

基于支持向量机的频率估计算法

滕晓云, 于宏毅, 胡贇鹏

(解放军信息工程大学信息工程学院, 郑州 450002)

摘 要: 针对高斯白噪声信道下通信信号的频率估计问题, 提出一种基于支持向量机的频率估计算法。利用支持向量机的稳健性和泛化性将频率估计转化为小样本分类问题, 使用较少的导频符号提高频率估计性能。该算法不需要接收数据的统计信息, 对信号的初始相位不敏感, 且不存在门限效应。仿真结果表明, 该算法的频率估计性能在低信噪比下优于最大似然估计算法。

关键词: 支持向量机; 频率估计; 模式识别; 最大似然估计; 门限效应

Frequency Estimation Algorithm Based on Support Vector Machine

TENG Xiao-yun, YU Hong-yi, HU Yun-peng

(Institute of Information Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

【Abstract】 This paper addresses the problem of carrier frequency recovery in additive noise. Frequency estimation algorithm based on Support Vector Machine(SVM) is derived. The estimator can work efficiently without the need of statistics knowledge of the observations, and the estimation performance is insensitive to the carrier phase; it shows a better performance than traditional Maximum Likelihood(ML) estimation algorithm at low Signal to Noise Ratio(SNR), for SVM-FEA has not the threshold effect.

【Key words】 Support Vector Machine(SVM); frequency estimation; pattern recognition; Maximum Likelihood(ML) estimation; threshold effect

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.16.007

1 概述

载波频偏和相位等同步参数的估计在突发通信的相干检测中起着关键作用。传统的频率估计算法可以分为 2 类: (1)使用已知的导频符号, 称为数据辅助(Data-aided, DA)频率估计; (2)直接使用未知的数据符号进行频率估计, 称为非数据辅助(Non-data-aided, NDA)或是盲频率估计。文献[1-3]给出了适用于 AWGN 信道和平坦衰落信道的数据辅助频率估计算法。通过增加数据符号个数可以提高估计的精确性, 从而获得更好的系统性能, 但这会降低频谱效率同时造成传输时延的增大。NDA 算法通过对接收信号进行非线性运算, 以此消除未知调制符号的影响后提取频偏信息^[4-5]。该类全盲估计算法由于无需导频符号从而提高了频谱效率, 但是由于其非线性运算的影响, 该类算法性能往往随着信噪比的降低严重恶化。因此, 频率估计问题本质上可以看作一种小样本(有限样本)的学习问题。

支持向量机(Support Vector Machine, SVM)是近年机器学习领域的一个研究热点^[6]。支持向量机采用结构风险最小化(Structure Risk Minimization, SRM)准则, 较好地解决了小样本、非线性和局部极小值等实际问题, 并且由于它的解只与支持向量有关, 可以很大程度地节省计算复杂度。鉴于上述优点, 支持向量机被广泛地应用于模式识别、回归分析和密度估计等领域, 并取得了较好的效果。此外, 文献[7-8]将 SVM 应用于信道均衡, 文献[9]利用 SVM 解决 CDMA 系统中的多用户检测问题。

本文将 SVM 应用于通信信号参数估计领域, 将频率估计转化成模式识别问题, 提出基于 SVM 的频率估计算法。该算法在保证系统频谱效率的同时, 能解决训练序列长度不够带来的估计精度问题。

2 信号模型

假定接收数据中含有一未知且固定的频偏 f_c ; 发送的训

练序列为 $s(n) \in \{\pm 1\}, n=0, 1, L, N-1$ 。假定接收信号经过理想的定时采样, 则接收数据的复信号表示为:

$$r_n = a(n)e^{j(\omega n + \theta)} + v(n), \quad n=0, 1, L, N-1 \quad (1)$$

其中, ω 为用采样频率 f_s 归一化后的频偏, 为简单起见, 本文设 $f_s = 1$; θ 为载波相位; a_n 为归一化的数据符号, 对 BPSK 信号来说 $a_n = \pm 1$; $v(n)$ 为加性零均值复高斯白噪声, 其方差为 σ^2 。定义如下向量和矩阵:

