

# 基于核函数的逆 Fisher 人脸识别

陈佳佩, 卢元元

(深圳大学信息工程学院, 广东 深圳 518060)

**摘要:** 传统 Fisher 判别方法存在小样本问题, 而逆 Fisher 判别方法的识别率较低。为此, 提出一种基于核函数的逆 Fisher 人脸识别方法, 在逆 Fisher 准则的基础上引入核函数映射, 选取合适的核函数在高维空间里提取人脸图像特征。实验结果表明, 该方法能保持逆 Fisher 判别的鲁棒性, 人脸识别率较高。

**关键词:** 人脸识别; 逆 Fisher 判别; 特征提取; 核函数

## Inverse Fisher Face Recognition Based on Kernel Function

CHEN Jia-pei, LU Yuan-yuan

(Information Engineering College, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China)

**【Abstract】** There exists the small sample problems in the traditional Fisher discriminant method, and the recognition rate of the inverse Fisher method is also relatively low. So this paper proposes an inverse Fisher face recognition method based on kernel function, which uses a proper kernel function to extract some effective face features in the high dimensional space. Experimental results show that the new method keeps the robustness of the inverse Fisher discriminant as well as the high recognition rate of faces.

**【Key words】** face recognition; inverse Fisher discriminant; feature extraction; kernel function

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.21.061

### 1 概述

人脸图像是一种复杂、多变、高维的模式, 机器如何准确快速地识别出人脸仍然是一件非常困难的事情。基于代数的人脸识别方法是当前研究的主流, 并且取得了较好的实验效果。主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)及线性判别分析(Linear Discriminant Analysis, LDA)是 2 种最主要的方法, 广泛应用于人脸识别特征提取。很多著名的人脸识别方法, 如特征脸(Eigen Faces)<sup>[1]</sup>及 Fisher 脸(Fisher Faces)<sup>[2]</sup>都是基于这 2 种方法研发的。

基于 Fisher 判别准则的人脸识别方法可以得到有助于分类的最佳判别投影信息, 但是在实际使用中经常会遇到小样本问题。为解决这个问题, 已有学者提出了 Fisher 准则的改进算法, 如文献[3]提出使用一个扰动矩阵使得原来的奇异矩阵变成非奇异矩阵, 而文献[4]则通过对类内差异矩阵进行特征向量分解, 摒弃零空间矩阵来避免矩阵的奇异性。然而类内差异矩阵的零空间存在着非常重要的判别信息, 摒弃它会造成功率率的急剧下降。于是文献[5-6]提出了一种逆 Fisher 判别准则, 通过改变 Fisher 准则的数学表达式, 获取等价的信息, 这样就可以很好地解决 Fisher 判别准则的小样本问题, 使人脸识别算法具有很强的鲁棒性。但这种逆 Fisher 判别准则的识别率还是低于 Fisher 准则的识别率。

针对上述问题, 本文提出一种基于核函数的逆 Fisher 判别方法, 既能消除小样本问题, 又能提高识别率。

### 2 Fisher 判别准则和逆 Fisher 判别准则

#### 2.1 Fisher 判别准则

Fisher 判别准则的基本思想是寻找一个投影方向, 使得训练样本投影到该方向时尽可能具有最大的类间距离和最小的类内距离, 即每个类别的样本尽可能聚集在一起, 不同类别的样本尽可能分开<sup>[2,7]</sup>。

设定样本类间散度矩阵为  $S_b$ , 类内散度矩阵为  $S_w$ 。Fisher 判别准则直接以样本的可区分性为目标, 寻求最佳线性变换系数矩阵  $W = [w_1, w_2, \dots, w_M]$ , 使得样本的类间距离与类内距离比值达到最大。Fisher 判别准则函数为:

$$J(W) = \frac{W^T S_b W}{W^T S_w W} \quad (1)$$

如果类内散度矩阵是非奇异的, 则最优投影方向  $W_{LDA}$  即使得样本类间散度矩阵和类内散度矩阵行列式比值最大的正交特征向量。因此, 最优 Fisher 判别准则函数可以表达为:

$$W_{LDA} = \arg \max_W \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_w W|} \quad (2)$$

Fisher 判别准则函数对应的优化问题等价于求解一个复杂的广义特征值问题, 即  $W_{LDA}$  就是由满足下式的特征向量组成:

$$S_b W = \lambda S_w W \quad (3)$$

通常 Fisher 准则函数通过求矩阵  $S_w^{-1} S_b$  大于 0 的特征值  $\lambda_i$  所对应的特征向量, 得到投影空间。在实际应用中, 由于样本数量较少, 当样本的维数大于样本个数时,  $S_w$  奇异,  $S_w^{-1}$  不存在, 无法直接进行特征分解, 这就是人脸识别中普遍存在的小样本问题。

