

一种基于格雷映射的 TCM 编码方案

沈寅涛, 王琳凯, 周晓方

(复旦大学专用集成电路与系统国家重点实验室, 上海 201203)

摘 要: 研究网格编码调制(TCM)中编码调制的结合方式, 提出一种基于格雷映射的 TCM 编码方案。通过优化编码方式和星座布局调整汉明距离和欧式距离, 在此基础上设计 8PSK 和 16QAM 编码器。仿真结果表明, 在不增加额外开销和算法复杂度的前提下, 该方案的编码增益比传统方案提高约 0.3 dB。

关键词: 网格编码调制; 编码准则; 格雷映射; 高阶调制; 编码增益

TCM Coding Scheme Based on Gray Mapping

SHEN Yin-tao, WANG Lin-kai, ZHOU Xiao-fang

(State Key Lab of ASIC & System, Fudan University, Shanghai 201203, China)

[Abstract] This paper researches the structure of Trellis-coded Modulation(TCM) coding, and proposes a modified TCM coding scheme based on Gray mapping, which further improves the performance of TCM system. Both Hamming distance and Euclidean distance are engaged to elaborate optimized coding scheme and constellation mapping. Detailed TCM coding schemes for 8PSK and 16QAM based on the proposed method are presented. Simulation results show that about 0.3 dB coding gain can be obtained without extra computing cost.

[Key words] Trellis-coded Modulation(TCM); coding criterion; Gray mapping; high order modulation; coding gain

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.21.021

1 概述

网格编码调制(Trellis-coded Modulation, TCM)^[1]是一种基于卷积编码的编码调制, 它能够有效利用频谱带宽获得编码增益并适用于高速信号传输。与传统卷积编码和调制独立设计相比, TCM 将编码和调制相结合, 联合考虑编码与调制的参数和性能, 减少额外冗余比特, 将冗余信息映射到扩展的调制星座符号集上, 在相同的符号发送速率下通过增大编码器的自由距离获得编码增益。

近几十年的研究针对 TCM 系统设计进行了大量的工作, 致力于寻找性能优越的编码准则。文献[2]列举了部分利用计算机搜索得到的最优编码方式。文献[3]将星座图扩展到多维空间并给出了多维 TCM 的优点及参考编码方案。文献[4]提出了基于高斯信道的 TCM 优化方法, 通过优化状态转移过程中输出的汉明距离进一步提高编码增益。同时随着 VLSI 技术的发展, 兼容不同速率的译码器实现极大地提高了 TCM 的应用价值^[5]。

本文提出一种新的编码方案, 通过优化编码方式和星座布局改善码元间的汉明距离及欧式距离, 同时给出 8PSK 和 16QAM TCM 的编码器的设计方案。

2 TCM 编码

一般 TCM 系统是将码率 $R = k/(k+1)$ 的二进制卷积码和 M 进制 ($M = 2^{k+1} > 2$) 星座图调制相结合。一种典型的编码系统结构如图 1 所示。

该系统分为编码器和符号映射器 2 个部分。每次有 k 个信息比特 $U = (u_k, u_{k-1}, \dots, u_1)$ 进入编码器, 其中, $p(p < k)$ 个比特 (u_p, u_{p-1}, \dots, u_1) 进入系统反馈卷积编码器, 产生输出比特 (v_p, v_{p-1}, \dots, v_0), 其中 v_0 是校验比特, v_p, v_{p-1}, \dots, v_1 是信息比特。这 $p+1$ 个比特和 $k-p$ 个非编码比特 u_k, \dots, u_{p+1} 一起进入符号

映射器。在卷积编码器状态转移中, 由于非编码比特的存在, 可能出现从同一初始状态出发具有相同次态而输出不同的情况, 这些状态转移路径称为并行转移路径或平行路径^[6]。