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= [r_0, r_1, L, r_{N-1}, L, r_{N-1}]^T \\ \mathbf{A} &= [a_0, a_1, L, a_{N-1}, L, a_{N-1}]^T \\ \Psi_N(\omega) &= \text{diag}[1, e^{j\omega}, L, e^{j(N-1)\omega}, L, e^{j(N-1)\omega}] \\ \mathbf{v} &= [v(0), v(1), L, v(N-1)]^T \end{aligned} \quad (2)$$

则接收数据可写成如下矩阵形式:

$$\mathbf{r} = e^{j\theta} \Psi_N(\omega) \mathbf{A} + \mathbf{v} \quad (3)$$

3 结构风险最小化及 SVM

统计学习理论从 VC 维的概念出发, 推导出了关于经验风险和实际风险之间的关系。VC 维反映了函数集的学习能力, VC 维越大则学习机器越复杂。学习机器的实际风险由两部分组成, 一是经验风险即训练误差, 另一个是置信范围, 它和学习机器的 VC 维及训练样本数有关, 可以表示为:

$$R(w) \leq R_{\text{emp}}(w) + \Phi(h/N) \quad (4)$$

为实现 $\Phi(h/N)$ 和 $R_{\text{emp}}(w)$ 2 项的同时最小, 统计学习理

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60872043); 国家“863”计划基金资助项目(2009AA01Z207)

作者简介: 滕晓云(1979—), 男, 博士研究生, 主研方向: 现代通信信号处理; 于宏毅, 教授、博士生导师; 胡贇鹏, 讲师

收稿日期: 2011-02-21 **E-mail:** ieukey@163.com

论提出一种新的策略——结构风险最小化(Structural Risk Minimization, SRM)准则。其具体思想是把函数集 $S = \{f(x, w)\}$ 分解为一个函数子集序列,使各个子集按照 VC 维的大小排列。在每个子集中寻找经验风险最小的函数,在子集间考虑经验风险和置信度的折中,取得期望风险的最小。

支持向量机正是基于 SRM 原则提出的。为了解决分类问题, SVM 构造如下分类函数:

$$f_{w,b} = \text{sign}(w \cdot x + b) \quad (5)$$

将输入空间变换到另一个高维空间,并在该特征空间中寻求最优线性分类面,使分类边界距离最大。

4 基于支持向量机的频率估计算法

目前已有文献中给出的频率估计算法都是采用经验风险最小化准则,没有从结构风险最小化的角度考虑参数估计问题。本文构造如下误差函数:

$$b(n; \omega) = |r(n) \cdot e^{-j(\omega n + \theta)} - s(n)| \quad (6)$$

则相应的频率估计子为:

$$\hat{\omega} = \arg \min_{\omega \in \Omega} \left\{ \sum_{n=1}^N b(n; \omega) \right\} \quad (7)$$

可以看出,频率估计子(式(7))的本质意义是把分类误差最小的情况对应的频率作为频率估计值,从而将频率估计问题转化成模式识别问题。由上式出发,可采用最小均方误差准则等估计出频率。一般情况下,由于缺乏接收信号的统计信息,且信号的相位 θ 是未知的,因此很难利用最大似然(Maximum Likelihood, ML)检测算法得到分类误差。本文从结构风险最小化准则出发,设计基于 SVM 的频率估计算法。算法框图如图 1 所示。

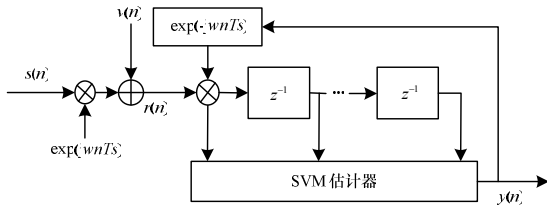


图 1 基于 SVM 的频率估计算法框图

利用接收数据构造训练样本集合: $(x_n, y_n), n=1, 2, L, N$,

其中, $x(n) = \{\text{Re}[r(n) \cdot e^{-j(\omega n + \theta)}], \text{Im}[r(n) \cdot e^{-j(\omega n + \theta)}]\}$, $y_n = s_n$ 。

