄像机获取图像, 光照程度和传感器温度是造成图像退化的主要因素, 图像传输过程中传输信道受到噪声污染, 也会造成图像质量的下降。

图像复原技术是指根据指定的图像退化模型对在某种情况下退化或降质的退化图像进行恢复, 以获取未经退化的原始图像。图像复原的处理过程实际是对退化图像质量的提高, 并通过图像质量的提高改善图像视觉效果。基本的频域图像复原算法有 Wiener 滤波、约束最小二乘算法; 基本的空间域复原算法有受限制自适应复原算法<sup>[1]</sup>、最大熵复原算法<sup>[2]</sup>等。

总变分最小化方法<sup>[3]</sup>是一种以保存图像细节为目标的正则化复原方法, 该方法能够抑制噪声, 但并不对复原图像施加一种平滑作用, 这样就有可能使复原图像的跳变边缘得到保持, 但该方法涉及到对椭圆型偏微分算子的离散化, 计算比较复杂。包括线性过程的 Markov 随机场模型的图像复原方法<sup>[4]</sup>取得了较好的复原结果, 但该方法算法复杂、计算量大, 收敛速度较慢。近年来, 迭代的信号复原技术被应用于图像复原中。一种基于小波域局部高斯模型的图像复原算法<sup>[5]</sup>利用图像的小波域局部高斯模型作为未知图像的先验概率模型, 从观测图像出发估计未知图像的参数向量, 并利用共轭梯度法求解相应的约束优化问题, 取得了较好的复原结果, 但算法复杂计算量大。基于模糊函数的自适应平滑约束图像复原算法<sup>[6]</sup>的实质是先根据当前迭代结果提取关于图像边缘的先验知识, 再自适应地构造更符合图像边缘信息的平

滑约束条件, 用于进行图像复原处理。该算法同时注重边缘检测和保护, 对模糊度较轻的模糊图像取得了较好的复原结果, 但是由于采用 Van Cittert 迭代求解, 需要迭代多次才能收敛。另外, 该算法虽然采用了 5 个滤波器, 但边缘信息仍不够完整。

本文通过分析受限制自适应图像复原算法存在的不足, 提出一种基于受限制自适应图像复原算法的改进算法。

### 2 图像退化/复原模型

图像复原是线性病态问题的一个实例, 其退化/复原模型<sup>[7]</sup>如图 1 所示。

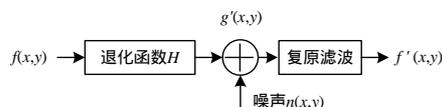


图 1 图像退化/复原过程的模型

这是一个简单的通用图像退化/复原模型, 反映了图像退化的原因。它将图像的退化过程模型化为一个退化函数(或退化算子) $H$ 。由图可知, 一幅纯净的图像  $f(x,y)$  由于一个系统  $H$  以及引进外来加性噪声  $n(x,y)$  而退化为一幅图像  $g(x,y)$ 。图像复原的目的是获得关于原始图像的近似估计  $f'(x,y)$ , 希望这一估计尽可能接近原始图像, 并且  $H$  和  $n$  的信息知道得越多, 所得到的  $f'(x,y)$  就越接近  $f(x,y)$ 。

图 1 的输入和输出具有如下关系:

**基金项目:** 国家自然科学基金-青年科学基金资助项目(40801171)

**作者简介:** 来彦栋(1984 -), 男, 硕士研究生, 主研方向: 图像复原, 控制理论与控制工程; 陈 奋、刘晓云, 副教授

**收稿日期:** 2010-03-15 E-mail: gillyd1984@163.com

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + n(x, y) \quad (1)$$

其中,  $H[*]$  为退化函数, 大多数情况下作线性系统处理。如果系统  $H$  是一个线性、位置不变的过程, 那么在空间域中给出的图像可由下式给出:

$$g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + n(x, y) \quad (2)$$

其中,  $h(x, y)$  是退化函数的空间描述; “\*” 表示空间卷积。基于式(2)求解近似估计  $f(x, y)$  是一个病态问题, 必须用正则化方法将其转化为良态问题, 然后求出  $f(x, y)$ 。