#### 2.2 逆 Fisher 判别准则

针对 Fisher 判别准则在实际运用中遇到的小样本问题, 文献[5]提出了基于逆 Fisher 准则的判别分析(Inverse Fisher

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61070252)

**作者简介:** 陈佳佩(1987—), 女, 硕士研究生, 主研方向: 模式识别, 网络与信息安全; 卢元元, 教授

**收稿日期:** 2011-04-26 **E-mail:** chen.jiapei@nationz.com.cn

Discriminant Analysis, IFDA)方法。由于类间散度矩阵  $S_b$  的零空间比类内散度矩阵  $S_w$  的零空间包含的分类信息少,因此将  $S_b$  特征分解的零空间去掉,只会丢失小部分的信息量,对于后面的 Fisher 分类没有太大的影响。求解得  $S_b$  特征分解的非零空间系数矩阵  $W_{proj}$ ,再将  $S_b$  和  $S_w$  投影到  $W_{proj}$  空间,分别得  $S'_b$  和  $S'_w$  矩阵,这样得到的  $S'_b$  和  $S'_w$  都是正定的非奇异矩阵,于是求式(1)中  $J(W)$  的最大值,等效于求式(4)中  $J'(W)$  的最小值。

$$J'(W) = \frac{W^T S'_w W}{W^T S'_b W} \tag{4}$$

可定义逆 Fisher 判别准则如下:

$$W_{LDA} = \arg \min_w \frac{|W^T S'_w W|}{|W^T S'_b W|} \tag{5}$$

即求解  $S'_b^{-1} S'_w$  的大于 0 的特征值所对应的特征向量。

逆 Fisher 判别准则保证了  $S'_b$  和  $S'_w$  的非奇异性,具有较好的识别鲁棒性,其缺点是识别率有所降低。

### 3 基于核函数的逆 Fisher 人脸识别

#### 3.1 核函数原理

核方法<sup>[4,8]</sup>是一系列先进非线性数据处理技术的总称,其共同特征是这些数据处理方法都应用了核映射。原理上,核方法通过非线性映射将原始数据由数据空间映射到特征空间,进而在特征空间进行有关线性运算,由于运用了非线性映射,从而大大增强了数据处理能力。从本质上讲,核方法实现了数据空间、特征空间和类别空间之间的非线性变换。在实际应用中,核方法通过一个非线性函数  $K$ ,实现从数据空间到特征空间的向量内积变换。设  $x_i$  和  $x_j$  为数据空间的样本点,数据空间到特征空间的映射函数为  $\phi$ ,则  $K(x_i, x_j) = \phi(x_i) \cdot \phi(x_j)$ 。通常,非线性变换函数  $\phi$  相当复杂,而实际采用的核函数  $K$  则相对简单得多。不需要知道具体的映射函数  $\phi$  的表达式及其参数,而且还可以直接避免维数灾难,这是核方法的优点。现在使用较多的核函数有:

$$k(x, y) = (a(x \cdot y) + b)^d, d > 0, a, b \in R$$

$$k(x, y) = e^{-\|x-y\|^2 / \sigma^2}, \sigma \in R$$

#### 3.2 基于核函数的逆 Fisher 判别

针对逆 Fisher 方法的缺点,并考虑到核映射可充分利用人脸图像多个像素之间的高阶相关性,提高信息处理能力,可先使用核映射函数把原始向量映射到高维特征空间,然后在此空间中提取图像数据特征,最后进行逆 Fisher 判别。这样既能保留逆 Fisher 鲁棒性,又能提高识别率。基于这一思路,本文提出基于核函数的逆 Fisher 判别方法——KIFDA。如图 1 所示, KIFDA 等价于 KPCA 加 IFDA。

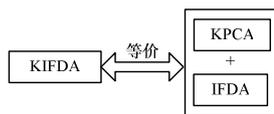


图 1 KIFDA 等价示意图

##### 3.2.1 KPCA 过程

KPCA 过程<sup>[9]</sup>如下:对于任意的映射函数  $\phi$  及任意的训练集  $\{x_1, x_2, \dots, x_N\}$ ,数据中心化公式为:

$$x_i \rightarrow \phi(x_i), \quad \tilde{\phi}(x_i) = \phi(x_i) - \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \phi(x_m) \tag{6}$$

在隐特征空间  $F$  中定义协方差矩阵  $C^\phi$ :

$$C^\phi = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \tilde{\phi}(x_i) \tilde{\phi}^T(x_i) \tag{7}$$

