

基于加权标识 S-图的最短路径研究

李书举, 李文敬, 王汝凉, 马 俊, 刘阿宁

(广西师范学院计算机与信息工程学院, 南宁 530001)

摘 要: 为解决智能交通系统中交通运输网络分析和最短路径问题, 提出加权标识 S-图最短路径算法。根据 Petri 网基本原理和加权 S-图的特点, 给出交通网络加权 S-图的网模型。阐述加权标识 S-图最短路径的基本原理、求解加权标识 S-图的最短路径定理及证明。通过交通运输网络示例和实验对算法进行验证, 对比分析算法性能。结果表明, 加权标识 S-图最短路径算法能够更有效地求解交通网络最短路径。

关键词: Petri 网; 加权标识; S-图; 网模型; 最短路径

Study of Shortest Path Based on Weighted Identification S-graph

LI Shu-ju, LI Wen-jing, WANG Ru-liang, MA Jun, LIU A-ning

(College of Computer and Information Engineering, Guangxi Teachers Education University, Nanning 530001, China)

【Abstract】 In order to solve the intelligent transportation system in transportation network analysis and the shortest path problem, this paper proposes a weighted identification S-graph shortest path algorithm. According to the basic principle and Petri nets weighted S-graph characteristics, it puts forward the weighted S-graph network model. A weighted identification shortest path S-graph basic principle is illustrated, a weighted S-map identifies the shortest path. Through the transportation network of sample and experiment verified, the algorithm is compared and analyzed. Experimental results show that the weighted identification S-graph shortest path algorithm for solving the transport network is an effective method for the shortest path.

【Key words】 Petri net; weighted identification; S-graph; net model; shortest path

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.15.013

1 概述

最短路径是图论中一个重要的问题, 其宗旨是在给定的图中寻找一条从源点到目标点之间的最短路径, 具有重要的实用价值。它在 GPS 的交通路线导航、综合交通体系和智能交通系统、路径分析领域以及解决路径搜索方面有着广泛的应用。本文提出一种基本加权标识 S-图最短路径算法, 用来解决综合交通体系和智能交通系统中求解最短路径的问题。

2 Petri 网基本概念

Petri 网是用于描述分布式系统的一种模型, 它既能描述系统的结构, 又能模拟系统的运行, 其基本元素可表示为三元组 $N=(S,T;F)$, S 和 T 是 2 个不相交的集合, S 的元素称为库所, T 中的元素称为变迁, F 是网中的流关系。

一个网可以用一个二分图来表示: 用一个小圆圈表示 S 中的元素, 用一个小矩形或短划线表示 T 中的元素, 用有向弧表示流关系。若 $(x,y) \in F$, 则从 x 到 y 画一条有向弧。此外具有动态特性的 Petri 网可表示为四元组 $\Sigma=(S,T;F,M)$, 其中, 映射 $M:S \rightarrow N$ (自然数集) 称为网 N 的一个标识, $\Sigma=(N,M)$ 称为标识网。若 $S=(s_1,s_2,\dots,s_n)$, 通常将标识 M 表示为 $M=\{M(s_1),M(s_2),\dots,M(s_n)\}$ 。用图形表示标识网时, 对 $s \in S$, 若 $M(s)=k$, 则在库所 s 中加入 k 个小黑点, 并称 s 中有 k 个标志。

定义 1 标识 S-图是一个 $\forall t \in T \mid t \mid = |t| = 1$ 的特殊 Petri 网, 可简化表示为一个有向图 $SG=(V,E)$, 其 SG 的结点集 V 是标识 S-图的库所集, 图 SG 的有向边集 E 包含 $e_k=(s_i,s_j)$, 当且仅当存在 t_k , 使得 $\bullet t_k=\{s_i\}$, $t_k^\bullet=\{s_j\}$ 。

对标识 S-图的变迁加权(即 $W(t_i)$, $i=1,2,\dots,n$)就可以得到加权标识 S-图, 再赋予一定的使能规则并按其有序地发生, 进而推动网系统状态的不断演化, 可以方便且快速地求解图

论中的最短路径问题。

3 基于加权 S-图的交通网络模型

3.1 问题的提出

交通网络最短路径实现算法有很多, 典型的如: 蚁群算法^[1], A*算法^[2], 动态规划^[3], Dijkstra^[4]和遗传算法^[5]等。动态规划是一种把原问题分成若干子问题, 通过求解子问题进而得到原问题解的算法, 但是若存在回路其算法的无后效性就无法满足。