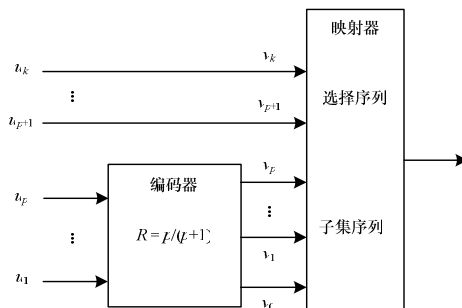


图 1 TCM 通用系统结构

在符号映射中, 向量 $V = (v_k, v_{k-1}, \dots, v_0)$ 映射到符号集 S 的 $M = 2^{k+1}$ 个点的某一个。采用集合分割(Set Partition, SP)方法^[2]来选择子集序列。该方法把符号集等大小地分割为更小的子集, 保证每一层分割都最大化最小平方子集距离, 即保证同一子集的符号点之间最小平方欧式距离(Minimum Squared Euclidean distance, MSE)最大。以一个码率 $R=2/3$, 采用反馈卷积编码器, 状态数为 4, 8PSK 调制的 TCM 系统为例, 对应的状态转移网格如图 2 所示。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60876016); 宁波市自然科学基金资助项目(2009A610059); 复旦大学专用集成电路与系统国家重点实验室基金资助项目(ZD20080103)

作者简介: 沈寅涛(1986—), 男, 硕士研究生, 主研方向: 数字基带信号处理, 多媒体技术; 王琳凯, 博士研究生; 周晓方, 高级工程师

收稿日期: 2011-04-28

E-mail: xiaofangzhou@fudan.edu.cn

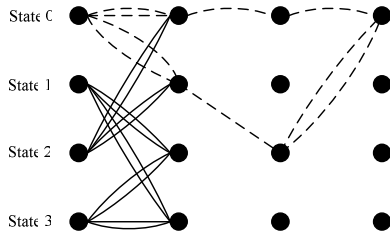


图 2 状态转移网格

分析此时的错误事件概率(Error Event Probability, EEP)以估计编码性能。对于一个给定的编码序列, EEP 的联合上界一般形式为^[6]:

$$P_e \leq A_{\text{dfree}} Q\left(\sqrt{\frac{d_{\text{free}}^2}{2N_0}}\right) \approx \frac{A_{\text{dfree}}}{2} e^{-d_{\text{free}}^2/4N_0} \quad (1)$$

其中, A_{dfree} 为最近相邻元素数; d_{free}^2 为最小自由平方距离; $Q(x)$ 是高斯统计的互补误差函数, 简称 Q 函数, 表达式为:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-y^2/2} dy \leq \frac{1}{2} e^{-x^2/2}, x \geq 0 \quad (2)$$

对具有一致错误特性(Uniform Error Property, UEP)的 TCM 码, d_{free}^2 可通过正确序列为零路径和其他错误路径的最小平方距离进行计算^[7]。假设正确发送序列为 State 0 发出的全 0 路径, 错误序列可定义为由 State 0 发散并重新汇合序列, 如图 2 中虚线所示。

实际上, 对于码率 $R=2/3$ 的 4 状态编码, 在不考虑平行路径的前提下, 如果网格是全连通的, 则表明 d^2 (不考虑平行路径时的最小平方距离)等于 4.586 的编码方式并不唯一^[6]。EEP 给出了编码性能的上界, 实际系统性能同时还取决于编码调制中的其他参数, 优化方案需要对其进行综合考虑, 如文献[4]以状态转移过程中输出的非平行路径之间的汉明距离为主要考虑因素, 该方案运用于 8PSK 调制时总体上可增加 0.2 dB~0.3 dB 的编码增益。但文献[4]只给出了 8PSK 调制下状态数为 2 和 4 时的优化方案, 随着调制阶数上升码率进一步增大之后, 如 $R=3/4$, 16QAM 调制, 同一初始状态存在 4 对平行转移分支, 其输出结果的优化配对显得更为复杂且优化改善程度有限。为此, 本文提出基于 Gray 映射的改进方案, 对高阶 TCM 进行优化。