则由 PCA 原理分析可知,求解在隐特征空间  $F$  中的主成分就等价于求解特征值问题:

$$\lambda V = C^\phi V \tag{8}$$

根据再生核理论,所有对应于  $\lambda \neq 0$  的特征向量  $V$  必存在于  $\{\tilde{\phi}(x_1), \tilde{\phi}(x_2), \dots, \tilde{\phi}(x_N)\}$  所张成的空间中,因此,存在系数  $\alpha_i (i=1, 2, \dots, N)$  使得:

$$V = \sum_{i=1}^N \alpha_i \tilde{\phi}(x_i) \tag{9}$$

且对于所有  $k=1, 2, \dots, N$  有:

$$\lambda \sum_{i=1}^N \alpha_i (\tilde{\phi}(x_k) \tilde{\phi}(x_i)) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i (\tilde{\phi}(x_k) \cdot \sum_{j=1}^N \tilde{\phi}(x_j)) (\tilde{\phi}(x_j) \cdot \tilde{\phi}(x_i)) \tag{10}$$

定义一个  $N \times N$  维的矩阵  $\tilde{K} = (\tilde{K}_{ij})_{i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, N}$ , 其中  $\tilde{K}_{ij} = \langle \tilde{\phi}(x_i), \tilde{\phi}(x_j) \rangle$ , 由于  $\tilde{K}$  对称且半正定,代入式(10)可得:

$$N \lambda \alpha = \tilde{K} \alpha \tag{11}$$

其中,  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$ 。由文献[4]中推导,可得到  $\tilde{K}$  的间接求解等式:

$$\tilde{K} = K_{ij} - \frac{1}{N} \sum_{m=1}^N \mathbf{1}_{im} K_{mj} - \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{1}_{in} K_{nj} + \frac{1}{N^2} \sum_{m,n=1}^N \mathbf{1}_{im} K_{mn} \mathbf{1}_{nj} \tag{12}$$

其中,  $\mathbf{1}_{ij}$  表示所有元素全部都为 1 的矩阵;  $K_{ij} = k(x_i, x_j)$ 。

设  $V$  是式(11)归一化的正交特征向量集,则对任意一个输入样本  $x$ ,其在特征向量  $V$  上的投影为:

$$y = (V^k \cdot \phi(x)) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^k (\phi(x_i) \cdot \phi(x)) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^k k(x_i, x) \tag{13}$$

##### 3.2.2 IFDA 过程

在 KPCA 变换后进行 IFDA 过程<sup>[6,10]</sup>,步骤如下:

(1)读入人脸库数据  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ ,进行 KPCA 变换,得到系数矩阵  $W_{KPCA}$ 。

(2)在  $W_{KPCA}$  空间中,得到  $S_b$  和  $S_w$ ,对  $S_b$  进行特征分解,得到非零向量系数矩阵  $W_{proj}$ 。

(3)进行逆 Fisher 变换,得到系数矩阵  $W_{IFDA}$ 。

(4)人脸总特征矩阵为  $W = W_{IFDA} \times W_{proj} \times W_{KPCA}$ 。

(5)计算出训练样本核矩阵  $K_{train}$  和测试样本的核矩阵  $K_{test}$ ,然后将其投影到  $W$  空间,得到最后的特征值:

$$Train\_Features = W \times K_{train}, \quad Test\_Features = W \times K_{test}$$

(6)分类判别。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 ORL 数据库实验

本实验采用的 ORL 标准人脸库是由 40 人(每人 10 幅)图像组成的,具有不同的光照、表情和视点,库中的部分人脸图像如图 2 所示。



图 2 ORL 数据库中的人脸图像示例

实验随机选取 200 幅图像做训练,200 幅做测试,即每人的 5 幅图像充当训练样本,剩余的 5 幅图像作为测试样本。分别用 Fisher Faces、IFDA 和 KIFDA 进行人脸特征提取,为简化计算,采取多项式核函数  $k(x, y) = ((x \cdot y) + 1)^{0.5}$ 。在获得有效的特征后,利用邻近分类法进行了分类,重复实验

20 次。按照上述实验方法, 改变训练样本数和测试样本数, 再进行实验, 实验结果曲线如图 3 所示, 数值结果见表 1。

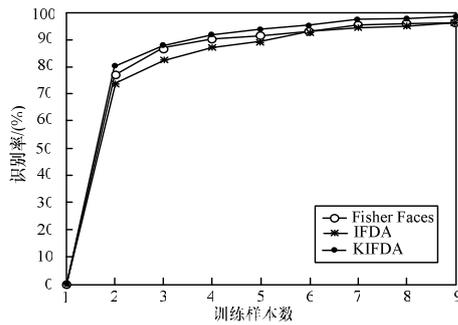


图 3 ORL 数据库中的识别率曲线

表 1 ORL 数据库中的识别率数值比较

训练样本数	测试样本数	Fisher Faces/(%)	IFDA/(%)	KIFDA/(%)
2	8	77.16	74.16	79.84
3	7	86.96	82.18	87.79
4	6	90.08	86.96	91.67
5	5	91.50	89.40	93.80
6	4	93.13	92.75	95.31
7	3	95.08	94.25	97.33
8	2	95.63	95.12	97.37
9	1	96.00	95.75	98.25