### 3 受限制自适应图像复原算法分析

受限制自适应图像复原算法<sup>[1]</sup>的意图是克服复原图像在图像的灰度值发生跳变的地方产生的振铃式寄生波纹。主要想法是对复原和平滑加以局部的适应性控制, 使得在图像的平坦区域加强平滑而减弱复原; 在图像的棱边附近则加强复原, 减弱平滑。这体现了人的视觉对棱边敏感的要求。在平坦区域减弱复原也就减弱了噪声的放大, 总的复原效果可以得到改善。这是迄今效果最好的复原方法之一。

Legendijk 等人建议使用 Miller 正则化, 即规定 2 个限制:

$$\|y - Bx\|_{\varepsilon}, \|Cx\|_E \quad (3)$$

其中,  $\varepsilon$  和  $E$  是 2 个指定的界,  $\varepsilon$  的选取取决于观测图像的噪声能量,  $E$  的选取则取决于容许的复原图像高频能量;  $y$  是模糊图像;  $x$  是原始图像;  $B$  和  $C$  是非周期卷积核矩阵;  $B$  是退化函数;  $C$  由  $c(m, n)$  生成, 其中,

$$c(m, n) = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

为了控制复原的局部适应性, 引入 2 个加权矩阵对式(3)进行修改, 变成

$$\|y - Bx\|_R = [(y - Bx)^T R (y - Bx)]^{1/2} \quad \varepsilon \quad (5)$$

$$\|Cx\|_S = [(Cx)^T S (Cx)]^{1/2} \quad E \quad (6)$$

其中,  $R$  和  $S$  是 2 个对角矩阵, 它们包含了对每个像元发生作用的权系数  $r_{ij}$  和  $s_{ij}$ 。指定  $r_{ij}$  值可以在复原过程中强调保持图像的棱边, 可以控制噪声变化的非平稳性, 还可以用于增强丢失数据的恢复。指定  $s_{ij}$  值可以局部地控制平滑性, 以消除振铃形寄生波纹。可以看出, 在图像的平坦区域, 必须使用大的  $s_{ij}$  和小的  $r_{ij}$ 。而在图像的棱边区域, 情况正好相反。

组合式(5)和式(6)得到单个不等式:

$$J_W(x) = [(y - Bx)^T R (y - Bx)] + \alpha [(Cx)^T S (Cx)] \quad 2\varepsilon^2 \quad (7)$$

其中,  $\alpha = (\frac{\varepsilon}{E})^2$ 。最小化  $J_W(x)$  得到下列方程:

$$(B^T R B + \alpha C^T S C)x = B^T R y \quad (8)$$

使用 Van Cittert 迭代算法或共轭梯度迭代算法(本文选取此法)解上式涉及到的关键计算是:

$$q = (B^T R B + \alpha C^T S C)p \quad (9)$$

其中,  $p$  是尺寸与  $x$  相同的任意数值向量。  $q$  的计算可以利用 FFT 技术实现。

加权矩阵  $R$  和  $S$  或数组  $r(m, n)$  或  $s(m, n)$  的选取直接影响复原效果。前面已经说明了 2 个数组的选取原则。文献[8]提出的选取方法为:

$$s_{ij} = \frac{1}{1 + \mu \max[0, \sigma_y^2(i, j) - \sigma_\varepsilon^2]} \quad (10)$$

$$r_{ij} = \frac{1}{1 + (\mu \max[0, \sigma_y^2(i, j) - \sigma_\varepsilon^2])^{-1}} \quad (11)$$

其中,  $\mu$  是一个可选参数, 它决定  $s_{ij}$  的取值范围,  $s_{ij}$  的最大值是 1, 而最小值可以选择 0.01 或 0.001, 其中,  $\sigma_y^2(i, j)$  是

