

# 动态邻域混合粒子群优化算法

彭 虎, 张 海, 邓长寿

(九江学院信息科学与技术学院, 江西 九江 332005)

**摘 要:** 粒子群优化(PSO)算法对于多峰搜索问题一直存在早熟收敛问题。为在增强 PSO 算法全局搜索能力的同时提高收敛速度, 提出一种动态邻域混合粒子群优化算法 DNH\_PSO, 采用 PSO 局部模型, 将随机拓扑和冯诺依曼拓扑相结合形成动态邻域, 提高算法的全局搜索能力, 为增强算法的局部搜索能力并加快收敛速度, 使用粒子邻域全面学习策略, 将拟牛顿法引入算法中。与其他 PSO 实验对比分析表明, 该算法对于多峰搜索问题具有较好的全局收敛性。

**关键词:** 粒子群优化; 动态邻域; 早熟收敛; 全局搜索; 拟牛顿法

## Dynamic Neighborhood Hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm

PENG Hu, ZHANG Hai, DENG Chang-shou

(School of Information Science and Technology, Jiujiang University, Jiujiang 332005, China)

**【Abstract】** Particle Swarm Optimization(PSO) algorithm has existed premature convergence for multimodal search problems. In order to enhance the global search ability and increase the speed of convergence, this paper proposes a Dynamic Neighborhood Hybrid Particle Swarm Optimization(DNH\_PSO) algorithm using local particle swarm model, the random topology and the von Neumann topology are combined to form dynamic neighborhood topology, improving the algorithm's global search ability, meanwhile in order to enhance the local search ability and convergence speed, the use of particles neighborhood comprehensive learning strategy, and introduction of quasi-Newton method. Experimental comparative analysis with other variant PSO shows that the algorithm for the multimodal search problems has better global convergence.

**【Key words】** Particle Swarm Optimization(PSO); dynamic neighborhood; premature convergence; global search; quasi-Newton method

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.14.071

### 1 概述

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法<sup>[1]</sup>是一种基于种群搜索的自适应进化算法, 其思想来源于对鸟群捕食行为的研究, 其优势在于简单且容易实现, 同时又有深刻的智能背景, 既适合科学研究, 又特别适合工程应用。

PSO 算法被提出后, 其简单、高效的特性引起了众多学者的极大关注, 但也存在早熟收敛问题, 因此, 研究人员致力于从 PSO 的各个方面提高其性能, 产生了许多变种。文献[2]提出基于适应度距离比值选择相邻粒子的 PSO 算法(FDR\_PSO)。文献[3]提出了基于收缩因子的局部模型 PSO 算法(PSO\_cf\_local)。文献[4]提出一种动态 PSO 算法, 设置敏感粒子和响应阈值, 当敏感粒子的适应度值变化超过响应阈值时, 按一定比例重新初始化种群和粒子速度。

虽然 PSO 算法的各种变种对算法性能有一定的改善, 然而早熟收敛仍是 PSO 算法的一大难题, 尤其对于复杂的多峰搜索问题。为此, 本文提出了动态邻域混合粒子群优化算法 DNH\_PSO(Dynamic Neighborhood Hybrid Particle Swarm Optimization)。

### 2 粒子群优化算法及相关概念

在 PSO 算法中, 每个个体称为一个“粒子”, 代表一个潜在的解。算法初始时随机产生一个初始种群并赋予每个粒子一个随机速度, 在飞行过程中, 粒子的速度通过跟踪 2 个极值予以动态调整:  $P_i$  是粒子本身找到的最好解,  $P_g$  是种群找到的最好解。在每次迭代中, 粒子根据下式更新速度和

位置:

$$v_{id}^{k+1} = wv_{id}^k + c_1r_1(p_{id} - z_{id}^k) + c_2r_2(p_{gd} - z_{id}^k) \quad (1)$$

$$z_{id}^{k+1} = z_{id}^k + v_{id}^{k+1} \quad (2)$$

根据粒子邻域是否为整个群体, PSO 算法分为全局模型和局部模型。全局 PSO 即前面所描述的标准 PSO 算法, 虽然具有较快的收敛速度, 但更容易陷入局部极值。为了克服全局 PSO 算法的缺点, 研究人员根据每个粒子仅在一定的邻域内进行信息交换的特性, 提出了局部 PSO 算法。粒子的邻域拓扑是影响局部 PSO 算法收敛性能的关键因素。

