

# 基于 QR-RLS 算法的预失真模型

王 敏, 王联国, 刘成忠

(甘肃农业大学信息科学技术学院, 兰州 730070)

**摘 要:** 讨论一种基于正交递归最小二乘法(QR-RLS)的功率放大器行为模型。该模型采用 Givens 旋转提高 QR-RLS 算法的运算效率, 能够提升数字预失真模型的系数更新速度, 更快地实现数字预失真模型的收敛。测试一个 44 dBm 的两载波 WIMAX 功率放大器, 并基于测试数据建立动态数字预失真模型。分析结果表明, 该模型能校正宽带功率放大器的非线性特性, 并快速实时地获得模型参数。

**关键词:** 行为模型; Volterra 级数; 记忆效应; 功率放大器; 递归最小二乘法

## Predistortion Model Based on QR-RLS Algorithm

WANG Min, WANG Lian-guo, LIU Cheng-zhong

(College of Information Science and Technology, Gansu Agricultural University, Lanzhou 730070, China)

**[Abstract]** In this paper, a power amplifiers behavioral model based on QR-RLS algorithm is introduced. In this model, the Givens circumgyration, which can efficiently enhances the calculation efficiency of QR-RLS algorithms, is used to improve the update speed of Digital Predistortion(DPD) model coefficients, and in turn, fasten the convergence speed of the DPD model. It measures a 44 dBm two-carrier WIMAX Power Amplifier(PA) and builds the dynamic DPD model based on input and output data obtained from the test. Performance analysis of dynamic model shows the model can not only describe and correct the nonlinear characteristic of wide-band power amplifier efficiently, but also obtain the value of model coefficients in faster speed and more dynamic method.

**[Key words]** behavior model; Volterra series; memory effect; Power Amplifier(PA); Recursive Least Square(RLS) method

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.14.095

### 1 概述

随着现代通信技术的发展, 数字预失真技术这些年一直是通信领域研究的热点, 并由此极大地促进了功率放大器行为模型的研究<sup>[1-2]</sup>。然而, 随着新的功率放大器技术应用和通信带宽的增加, 功率放大器的记忆效应对通信系统的性能影响也越来越严重, 这使得数字预失真模型变得越来越复杂, 其计算效率大幅度降低, 因此需要考虑一些新的方法来提高计算效率<sup>[3]</sup>。

递归最小二乘法(Recursive Least Square, RLS)是一种常用的实时模型参数计算方法<sup>[4]</sup>, 在一些研究中也用于数字预失真模型参数计算。然而, RLS 算法的一个问题在于数据饱和, 而为了建立较为准确的 DPD 模型, 往往需要获得较长时间的功放输出波形的采样数据, 这使得现有算法必须能够适应高速率, 大数据量的应用场景, 而传统的 RLS 已经不能满足这种需求。一些研究人员尝试采用奇异值分解的方法解决相关的计算问题<sup>[5]</sup>。

本文提出一种采用 Givens 旋转的基于 QR 分解的 RLS 算法来求解预失真模型参数。这样既能够采用 QR 分解大幅度提高模型参数求解的计算效率, 同时更便于采用整套算法采用 FPGA 或 ASIC 实现, 使得预失真模型的更新实现实时化。

### 2 功放预失真模型

在功放行为模型中, 记忆多项式(Memory Polynomial)模型和简化 Volterra 级数模型成为最为常见的 2 种功放模型<sup>[1]</sup>。前者是最为常用的非线性记忆模型, 其最大特点是结构简单, 模型参数求解为线性方程。后者通常用于描述比较复杂的非线性记忆系统。

由于 Volterra 级数虽然完备, 但过于复杂而并不实用, 并且往往会出现收敛性的问题, 因此实际中采用在记忆多项

式中引入一些不同时延的交叉项来简化 Volterra 模型的复杂度<sup>[3]</sup>。

#### (1) 记忆多项式模型

记忆多项式模型其表达式由式(1)给出。

$$\hat{y}(t) = \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N a_{m,n} \hat{x}^n(t-m) \quad (1)$$

其中,  $\hat{x}(t)$  和  $\hat{y}(t)$  为功率放大器输入和输出信号的对等效复包络;  $a_{m,n}$  为模型参数;  $M$  为模型记忆宽度;  $N$  为模型非线性阶数。