Dijkstra 是一种单源最短路径算法, 但搜索的速度很慢。A*算法、遗传算法、蚁群算法都属于启发式搜索算法, 算法目前还不很成熟, 容易出现早熟。

若城市道路高度密集, 共同特点是庞大计算量时的实时性很差。为此, 本文提出用加权 S-图来描述交通网络, 并在加权 S-图网模型中求解交通最短路径。

3.2 交通网络加权 S-图模型的构建

依据 Petri 网和加权标识 S-图的基本理论及特性, 构建一个基于加权 S-图的交通运输网络模型。

首先在构建模型时, 只考虑道路路径和远近, 不考虑影响交通运输网中诸如道路宽窄、地形、质量优劣等因素。其次给出交通网络加权标识 S-图的理论模型, 最后给出模型示例。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60864001); 广西自然科学基金资助项目(0991105); 广西教育厅科研基金资助项目(200911MS144)

作者简介: 李书举(1984—), 男, 硕士研究生, 主研方向: Petri 网, 智能计算; 李文敬, 教授; 王汝凉, 教授、博士; 马 俊、刘阿宁, 硕士研究生

收稿日期: 2011-01-17 **E-mail:** lishuju3000@163.com

3.2.1 构建模型说明

设某一城市交通网络共有 $n(n \geq 2)$ 个站点, 站点之间存在 $m(m \geq 0)$ 条路径。网络中的所有站点组成的集合用库所集 S 表示, 则第 i 个站点表示为 $s_i(i=1, 2, \dots, n)$, 站点 s_i 到 $s_j(i \neq j)$ 之间的路用 t_i 表示, 所有路的集合用变迁 $T=\{t_i | (i=1, 2, \dots, n)\}$ 表示, 网络中站点间的距离用 $W(t_i)$ 表示, 即变迁上的权值(单位: km), $M(s_i)$ 则为车辆当前所处的站点, $M(s_i)=0$ 或 1 , $M(s_i)=0$ 表示非车辆当前位置, $M(s_i)=1$ 表示是车辆当前位置, $M(s_i)'$ 表示为车辆欲选择的下个站点。这里把 s_i 里的托肯数定为 1 , 即: $\forall s_i \in S, \max(K(s_i))=1$, 其中, K 为库所 S 的托肯(库所中的黑点)容量函数。

3.2.2 交通网络加权 S-图理论模型

依据 3.2.1 节给出的交通网络系统到加权标识 S-图的映射关系, 给出交通网络加权 S-图模型网系统的定义。

定义 2 六元组 $N=(S, T; F, K, W, M)$ 称为一个交通网络加权 S-图网系统, 其中, $W: T \rightarrow \{1, 2, \dots\}$ 称为权函数。

(1) $K: S \rightarrow 1$ 称为容量函数。

$M: S \rightarrow \{0, 1\}$ 是 N 的一个标识, 满足条件 $\forall s \in S: M(s) \leq K(s)$ 。

(2) 对于变迁 $t \in T$, t 是使能的, 记作 $M[t >]$ 的条件为:

$$\forall s \in \bullet t: M(s) \geq 1$$

$$\forall s \in t \bullet: M(s)=0$$

$$\forall s \in t \cap \bullet t: M(s) \leq K(s)$$

(3) 若从 M 发生 t 得到的新标识为 M' , 则 $\forall s \in S$, 有:

$$M'(s) = \begin{cases} M(s)-1 & \text{若 } s \in t - \bullet t \\ M(s)+1 & \text{若 } s \in t \bullet - t \\ M(s) & \text{若 } s \in t \cap \bullet t \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

记作 $M[t > M']$ 。

定义 3 给出了交通网络加权 S-图网系统的必要参数: $W: T \rightarrow \{1, 2, \dots\}$ 表示站点间的距离, $K: S \rightarrow 1$ 表示库所包含最大托肯数, $M: S \rightarrow \{0, 1\}$ 表示地理位置标识和系统运行状态的标识变化规则。