#### 2.1 邻域拓扑

文献[5]对粒子邻域的各种拓扑结构进行了对比研究, 发现在求解较简单的问题时, 邻域空间较大的 PSO 算法表现出较好的性能, 而对于较复杂的问题, 邻域空间较小的 PSO 算法表现较出色。

粒子的邻域拓扑结构主要有环形拓扑、星形拓扑、塔形拓扑、冯诺依曼拓扑及随机拓扑等。针对不同的优化问题, 这些拓扑的性能表现各异, 但总的来说, 随机拓扑往往能对大多数问题表现出较好的性能, 其次是冯诺依曼拓扑。

#### 2.2 邻域全面学习策略

文献[6]吸收了带收缩因子的 PSO 思想, 提出了一种粒子

**基金项目:** 江西省教育厅科技基金资助项目(GJJ10616)

**作者简介:** 彭 虎(1981—), 男, 讲师、硕士, 主研方向: 计算智能, 数据挖掘; 张 海, 讲师、硕士; 邓长寿, 副教授、博士

**收稿日期:** 2010-12-23 **E-mail:** xx\_penghu@jju.edu.cn

向其邻域空间的所有粒子进行全面学习的策略,其粒子速度更新公式如下:

$$v_i^{t+1} = \chi \left[ v_i^t + \sum_{p_k \in N_i} \varphi_k U_k^t (pb_k^t - x_i^t) \right] \quad (3)$$

其中,  $\varphi$  为加速因子之和,  $\varphi_k = \varphi / |N_i|$ ,  $\forall p_k \in N_i$ 。

在粒子的学习过程中,粒子的历史最优解  $P_i$  和种群的当前全局最优解  $P_g$  不一定处于全局最优解的收敛方向,这样就有可能出现早熟收敛的现象。对于局部 PSO,当其邻域空间较小时,全面学习策略对于多峰搜索问题是一种较有竞争力的方法。

### 3 动态邻域混合粒子群优化算法 DNH\_PSO

在 DNH\_PSO 算法中,为了增强粒子群的多样性,减缓收敛速度以避免过早陷入局部最优,使用局部模型,将随机拓扑和冯诺依曼拓扑结合起来,提出了动态邻域,即粒子的邻域是动态的也是随机的,同时为了增强算法的局部搜索能力,使用粒子邻域空间的全面学习策略,在此基础上将拟牛顿法引入 PSO 中。

#### 3.1 动态邻域

冯诺依曼拓扑结构中粒子的邻域空间为 4,研究表明其对于较复杂的问题具有良好的收敛性能,因此,在 DNH\_PSO 算法中将其作为粒子的邻域拓扑结构。如图 1 所示。为保持种群的多样性,采用动态邻域,每隔  $L$  代随机改变粒子的空间位置分布,并采用 2.2 节所描述的邻域全面学习模型进行粒子的更新,例如图 1 中左边所示的粒子 5,其邻域粒子为 {2,4,6,8},那么采用式(3)对其速度进行更新,经过  $L$  代随机变换产生如图 1 中右边所示的粒子位置分布,这时粒子 5 的邻域粒子变化为 {8,1,3,2}。

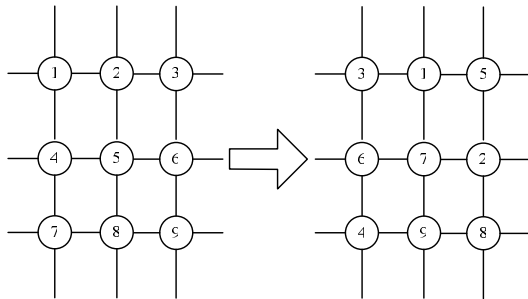


图 1 动态邻域示意图

#### 3.2 拟牛顿法

种群的多样性和快速的收敛速度是一对矛盾,通过动态邻域能获得较好的种群多样性效果,但会导致收敛速度的明显下降。为了在保持种群多样性的同时获得较快的收敛速度,在 DNH\_PSO 中引入拟牛顿法。拟牛顿法是目前使用导数的最优化算法中最有效的一种算法,但容易陷入局部极值,结果的正确与否还取决于初值点  $x_0$  的选取。因此,每隔  $K$  代对所有粒子的历史最优值进行排序,选取其中 25% 的较优粒子作为初值点  $x_0$  采用拟牛顿法进行优化。