#### (2) 简化 Volterra 级数模型

式(2)给出一种简化 Volterra 级数模型。

$$\hat{y}(m) = \sum_{k=0}^K \{U_1(m,k) + U_2(m,k) + U_3(m,k)\} \quad (2)$$

$$U_1(m,k) = \hat{x}(m-k) \sum_{n=1}^N h_{k,n}^1 r(m-k)^{n-1} \quad (3)$$

$$U_2(m,k) = \hat{x}(m-k-l_0) \sum_{n=1}^N h_{k,n}^2 r(m-k)^{n-1} \quad (4)$$

$$U_3(m,k) = \hat{x}^*(m-k-l_0) x(m-k) \sum_{n=1}^N h_{k,n}^3 r(m-k)^{n-1} \quad (5)$$

其中,  $r(t) = \text{abs}(x(t))$ ;  $h_{k,n}^i (i=1,2,3)$  为模型系数。

可以看出, 无论是记忆多项式模型还是简化 Volterra 级数模型, 其参数求解都是线性方程, 非常利于采用高效率的

**基金项目:** 甘肃省科技支撑计划基金资助项目(1011NKCA058); 甘肃省自然科学基金资助项目(096RJZA004); 甘肃省教育厅科研基金资助项目(0902-04)

**作者简介:** 王 敏(1979—), 女, 讲师、硕士, 主研方向: 功率放大器非线性行为模型, 功率放大器线性化技术; 王联国, 教授; 刘成忠, 副教授、博士研究生

**收稿日期:** 2011-03-10 **E-mail:** wangm@gsau.edu.cn

算法来提高模型计算速度和效率。

### 3 基于 QR 分解的 RLS 算法

(1) RLS 算法

对于超定方程

$$Y = X \cdot \theta \quad (6)$$

其中,  $Y$  为输出向量;  $\theta$  为参数向量;  $X$  为输入变量矩阵。方程的 RLS 解为:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \gamma(k)e(k)$$

$$e(k) = y(k) - x^T(k)\hat{\theta}(k-1)$$

$$\gamma(k) = \frac{1}{x^T(k)P(k-1)x(k) + 1}P(k-1)x(k)$$

$$P(k) = (I - \gamma(k)x^T(k))P(k-1)$$

其中,  $P = (X^H X)^{-1}$ ;  $I$  为单位矩阵;  $x(k)$  和  $y(k)$  分别对应第  $k$  个输入信号所对应的输入向量和中间向量。

(2) Givens 旋转

为解决 RLS 算法中矩阵求逆的问题。为解决这个问题, 本文采用 Givens 旋转来实现参数矩阵的正交化。在 Givens 旋转的系数求解方程由式(7)给出。

$$\theta_i(k) = \frac{-\sum_{j=1}^i u_{N+1-i,j+1}(k)\theta_{i-j}(k) + y_{q,k+1-i}(k)}{u_{N+1-i,j+1}(k)} \quad (7)$$

其中,  $i = 0, 1, L, p$ ;  $u_{i,j}$  为  $i$  中第  $U(p+1)$  行第  $j$  列的元素, 且有:

$$y_q(k) = Q(k) \cdot y(k) = \begin{bmatrix} y_{q,1}(k) \\ M \\ y_{q,k+1}(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

### 4 数字预失真系统

数字预失真测试平台主要由发射链路和反馈链路两部分构成, 即需要包含收发模块, 不仅如此, 其还需要加入数字信号处理模块来实现相应的基带中频的算法。图 1 给出了自行搭建的放大器测试平台的框架。

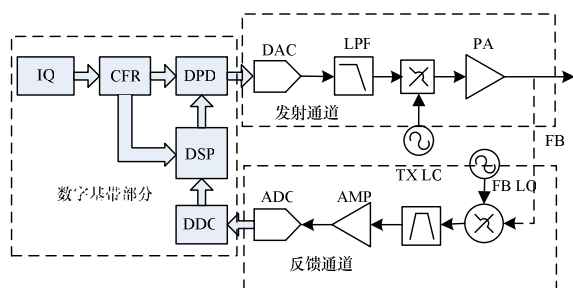


图 1 放大器测试平台框架

从图中可以看出, 整个测试平台分为发射链路部分、反馈链路部分和数字信号处理部分。数字信号处理部分包括 CFR(Crest Factor Reduction)、LUT(Lookup Table)、DSP 和 DDC(Digital Downconversion)部分, 其中, CFR 部分用于实现基带发射信号峰均比的降低; LUT 通常用于对功率放大器发射链路非线性的预补偿, 即通常的 DPD 功能; DDC 则实现将反馈回路(FB)的实中频数字信号下变频为复基带信号的功能。这 3 个部分一般而言都采用 FPGA 来实现。而 DSP 部分则通常采用 DSP 芯片以实现复杂算法来计算功率放大器的各种非线性特性。