3.2.3 交通网络加权 S-图的模型示例

用上述加权 S-图描述交通网络的模型理论, 给出一个有 7 个城市结点($s_0, s_1, \dots, s_6$)及 22 条道路($t_0, t_2, \dots, t_{21}$)互连而成的交通网络, 各站点间的道路距离分别以 $W(t_i)$ 给出, 如: 站点 s_0 到 s_1 为 $W(t_0)=50$, 站点 s_0 到 s_2 为 $W(t_1)=40$, 站点 s_0 到 s_5 为 $W(t_8)=45$, 依此类推下去的交通网络加权 S-图模型示例如图 1 所示。

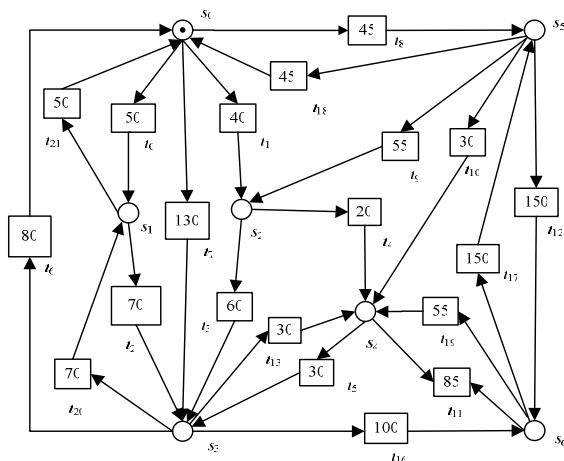


图 1 交通网络加权 S-图

4 加权 S-图最短路径算法与实现

4.1 加权 S-图最短路径的基本原理

加权 S-图求解最短路径的基本原理为: 根据上述给出的理论模型, 对参数(即, $M(s_i)$ 和 $W(t_i)$, $i=1, 2, \dots, n$)初始化, 给予其预使能规则($\forall t \in T$ 真正使能前先预使能, 如果变迁引发的最终变迁序列在与其当前并发的所有变迁引发的变迁序列相比权值和最小, 则该变迁真正使能), 使其按照使能规则有序发生, 进而推动网络系统状态的不断演化, 运行到预期的目标结点停止, 输出从始发结点运行到目标结点的变迁序列 σ , 从而得到所要求的最短路径。

定理 设 $N=(S, T; F, K, W, M)$ 为一个交通网络加权 S-图网系统, $s_i, s_j \in S(i \neq j)$, 变迁序列 $\sigma \in T$ 为 s_i, s_j 之间变迁序列。若 $\exists \sigma_i \in \sigma$, 使得 $W(\sigma)$ 值最小, 当且仅当 $\forall t \in \sigma_i$ 且 $W(t)$ 值最小, 即:

$$W(\sigma_i) = \sum_{i=1}^n \min(w(t_i))$$

限于篇幅证明略。

以图 1 为例, 把 s_0 当作初始结点(出发城市), s_6 当作目标结点(终点城市), 当前的状态为:

$$M_0 = [1000000]^T$$

此时从 s_0 出发有 4 条路供选择, 即:

$$s_0 \rightarrow s_1, s_0 \rightarrow s_2, s_0 \rightarrow s_3, s_0 \rightarrow s_5$$

比较 t_0, t_1, t_7 和 t_8 的权值 $s_0 \rightarrow s_2$ 是最佳选择, 即 t_1 发生, 则系统状态变为:

$$M_1 = [0010000]^T$$

表示当前处于 s_2 位置。同样在 s_2 也有 2 条路供选择, 即:

$$s_2 \rightarrow s_3, s_2 \rightarrow s_4$$

比较 $W(t_3)$ 和 $W(t_4)$, 则 t_4 发生, 系统状态变为:

$$M_2 = [0000100]^T$$

即: 当前处于 s_4 位置。

在 s_4 结点也有 2 条路供选择, 即:

$$s_4 \rightarrow s_6, s_4 \rightarrow s_3 \rightarrow s_6$$

比较 $W(t_{11})$ 和 $W(t_5)+W(t_{16})$, t_{11} 发生, 则系统状态变为:

$$M_3 = [0000001]^T$$

此时目标库所 s_6 的托肯值为 1, 表示已到达目标城市, 得到变迁序列 $\sigma = t_1 t_4 t_{11}$ 就是要求的出发城市 s_0 到终点城市 s_6 之间的最短路径。