Fminunc 是 Matlab 中关于无约束非线性优化问题的函数,利用拟牛顿法的原理,用于求解函数的极小值。为了简化仿真实验,在算法实验过程中直接使用 Matlab 中的拟牛顿法函数 Fminunc。

#### 3.3 算法流程

DNH\_PSO 算法具体步骤如下:

**Step1** 随机初始化粒子群中粒子的位置与速度,给定各个参数值。

**Step2** 按冯诺依曼拓扑结构初始化粒子的邻域空间。

**Step3** 根据式(2)和式(3)的全面学习公式更新粒子的速度和位置。

**Step4** 更新每个粒子的个体极值  $P_i$  和全局极值  $P_g$ 。

**Step5** 每隔  $K$  次迭代使用拟牛顿法进行粒子优化。

**Step6** 每隔  $L$  次迭代随机改变粒子的邻域空间。

**Step7** 判断迭代次数是否达到  $0.95 \times \text{Max\_Gen}$  (最大迭代次数),如果达到,转向 Step8,否则,转到 Step3。

**Step8** 根据式(1)和式(2)的全局模型公式迭代  $0.05 \times \text{Max\_Gen}$  次。

**Step9** 输出全局最优值,算法停止。

## 4 数值实验与结果分析

### 4.1 基准测试函数

为了评价本文 DNH\_PSO 算法在函数优化时的收敛速度、成功率和全局优化能力等求解性能,引入表 1 所示的 6 个基准测试函数进行分析。这 6 个基准函数具有不同的特点,可以充分考察新算法对不同类型问题的优化性能。其中,  $f_1$  和  $f_2$  是连续的单峰函数,通常用于检验算法收敛速度函数  $f_3 \sim f_6$  是复杂的非线性多峰函数,存在大量局部极值,可有效检验算法的群体多样性和全局搜索性能,以及逃离局部极值并避免早熟收敛的能力。

表 1 基准测试函数

名称	函数	$f(x^*)$	初始范围
Sphere	$f_1 = \sum_{i=1}^D x_i^2$	0	[-100, 100]
Rosenbrock	$f_2 = \sum_{i=1}^D i \cdot x_i^2$	0	[-2.048, 2.048]
Ackley	$f_3 = 20 + e - 20 \exp \left[ -0.2 \sqrt{\frac{1}{D} \sum_{i=1}^D x_i^2} \right] - \exp \left( \frac{1}{D} \sum_{i=1}^D \cos(2\pi x_i) \right)$	0	[-32.768, 32.768]
Griewank	$f_4 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos \left( \frac{x_i}{\sqrt{x_i}} \right) + 1$	0	[-600, 600]
Rastrigin	$f_5 = \sum_{i=1}^D [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$	0	[-5.12, 5.12]
Weierstrass	$f_6 = \sum_{i=1}^D \left[ \sum_{k=0}^{k_{\max}} \left[ a^k \cdot \cos(2\pi b^k (x_i + 0.5)) \right] \right] - D \sum_{k=0}^{k_{\max}} \left[ a^k \cdot \cos(2\pi b^k \cdot 0.5) \right]$ $a = 0.5, b = 3, k_{\max} = 20$	0	[-0.5, 0.5]

本文选取了 3 种 PSO 算法进行对比分析:标准 PSO 算法(SPSO),文献[2]的 FDR\_PSO 算法和文献[3]的 PSO\_cf\_local 算法,其粒子的邻域拓扑采用冯诺依曼拓扑。