3 改进的 TCM 编码方案

本文首先从译码错误概率角度, 基于最大似然算法原理的 Viterbi 译码算法分析影响 BER 特性的其他因素。输入信号序列 U 经过编码变为序列 V , 映射到星座集 S , 再经过无记忆 AWGN 信道后送给译码器。译码器接收到序列 W , 根据译码规则产生一个 U 的估计序列 \hat{U} 。由于 U 与 V 的对应关系, 满足当且仅当 $\hat{V}=V$ 时, $\hat{U}=U$; 否则译码器产生错误译码。

当给定接收序列 W 时, 译码器的错误概率为:

$$P_e = \sum_W P(W)P(E|W) = \sum_W P(W)P(\hat{V} \neq V|W) \quad (3)$$

其中, $P(W)$ 是序列 W 的接收概率, 与译码算法无关。所以, 最佳译码算法的规则是使:

$$\min P_e = \min \sum_W P(E|W) = \max P(\hat{V}=V|W) \quad (4)$$

由贝叶斯公式:

$$P(V|W) = \frac{P(V)P(W|V)}{P(W)} \quad (5)$$

通常情况下, 若发送端发送每个码字的概率 $P(V)$ 相同, 且对于给定发送序列及信道, $P(W)$ 与译码算法无关, 则有:

$$\max P(V|W) \Rightarrow \max P(W|V) \quad (6)$$

在 TCM 系统中, 由于编码序列 V 与星座符号集 S 的一一对应关系, 在均值为 0, 方差为 $\sigma^2 = N_0/2$ 的 AWGN 信道下, 上式可进一步写为:

$$P(W|V) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-(w_i - s_i)^2 / N_0} \quad (7)$$

假设接收机解调器软输出可用的情况下, 上式等价于寻找具有最小欧式距离的接收序列。在此情况下, 最大似然译码等价于最小欧式距离译码。由式(3)可知, 译码器的错误概率由 $P(W)$ 、 $P(E|W)$ 2 项决定。现在考虑 TCM 系统的极限情况, 将 PSK 或 QAM 调制理解为一种特殊的 TCM, 即没有卷积码, 或者说卷积码状态数退化为 1, 此时译码算法无法提供足够的纠错能力, 则 PSK 和 QAM 调制在高信噪比时的误码率也就是它的错误事件概率, 系统错误概率由 $P(W)$ 决定。可简单估算此时的 BER 期望值, 记一次符号传输过程中错误比特数的期望为:

$$E(N) = \sum_{i=1}^M P(w_i) n_i, \sum_{i=1}^M P(w_i) = P(W) \quad (8)$$

其中, M 为调制阶数; $P(w_i)$ 为符号误判的概率; n_i 为相应的错误比特数, 其值等于传输符号与误判符号之间的汉明距离。由于在星座图上相邻的点具有相对较大的错误概率 $P(w_i)$, 因此可以近似认为 $E(N)$ 的值主要由星座图上具有最小欧式距离的符号布局决定。

上述分析提供了 TCM 系统的一个性能界, 在译码算法纠错能力固定的前提下, 缩短相邻星座点之间的汉明距离能一定程度地改善系统 BER 特性。实际运用中在编码调制固定符号发射功率的前提下, 调制阶数越高星座点之间的最小欧式距离随之缩小, 由此带来符号误判以及误码率的上升, 此时汉明距离的优化成为提高系统误码率(Bit Error Rate, BER)特性的一个重要手段。

采用格雷映射的星座图调制具有较强的抗干扰能力, 其优越性表现在相邻星座符号集之间只有 1 比特位信息不同, 也就是说相邻符号之间的汉明距离始终为 1, 成为优化汉明距离的最佳方案。

基于此, 本文提出了适用 Gray 映射的 TCM 编码改进方案, 基本规则如下:

- (1) 确保采用具有合适阶数的 Gray 映射星座符号集;
- (2) 确保平行转移路径输出对应在符号映射上具有最大欧式距离;
- (3) 确保状态转移过程中不同初始状态出发的相同平行转移输出集合分割对应到相同的次态集合。