4.2 加权 S-图最短路径算法

简单的交通网络图容易计算, 但复杂的交通网络, 人工计算难以实现, 为此提出下面的加权 S-图最短路径算法, 用于精确、快速地寻求复杂交通网络中的最短路径。

输入 出发结点 s_i , 目的结点 s_j , $i \neq j$, $i, j=1, 2, \dots, n$

输出 结点 s_i 到结点 s_j 之间的最短路径序列 σ

Step1 在 Petri 网模拟器中输入要模拟的交通路线结构图, 转化为相应的加权标识 S-图模型。

Step2 初始化变迁 $\forall t \in T$ 的权函数 $W(t_i)$, $i=1, 2, \dots, n$ 。

Step3 选择初始结点和目标结点并初始化库所 $\forall s \in S$ 的标识函数 M_0 , 即:

$$M(s_i) = [M(s_1), M(s_2), \dots, M(s_n)]^T, i=1, 2, \dots, n$$

这里取 $M_0 = [1, 0, \dots, 0]$ 。

Step4 变迁按照预定的使能规则有序发生, 形成最终的变迁序列, 即最短路径, 其使能规则如下:

变迁 $t \in T$ 是使能的, 当且仅当 $\forall s \in \bullet t: M(s) > 0$ 且 $W(t) = \min(W((\bullet t) \bullet)) \wedge \min(W(\sigma((\bullet t) \bullet)))$, 记为 $M[t >]$ 。其中, $\sigma((\bullet t) \bullet)$ 为当前库所 S 到目标库 S 之间的所有变迁发生序列中变迁 t 所处的变迁序列。

Step5 如果目标库所的托背数为 1, 则输出变迁序列 σ , 否则重复 Step4 直到输出变迁序列 σ 为止。

该算法的关键在于 Step4 中的变迁使能规则中的 $W(t)$ 判断, 算法对变迁的发生规则采用预处理机制, 即: 当变迁 $t \in T$ 只要满足 $\forall s \in {}^*t: M(s) > 0$ 时, 则进行预发生, 产生多个包含变迁 t 的变迁序列 σ , 选择 $\min(W(\sigma))$ 中的变迁 t 发生, 最终得到的始发结点到目标结点间的变迁序列 σ 就是要求的最短路径。