为得到最优分类超平面,求解如下优化问题:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} \quad \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^L \xi_i^k \\ & \text{s.t.} \quad y_i(w^T x_i + b) \geq 1 - \xi_i \end{aligned} \quad (8)$$

其中, ξ_i 为松弛因子,用来描述分类误差;惩罚参数 C 能够使模型在复杂度和训练误差之间取一个折中,使模型有较好的推广能力。按凸二次规划的解法,构造拉格朗日函数:

$$L = \frac{1}{2} \|w\|^2 - \sum \alpha_i y_i ((w \cdot x_i) + b) + \sum \alpha_i, \alpha_i \geq 0 \quad (9)$$

根据满足的 KKT 条件有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial w} L &= w - \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i = 0 \\ \frac{\partial}{\partial b} L &= \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

由上述方程组可得到:

$$\begin{aligned} w &= \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i x_i \\ \sum_{i=1}^N \alpha_i y_i &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

代入原拉格朗日函数,消去 w, b 的系数为 0。引入核

函数,得到原优化问题的对偶问题:

$$\begin{aligned} & \max \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \alpha_i \alpha_j y(i) y(j) K(\cdot) \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i y(i) = 0, 0 \leq w_i \leq C \end{aligned} \quad (12)$$

求解上述二次规划问题,得到最优的 Lagrange 乘子 α_i , 那些对应于 $\alpha_i = 0$ 的样本向量 x_i 对于超平面不起作用,而只有 $\alpha_i > 0$ 的样本向量对构造超平面起作用,称这样的向量为支持向量,记为 x_i , SVM 分类器的输出为:

$$y(n) = f(x(n)) = \text{sgn} \left[\sum_{i=1}^N \alpha_i y(i) K(x(i)x(n)) + b \right] \quad (13)$$

输入数据中含有未知参数 $e^{-j(\omega n + \theta)}$, 可以分解为 $e^{-j\omega n} \cdot e^{-j\theta}$ 。其中, $e^{-j\theta}$ 与时间无关,相当于所有数据乘以一个常数,不会影响 SVM 的分类结果。而 $e^{-j\omega n}$ 项会改变数据样本间的大小关系,因此,载频估计问题无法一次解决。可能的解决办法是利用可能的 ω 值构造输入数据分别训练,判决输出误码最少的 ω 值做为估计值。本文参考最大似然载频估计算法^[1]中的粗搜索和精搜索步骤,设计如下的搜索算法:

(1)以较粗的分辨率 λ_1 为间隔,得到一整个无偏估计范围内的离散频率集合, $\omega_1 = 0, \omega_2 = \omega_1 + \lambda_1, \omega_3 = \omega_2 + \lambda_1, L$ 。

(2)利用(1)中得到的每个频率构建 SVM 的训练样本 x_w , 如 $x_{w_i}(n) = \{\text{Re}[r(n) \cdot e^{-j\omega_i n}], \text{Im}[r(n) \cdot e^{-j\omega_i n}]\}$, 求解最优化问题,得到判决函数。

(3)利用(2)得到的判决函数对 x_w 进行分类,分类误差最小的 $x_{\hat{\omega}}$ 对应的频率 $\hat{\omega}$ 作为载频的粗估值。

(4)细化分辨率,在 $\hat{\omega} \pm \lambda_1$ 范围内得到一新的频率集合,进行(2)和(3),得到最终的估计结果 ω 。

由于 SVM 是面向二类分类问题设计的,因此本文的估计算法主要针对 BPSK 信号的频率估计。对于 QPSK 等高阶调制信号,本文的算法不能直接应用,必须将二类支持向量机推广到多分类情况中。上述的过程在实际工程应用中多被称为 SVM 由两类到多类的“编码”。模式识别中采用最多的有一对多(One-against-all, OAA)、一对一(One-against-one, OAO)及最小输出编码(Minimum Output Coding, MOC)等方案。综合考虑识别正确率和训练速度,本文选择 MOC 方案完成 QPSK 信号的频率估计。