为方便对比, 同样以 $R=2/3$, 4 状态, 8PSK 调制的 TCM 为例给出编码方案如下:

(1) 与传统编码方式根据状态转移分配星座图子集不同, 首先优先确定采用具有最小汉明距离的 Gray 映射 8PSK 星座符号集。

(2) 根据星座图确定状态输出集合分割, 依据 TCM 编码特点, 为最大程度保护非编码比特, 需要保证平行转移路径输出具有最大的欧式距离, 状态输出集合分割为 $\{[0, 6], [3, 5]\}$, $\{[1, 7], [2, 4]\}$ 。

(3) 进行状态转移分配, 首先要保证上述集合分割对应于平行路径, 将其分配为同一状态的次态转移路径输出; 相邻初始状态之间采用不同的平行路径分集; 任一时态的输出由信息比特和校验比特同时决定, 由此得到的最优编码见图 3。

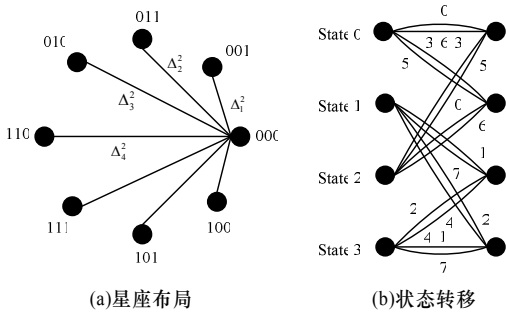


图3 8PSK-Gray 编码方案

据此规则可进一步扩展得到码率 $R=3/4$ 时 8 状态、16QAM 调制的 TCM 编码方案如下:

- (1)确定采用 Gray 映射的 16QAM 星座符号集。
- (2)确定集合分割, 状态输出集合分割为 $\{[0, 15], [3, 12], [5, 10], [6, 9]\}, \{[1, 14], [2, 13], [4, 11], [7, 8]\}$ 。
- (3)进行状态转移分配, 得到最优编码。

该方案如图 4 所示, 其状态转移表如表 1 所示(表中输出为十进制表示)。

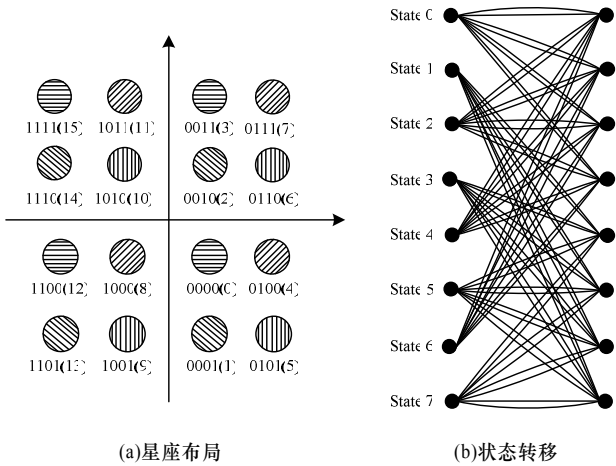


图4 16QAM-Gray 编码方案

表1 $R=3/4$ 时 8 状态转移表

现态	次态/输出							
	000	001	010	011	100	101	110	111
State 0	0/0	1/3	2/5	3/6	3/9	2/10	1/12	0/15
State 1	4/1	5/2	6/4	7/7	7/8	6/11	5/13	4/14
State 2	1/0	0/3	3/5	2/6	2/9	3/10	0/12	1/15
State 3	5/1	4/2	7/4	6/7	6/8	7/11	4/13	5/14
State 4	2/0	3/3	0/5	1/6	1/9	0/10	3/12	2/15
State 5	6/1	7/2	4/4	5/7	5/8	4/11	7/13	6/14
State 6	3/0	2/3	1/5	0/6	0/9	1/10	2/12	3/15
State 7	7/1	6/2	5/4	4/7	4/8	5/11	6/13	7/14