### 4.2 结果分析

数值实验在 Matlab 中完成,种群规模为 30,最大迭代次数  $\text{Max\_Gen} = 3000$ ,最大速度  $V_{\max}$  设定为问题空间的 20%,求解精度  $\varepsilon = 10^{-4}$ ,其中, DNH\_PSO 中动态邻域随机变换代数  $L = 50$ ,拟牛顿法优化相隔代数  $K = 100$ ,每种 PSO 算法对每个测试函数在相同的条件下独立运行 30 次。实验结果如下所示,算法的最好结果用黑体显示,因篇幅所限,仅列出  $f_2$  和  $f_4$  的收敛曲线。

基准测试函数成功收敛的比率如表 2 所示,其中,成功率=达到精度的运行次数/总实验次数。由表 2 的实验结果可以看出: DNH\_PSO 除了  $f_4$  和  $f_5$  以外均获得 100% 的成功率,  $f_4$  和  $f_5$  的成功率也比其他算法高。SPSO 和 FDR\_PSO 对  $f_2$ 、 $f_4$  和  $f_5$  的成功率为 0, PSO\_cf\_local 对  $f_2$  的成功率为 0,对  $f_4$

和  $f_5$  的成功率也极低, 从中可以看出 DNH\_PSO 成功收敛的优势较明显。

表 2 基准测试函数成功收敛的比率

算法	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
DNH_PSO	1.000 0	1.000 0	1.000 0	0.533 3	0.166 7	1.000 0
SPSO	1.000 0	0.000 0	0.966 7	0.000 0	0.000 0	0.800 0
FDR_PSO	1.000 0	0.000 0	1.000 0	0.000 0	0.000 0	1.000 0
PSO_cf_local	1.000 0	0.000 0	1.000 0	0.066 7	0.033 3	0.933 3

基准测试函数最优值平均数如表 3 所示, 其中, 最优值平均数=历次实验最优值之和/总实验次数。由表 3 中实验结果可以看出, DNH\_PSO 对所有函数的最优值平均数比其他算法好。

表 3 基准测试函数最优值平均数

算法	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
DNH_PSO	2.485 0 e-017	5.965 5 e-011	1.249 2 e-008	0.005 1	1.293 4	7.334 1 e-005
SPSO	7.787 5 e-005	0.289 6	0.038 6	0.078 2	6.400 9	0.060 0
FDR_PSO	8.509 7 e-005	0.409 3	9.218 9 e-005	0.074 8	2.785 9	9.290 9 e-005
PSO_cf_local	8.219 2 e-005	0.517 3	8.974 0 e-005	0.038 3	3.780 8	0.013 2

基准测试函数成功收敛的迭代次数中值如表 4 所示, 其中, “ $\infty$ ” 表示迭代  $Max\_Gen$  次仍然没有收敛。从表 4 中可以看到, DNH\_PSO 除对  $f_5$  没有在指定迭代次数范围内收敛外, 对其他函数的收敛速度比较快, 其中,  $f_1$ 、 $f_2$  和  $f_4$  排在 4 个算法的第 1 位;  $f_3$  和  $f_6$  虽排在第 2 位, 但与表 3 综合比较发现, DNH\_PSO 的最优值平均数精度远高于处于第 1 位的 SPSO, 而 SPSO、FDR\_PSO 和 PSO\_cf\_local 对  $f_2$ 、 $f_4$  和  $f_5$  收敛较慢。

表 4 基准测试函数成功收敛的迭代次数中值

算法	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$
DNH_PSO	101	2 326	294	901	$\infty$	513
SPSO	149	$\infty$	213	$\infty$	$\infty$	347
FDR_PSO	852	$\infty$	1 011	$\infty$	$\infty$	1 150
PSO_cf_local	238	$\infty$	331	$\infty$	$\infty$	519

同时分析图 2 中的 Rosenbrock 函数收敛曲线和图 3 中的 Griewank 函数收敛曲线, 从中也可以看出 DNH\_PSO 收敛速度的优势较明显。