5 性能分析

为验证本文提出的基于支持向量机的频率估计算法的性能,在 Matlab 环境中,考虑如下的 Monte-Carlo 仿真方案。在高斯白噪声信道下,设真实频率和估计频率分别为 f 和 \hat{f} , 仿真次数为 N_m , 考察频率估计算法的均值和均方误差(Mean Square Error, MSE)特性。

考虑到应用的特殊性,使用线性核函数 SVM。这种情况下, C 是 SVM 训练过程中唯一需要设置的参数。参数 C 越小,则对样本数据中误判的样本惩罚越小,使训练误差变大,就会出现“欠学习”现象;相反,如果 C 取得太大,则会出现所谓的“过学习”现象^[10]。不同的样本数据集都存在一个合适的 C 值,使得 SVM 推广性能最好。在仿真过程中可以发现, C 值在 0.1~10 之间时,分类器对应的频率估计性能比较稳定,因此,本文设定 $C = 5$ 。

BPSK 信号长度为 20, 图 2 给出了仿真信噪比 7 dB 时基于 SVM 的频率估计算法的均值性能。仿真曲线显示在较高信噪比下,算法的无偏估计范围可达到采样速率的 $\pm 40\%$ 。

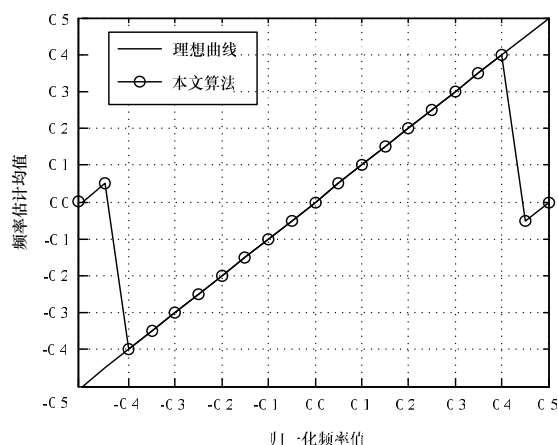


图2 频率估计均值曲线

为分析算法的 MSE 性能,本文在考察算法与 Cramer-Rao 下界(Cramer-Rao Lower Bound, CRLB)差距的同时,选择和文献[1]提出的极大似然频率(ML)估计算法相比较。首先考察载波相位已知时的频率估计。此时,可以直接应用理想的极大似然检测器来解决式(6)中的分类问题,进而可由式(7)得到基于极大似然检测器的频率估计算法。MSE 仿真性能曲线如图 3 所示。仿真中,真实频率 f 设为 0.34, 数据长度 N 设为 18。可以看出,基于 SVM 的频率估计算法和基于极大似然检测器的频率估计算法性能相当,2 种算法的性能在低信噪比下(SNR<-1 dB)都明显优于极大似然频率估计算法。