测试选用一个 2.6 GHz 的功率放大器, 其输出功率为 44 dBm, 测试信号为双载波 Wimax 信号, 信号带宽为 20 MHz。功放模型中的记忆宽度  $M = 3$ 。非线性模型的最高

阶数  $N = 7$ 。

### 5 实验结果及分析

实验中首先比较了采用不同的模型后, DPD 运行的性能。为更清楚地比较不同算法的精度差别, 图 2 给出不同模型预失真后的误差信号的功率谱密度。图中对比了采用记忆多项式模型和简化 Volterra 级数模型分别采用传统 LMS 算法和本文所述的基于 QR-RLS 动态算法后的预失真效果。

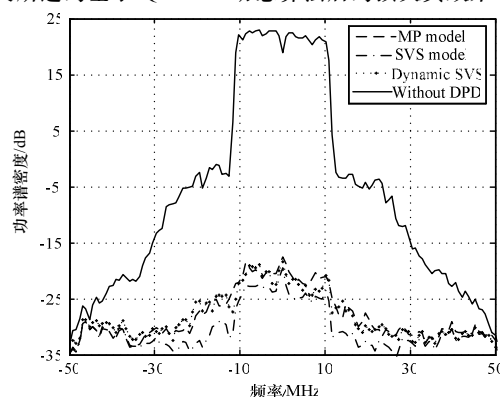


图 2 不同预失真模型精度比较

首先对比记忆多项式模型和简化 Volterra 级数模型, 可以看出后者具有更好的预失真特性, 表明简化的 Volterra 级数模型能够更好地描述功放的非线性记忆效应。进一步对比动态算法和 LSM 算法, 可以发现, 对于简化 Volterra 级数模型, 动态算法的精度不如 LSM 算法。

为进一步分析动态模型的性能, 分别考虑同一组预失真模型系数不变和采用实时动态更新模型参数 2 种场景的模型精度的变化特性。为简化计算, 每 1 000 个采样点作为 1 个时间段, 所有数据分为 6 个时间段。在第 1 个场景中, 选择第 1 个时间段的数据计算 DPD 模型参数, 然后分别计算后面 5 个时间段的模型精度变化特性; 在第 2 个场景中, 分别采用前  $n-1$  个时间段的数据计算模型参数, 用于计算第  $n$  个时间段的模型精度。DPD 模型选用简化 Volterra 级数模型。衡量模型精度的参量为 NMSE(Normalized Mean Square Error), 其定义由式(9)给出。

$$N_{NMSE} = 10 \log \left\{ \frac{\sum_{p=1}^P (abs(\hat{y}_m - \hat{y}_m^{\text{mod}}))^2}{\sum_{p=1}^P (abs(\hat{y}_m))^2} \right\} \quad (9)$$

其中,  $P$  是采样点个数;  $\hat{y}_m^{\text{mod}}$  为模型输出复包络。

图 3 给出了 SVS 模型的精度随着时间变化的特性。其中, a 表示模型系数固定, 模型精度随采样时刻增加的变化特性; b 表示模型参数动态更新, 模型精度随采样时刻增加的变化特性。

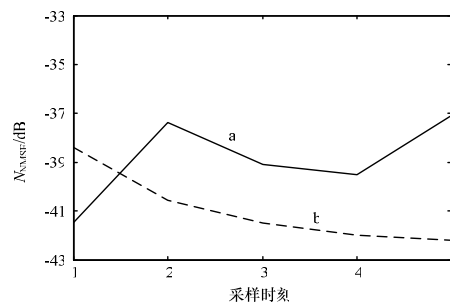


图 3 SVS 模型精度随采样时刻的变化特性

(下转第 284 页)