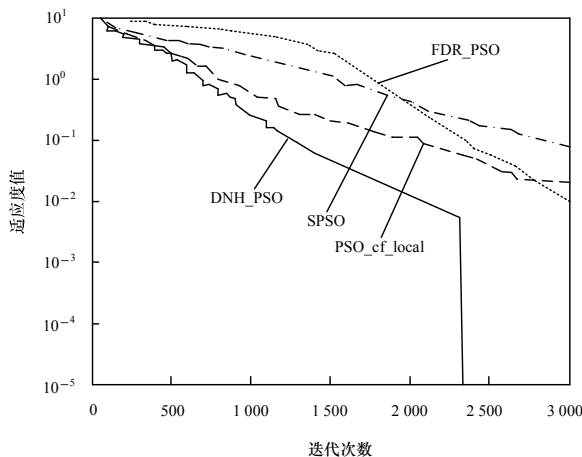


图 2 Rosenbrock 函数收敛曲线

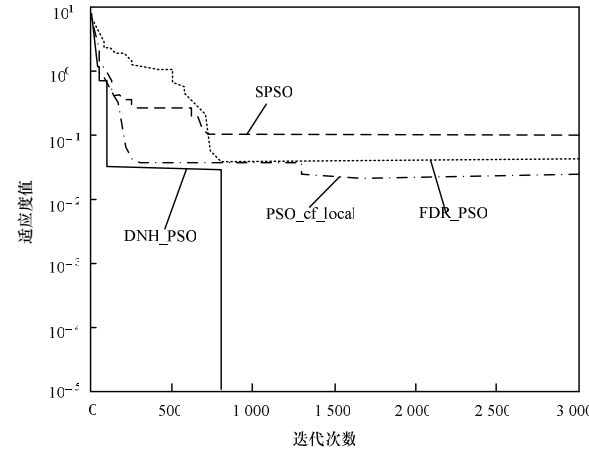


图 3 Griewank 函数收敛曲线

从实验结果可以看出: DNH\_PSO 无论在收敛速度、收敛成功率还是最优值精度方面相比 SPSO、FDR\_PSO 和 PSO\_cf\_local 算法都有明显的优势, 对非线性多峰函数  $f_3 \sim f_6$  具有较好的全局收敛性。

5 结束语

本文提出了一种动态邻域混合粒子群优化算法 DNH\_PSO。该算法采用基于动态邻域的粒子全面学习策略, 将随机拓扑和冯诺依曼拓扑相结合形成动态邻域, 并将拟牛顿法引入算法中, 在保持种群多样性的同时又能获得较快的收敛速度。引入 6 个基准测试函数进行分析, 充分考察新算法对不同类型问题的优化性能。对 6 个基准测试函数的仿真结果表明, DNH\_PSO 对所有函数的最优值平均数比其他算法好, 最优值平均数精度远高于 SPSO, 可较好地解决早熟收敛问题。

参考文献

[1] Eberhart R, Kennedy J. A New Optimizer Using Particle Swarm Theory[C]//Proc. of the 6th Symposium on Micromachine and Human Science. Piscataway, New Jersey, USA: [s. n.], 1995: 39-43.

[2] Peram T, Veeramachaneni K. Fitness-distance-ratio Based Particle Swarm Optimization[C]//Proc. of IEEE Swarm Intelligence Symposium. Indianapolis, USA: [s. n.], 2003: 174-181.

[3] Kennedy J, Mendes R. Population Structure and Particle Swarm Performance[C]//Proc. of CEC'02. Honolulu, USA: [s. n.], 2002: 1671-1676.

[4] 于雪晶, 麻肖妃, 夏 斌. 动态粒子群优化算法[J]. 计算机工程, 2010, 36(4): 193-194, 197.

[5] Kennedy J. Small Worlds and Mega-minds: Effects of Neighborhood Topology on Particle Swarm Performance[C]//Proc. of CEC'99. Piscataway, New Jersey, USA: [s. n.], 1999: 1931-1938.

[6] Mendes R, Kennedy J, Neves J. The Fully Informed Particle Swarm: Simpler, Maybe Better[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 204-210.

编辑 张正兴