以图 1 为例验证算法的可行性, 求解 $s_0 \sim s_6$ 的最短路径过程, 如图 2~图 5 所示。

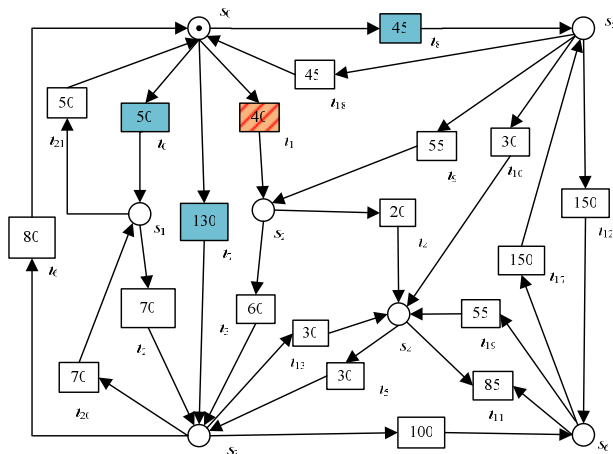


图 2 $M_0=[1000000]^T$ 时路径搜索状态

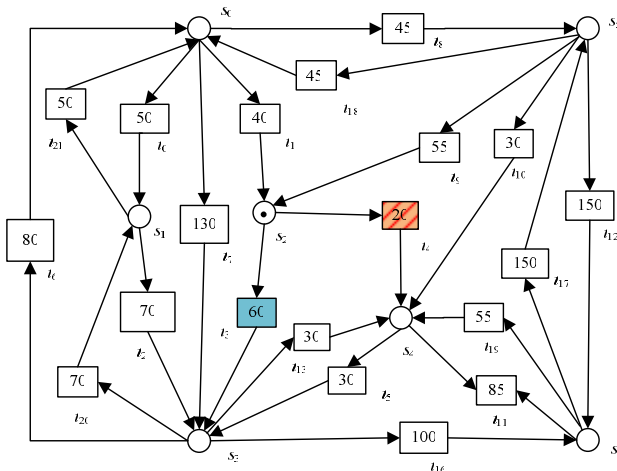


图 3 $M_1=[0010000]^T$ 时路径搜索状态

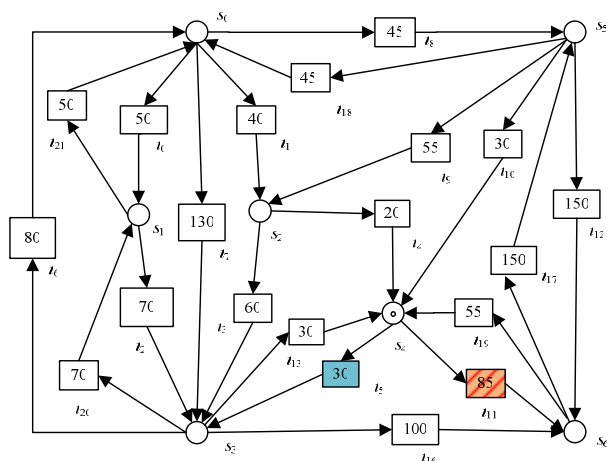


图 4 $M_2=[0000100]^T$ 时路径搜索状态

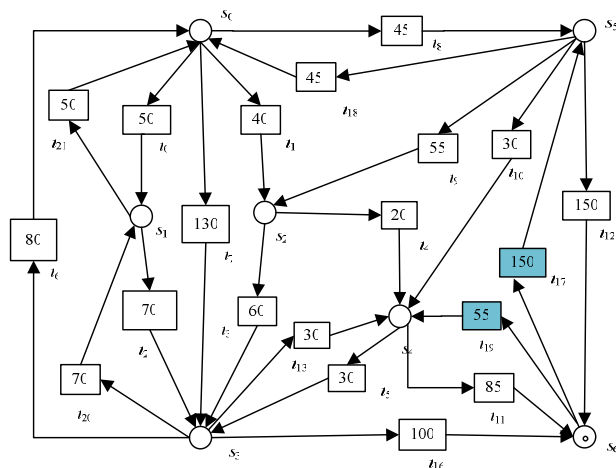


图 5 $M_3=[0000001]^T$ 时路径搜索状态

5 实验与结果分析

为了更好地说明加权 S-图算法的优越性, 通过对南宁市的地图数据进行对偶网络转换, 得到 4 152 个结点, 在 P4 1.4 GHz CPU, 1 GB 内存的计算机上仿真计算南宁火车站到广西大学的最短路径, 各算法的性能如表 1 所示。

表 1 性能分析

算法	结点数	搜索结点数	运行时间/s
Dijkstra	4 152	1 610	2.00
A*算法	4 152	1 035	1.00
加权 S-图	4 152	216	0.05

加权标识 S-图算法中变迁的使能是即时发生的, 每个变迁的引发计算步都是 $O(1)$ 级的, 若有 N 个结点, 则从始发结点到终点结点的时间复杂度最好可达 $O(n)$ 级。由表 1 可以得出, 求解相同两结点间的最短路径加权 S-图算法搜索的结点数最少, 耗时也最小, 是求解交通网络最短路径的一种有效的方法。

6 结束语

本文通过对交通运输道路网到加权标识 S-图的映射关系分析, 给出交通网络加权 S-图模型网系统的定义, 并提出基于变迁预发生机制的加权标识 S-图算法, 提高了最短路径求解的实时性。密度很高的复杂交通运输网中最短路径的求解问题变得更广泛、更复杂, 设计提高该类的并行算法是下一步研究的工作。

参考文献

- [1] Kolavali S R, Bhatnagar S. Ant Colony Optimization Algorithms for Shortest Path Problems[C]//Proc. of Conference on Network Control and Optimization. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2009: 37-44.
- [2] 李志建, 郑新奇, 王淑晴, 等. 改进 A* 算法及其在 GIS 路径搜索中的应用[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(10): 3116-3119.
- [3] Lee Ki-Yong, Lee Joon-Woong, Houshang N. A Stereo Matching Algorithm Based on Top-view Transformation and Dynamic Programming for Road-vehicle Detection[J]. International Journal of Control, Automation and Systems, 2009, 7(2): 221-231.
- [4] 张毅, 张猛, 梁艳春. 改进的最短路径算法在多点路由上的应用[J]. 计算机科学, 2009, 36(8): 205-208.
- [5] 李飞, 侯惠芳. 基于 GA 的多约束条件 QoS 组播路由算法[J]. 计算机工程, 2009, 35(16): 198-200.