$y(i, j)$  的局部方差, 它在像元  $(i, j)$  的  $3 \times 3$  或  $5 \times 5$  领域上计算。

受限制自适应图像复原算法可以提供比频域算法好的结果。但上面介绍的基本算法在应用上仍有不少缺点。当降晰函数尺寸小时(例如 Gauss 降晰函数尺寸不大于  $7 \times 7$ , 散焦降晰函数尺寸不大于  $5 \times 5$ , 大多数文献的例子在这个尺寸范围内), 问题表现不明显。随着降晰函数尺寸增大, 问题会变得很严重, 主要表现为: (1) 边界截断引起的寄生波纹严重; (2) 对复原的自适应控制能力变差, 图像的棱边附近出现不规则的波纹。图 2 示出了这些问题, 图 2(a) 是方差为 3、尺寸为  $5 \times 5$  的 Gauss 降晰函数形成的降晰图像(SNR 为 32.72 dB)的复原结果, 图 2(b) 是方差为 3、尺寸为  $9 \times 9$  的 Gauss 降晰函数形成的降晰图像(SNR 为 32.72 dB)的复原结果, 可见图 2(b) 中棱边附近的不规则波纹和边界截断引起的周期波纹更严重。



(a) Gauss 块为  $5 \times 5$  的降晰图像的复原结果



(b) Gauss 块为  $9 \times 9$  的降晰图像的复原结果

图 2 基本的受限制自适应图像复原算法的复原结果

### 4 受限制自适应图像复原算法的改进

基于第 3 节提出的 2 个问题, 对受限制自适应图像复原算法进行改进。解决问题(1)可以利用 Neumann 边界条件<sup>[9]</sup>, 解决问题(2)需要产生出  $r(m, n)$  和  $s(m, n)$ , 以便能够鲜明地控制复原图像的棱边。

#### 4.1 Neumann 边界条件

假设待复原图像的大小为  $M$  行  $N$  列, 卷积核的大小为  $m$  行  $n$  列。Neumann 边界条件是将待复原图像的边界进行对称拓展, 上下边界各需拓展  $m/2$  行, 左右边界各需拓展  $n/2$  列。具体而言, 假设待复原图像各行为:  $R_1, R_2, R_3, \dots, R_M$ , 上边界需要拓展  $m/2$  行, 分别为  $R_0, R_{-1}, R_{-2}, \dots, R_{-m/2+1}$ , 则由对称拓展可得  $R_0 = R_1, R_{-1} = R_2, R_{-2} = R_3 \dots R_{-m/2+1} = R_{m/2}$ , 其他边界拓展方法类似, 则拓展后的图像大小为  $M+m$  行  $N+n$  列。对该图像进行滤波, 然后取其中间  $M$  行  $N$  列作为最终的滤波结果。由于该方法能够在图像边界处保证灰度跳跃的一阶连续, 因此不会在复原图像边界产生明显的振铃效应。

#### 4.2 改进的 Sobel 算子

为能够鲜明地控制复原图像的棱边, 需要提高加权数组  $r(m, n)$  和  $s(m, n)$  的精细程度, 因此, 最好使用棱边提取算法而不是简单地按式(10)和式(11)决定。本文提出一种改进的 Sobel 算子棱边提取算法, 基于该算法得到的棱边图像效果更好。

具体介绍如下: 原始的 Sobel 算子棱边提取算法有 2 个方向模板, 一个检测水平边缘另一个检测垂直边缘。改进的 Sobel 边缘检测方法<sup>[10]</sup>又增加了 6 个方向的模板, 即  $45^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ, 270^\circ, 315^\circ$ , 具体如图 3 所示。这样可以更加有效地检测图像多个方向的边缘, 使边缘信息更加完整。分别用每个模板对图像进行滤波, 得到 8 个滤波结果  $G_0, G_{45}, G_{90}, G_{135}, G_{180}, G_{225}, G_{270}, G_{315}$ 。文献[10]选择上述 8 个滤波结果中的最大值作为最终检测结果, 而本文最终的检测结果如下:

$$G = (G_0^2 + G_{45}^2 + G_{90}^2 + G_{135}^2 + G_{180}^2 + G_{225}^2 + G_{270}^2 + G_{315}^2)^{1/2} \quad (12)$$