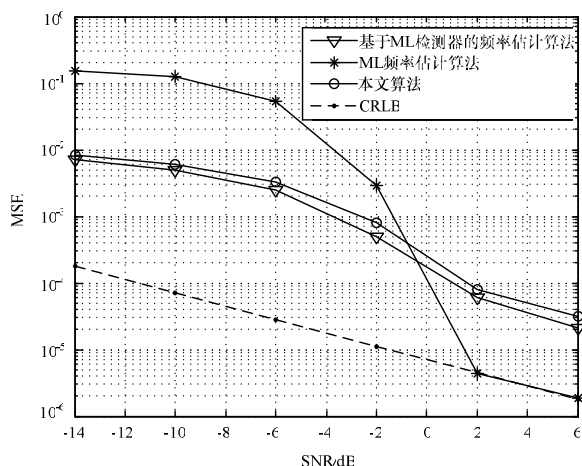


图3 相位已知时频率估计 MSE 曲线

图 4 给出了载波相位未知情况下基于 SVM 的频率估计算法和极大似然估计算法的 MSE 性能。

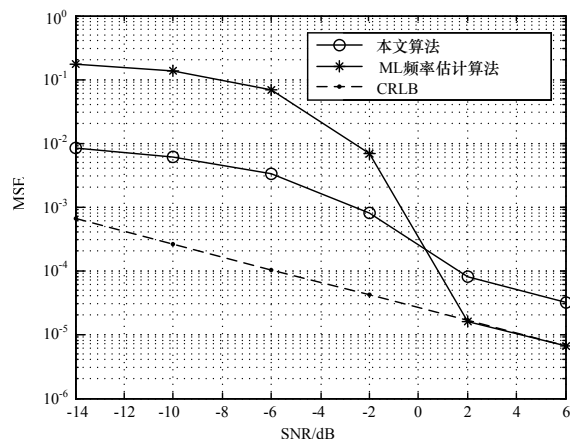


图4 相位未知时频率估计 MSE 曲线

比较图 3 和图 4 可以看出,基于 SVM 的频率估计算法在相位已知和未知 2 种情况下的估计性能基本相同,即基于 SVM 的频率估计算法不会受到未知初相的影响。

图 5 给出了针对 QPSK 调制信号,基于 SVM 的频率估计算法和最大似然估计算法的性能。可以看出采用合理的二类到多类的编码方案,SVM 可以较好的完成 QPSK 等高阶调制信号的频率估计。

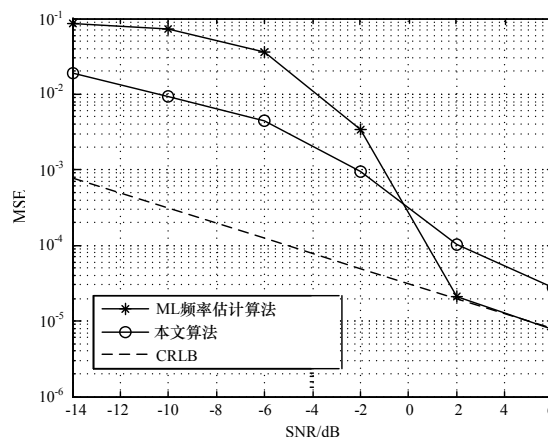


图5 QPSK 信号频率估计 MSE 曲线

6 结束语

本文将通信信号的频率估计问题转化成模式识别问题,提出一种基于 SVM 的估计算法。依靠 SVM 在解决分类问题中良好的泛化性和稳健性,该估计算法不需要接收数据的统计信息,且对信号的初始相位不敏感,在短数据样本和低信噪比下,具有较好的频率估计性能。

本文采用 MOC 方案将二类支持向量机推广到四分类情况中,解决了 QPSK 信号的频率估计问题。同理,将二分类支持向量机扩展到八分类支持向量机,可完成 8PSK 信号的频率估计。而对于 MQAM 类非恒幅度调制信号的频率估计,有待于进一步研究。

参考文献

- [1] Rife D C, Boorstyn R R. Single-tone Parameter Estimation from Discrete-time Observations[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1974, 20(9): 591-598.
- [2] Kuo W Y, Fitz M P. Frequency Offset Compensation of Pilot Symbol Assisted Modulation in Frequency Flat Fading[J]. IEEE Trans. on Communications, 1997, 45(11): 1412-1416.
- [3] Mengali U, Morelli M. Data-aided Frequency Estimation for Burst Digital Transmission[J]. IEEE Trans. on Communications, 1997, 45(7): 23-25.
- [4] Viterbi A J, Viterbi A M. Nonlinear Estimation of PSK-modulated Carrier Phase with Application to Burst Digital Transmissions[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1983, 29(6): 543-551.
- [5] Wang Yan, Serpedin E, Ciblat P. Optimal Blind Carrier Recovery for MPSK Burst Transmissions[J]. IEEE Trans. on Communications, 2003, 51(9): 1571-1581.
- [6] Vapnik V N. Statistical Learning Theory[M]. [S. l.]: John Wiley & Sons, 1998.
- [7] Sebal D J. Support Vector Machine Techniques for Nonlinear Equalization[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 2000, 48(11): 3217-3226.

(下转第 32 页)