4 仿真结果

考虑 8PSK 星座调制, $R=2/3$ 时状态数为 4 的 TCM 系统, 译码采用 Viterbi 算法, 仿真结果如图 5 所示。可以发现本文的编码方案优于文献[2]方案, 具有 0.3 dB 左右的编码增益; 与文献[4]相比性能相近。

对于 $R=3/4$ 时 8 状态 16QAM 调制的 TCM 系统, 仿真结果如图 6 所示。其中, $Per = \frac{E_b}{N_o}$, 表示每比特能量与噪声功率密度(噪声比)之比。

仿真结果表明, 本文提出的编码方案性能均优于文献[2, 4]中的最优编码, 相对文献[2]方案具有 0.3 dB 编码增益, 相对

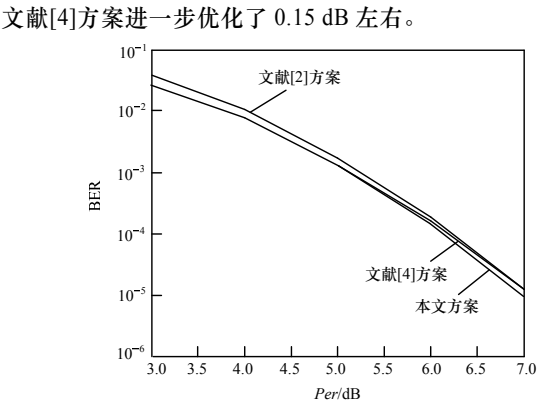


图5 TCM-R2/3-S4-8PSK 仿真结果

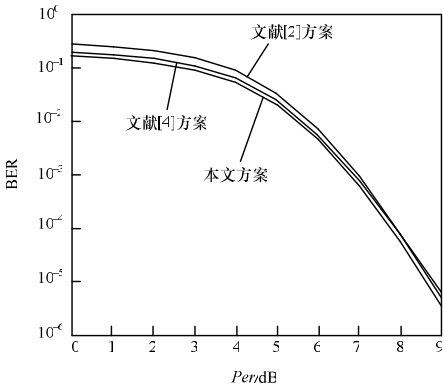


图6 TCM-R3/4-S8-16QAM 仿真结果

5 结束语

本文提出了一种基于 Gray 映射的新型 TCM 编码准则及编码方案, 与传统采用 SP 二进制分割方式的编码调制相比, 提高了编码增益。同时给出适用于码率 $R=2/3$ 时 4 状态 8PSK 调制和码率 $R=3/4$ 时 8 状态 16QAM 调制的优化 TCM 编码实例, 实验结果证明本文提出的设计方案具有更好的误码纠错能力。同时, 该设计方案可以继续扩展到高阶 TCM 系统, 进一步提高系统性能。

参考文献

- [1] Ungerboeck G. Channel Coding with Multilevel/Phase Signals[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1982, 28(1): 55-57.
- [2] Ungerboeck G. Trellis-coded Modulation with Redundant Signal Sets, Part II: State of the Art[J]. IEEE Communication Magazine, 1987, 25(2): 12-21.
- [3] Pietrobon S S, Deng R H, LaFanechere A, et al. Trellis Coded Multi-dimensional Phase Modulation[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1990, 36(1): 63-89.
- [4] Zhang Xiaoxin, Zhao Yuping, Zou Li. Optimum TCM Codes Design for Gaussian Channels by Considering Both Euclidean and Hamming Distances[C]//Proc. of ICC'09. Dresden, Germany: IEEE Press, 2009.
- [5] 欧阳淦, 刘 亮, 叶 凡, 等. 超宽带系统中维特比译码器的设计与实现[J]. 计算机工程, 2010, 36(17): 260-263.
- [6] Lin Shu, Costello D J. Error Control Coding[M]. 2nd ed. [S. l.]: Prentice Hall, 2004.
- [7] Biglieri E, McLane P J. Uniform Distance and Error Probability Properties of TCM Schemes[J]. IEEE Trans. on Communications, 1991, 39(1): 41-53.