则可得  $s = \frac{1}{1+G}$ ,  $r = \frac{1}{1+G^{-1}}$ 。



图3 边缘检测的8个方向模板

## 5 实验及分析

为了验证本文方法的效果,选取经典的 Cameraman 图像进行分析。图4为处理前后的复原效果图。原始图像如图4(a)所示,首先对 Cameraman 图像以方差为3、大小为 $9 \times 9$ 的 Gaussian 函数和信噪比为 32.72 dB 的随机噪声进行模糊加噪,其结果见图4(b),图4(c)是受限制自适应图像复原算法的结果,图4(d)是改进的受限制自适应图像复原算法的结果。



图4 各算法复原结果比较

为了比较客观地评价图像复原算法的性能,引入  $MSE$  (式13)和  $ISNR$  (式14)进行比较。比较结果见表1。

$$MSE = \sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n (f'(x,y) - f(x,y))^2 \quad (13)$$

$$ISNR = 10 \lg \left[ \frac{\sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n (f(x,y) - g(x,y))^2}{\sum_{x=1}^m \sum_{y=1}^n (f(x,y) - f'(x,y))^2} \right] \quad (14)$$

其中,  $m, n$  为图像的行、列数;  $f(x,y)$  是原始图像;  $g(x,y)$  是加噪模糊图像;  $f'(x,y)$  是复原图像。

表1 Cameraman 图像复原的性能比较

复原方法	MSE	ISNR/dB
受限制自适应图像复原算法	0.015 1	3.697 0
改进的受限制自适应图像复原算法(本文方法)	0.002 8	3.917 0
改进的受限制自适应图像复原算法(文献[10]方法)	0.003 0	3.627 0

无论从图4(c)和图4(d)的主观视觉质量,还是从表1中的数据,都容易看出,改进后的算法复原图像的噪声更小,图像复原的质量更好。实验结果表明,该方法确实有效地提

高了图像的视觉效果,增强了图像的质量,而且有效地克服了振铃效应,使图像更加平滑。

图5(a)和图5(b)分别为 Legendijk 等人提出的权重数组  $s$  和  $r$ ,图5(c)和图5(d)分别为本文提出的权重数组  $s$  和  $r$ ,由图可见,本文方法能够更精细地对边缘强度进行检测。



图5 权重数组的比较

文献[10]采用8个滤波结果的最大值作为最终的检测结果,利用此结果得到的复原图像的性能比较见表1最后一行。可以看出,如果改进算法选择最大值作为边缘检测的最终结果,则复原图像的  $ISNR$  不如未改进算法所得复原图像的  $ISNR$ ,而且,不论从  $MSE$  还是  $ISNR$  都可以看出,本文的检测结果对复原图像更有效。

另外,对文献[6]的算法进行了仿真对比,模糊图像是以方差为1.5、大小为 $7 \times 7$ 的 Gaussian 函数和信噪比为 37.22 dB 的随机噪声进行模糊加噪所得,图6(a)为本文的复原结果,图6(b)为文献[6]的复原结果,由图可以看出本文的复原结果更优。图7为收敛曲线,反映  $MSE$  与迭代次数  $k$  的关系。由图可以看出,本文算法的收敛速度更快。



图6 本文算法与文献[6]算法的比较

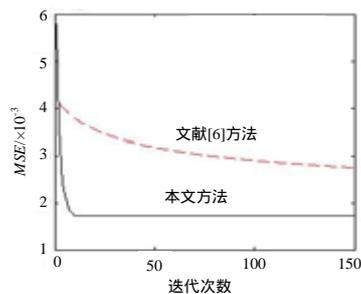


图7 收敛曲线

(下转第218页)