#### 4.2 FERET 数据库实验

在 FERET 数据库中的实验与 ORL 一样, 选取 FERET 库中的 72 个人, 每人 6 幅图像, 如图 4 所示。实验结果曲线及数据分别如图 5 与表 2 所示。由上述结果可知, 由于 KIFDA 方法考虑了图像像素之间的非线性关系, 因此识别的正确率比传统的 Fisher Faces 及 IFDA 方法有了明显提高。



图 4 FERET 数据库中的人脸图像示例

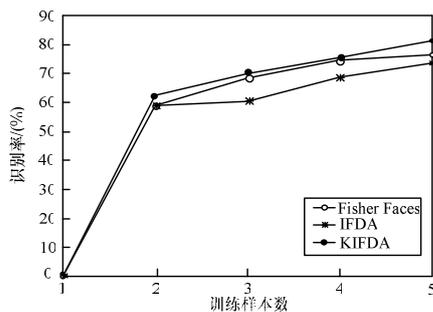


图 5 FERET 数据库中的识别率曲线

表 2 FERET 数据库中的识别率数值比较

训练样本数	测试样本数	Fisher Faces/(%)	IFDA/(%)	KIFDA/(%)
2	4	59.38	59.03	62.50
3	3	68.33	60.00	70.00
4	2	74.72	68.89	75.14
5	1	76.28	73.21	81.03

#### 5 结束语

本文提出了一种基于核函数的逆 Fisher 人脸识别方法, 通过引入多项式核函数, 充分利用了人脸图像多个像素之间的高阶相关性, 同时, 把低维空间的不可分问题转化为了在高维空间内的线性可分性问题。实验结果表明, KIFDA 的识别率与传统的 Fisher Faces、IFDA 方法相比有了明显提高。但是这种识别率的提高是以增加算法复杂度为代价的, 因此, 下一步的研究方向是在保证高识别率的基础上找到一个算法复杂度小而优的方法。

#### 参考文献

- [1] Turk M A, Pentland A P. Eigenfaces for Recognition[J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71-86.
- [2] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Eigenfaces vs. Fisherfaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection[J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711-720.
- [3] Mika S, Ratsch G, Weston J, et al. Constructing Descriptive and Discriminative Nonlinear Features: Rayleigh Coefficients in Kernel Feature Spaces[J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2003, 25(5): 623-628.
- [4] Baudat G, Anouar F. Generalized Discriminant Analysis Using a Kernel Approach[J]. Neural Computation, 2000, 12(10): 2385-2404.
- [5] Zhuang Xiaosheng, Dai Daoqing. Inverse Fisher Discriminant Criteria for Small Sample Size Problem and Its Application to Face Recognition[J]. Pattern Recognition, 2005, 38(11): 2192-2194.
- [6] 庄晓生. 人脸特征提取与人脸识别的一种新方法: 逆 Fisher 判别分析[D]. 广州: 中山大学, 2005.
- [7] 李进, 罗义平, 刘海华, 等. 基于改进零空间法的人脸识别研究[J]. 计算机工程, 2009, 35(9): 198-200.
- [8] Yang Jian, Frangi A F, Yang Jingyu. A New Kernel Fisher Discriminant Algorithm with Application to Face Recognition[J]. Neurocomputing, 2004, 56: 415-421.
- [9] 陈松. 基于小波变换与 KPCA 人脸识别技术研究[D]. 厦门大学, 2008.
- [10] 杨万扣, 王建国, 任明武, 等. 模糊逆 Fisher 鉴别分析及其在人脸识别中的应用[J]. 中国图象图形学报, 2009, 14(1): 88-93.

编辑 顾姣健

(上接第 178 页)

- [6] Thillou C M, Gosselin B. Color Text Extraction with Selective Metric Based Clustering[J]. Computer Vision and Image Understanding, 2007, 107(1/2): 97-107.
- [7] Angadi S A. A Texture Based Methodology for Text Region Extraction from Low Resolution Natural Scene Images[J]. International Journal of Image Processing, 2009, 3(5): 184-251.
- [8] Angadi S A, Kodabagi M M. Image Decomposition Combining Staircase Reduction and Texture Extraction[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2007, 18(6): 464-486.
- [9] Lee S H, Seok J H, Min K M. Scene Text Extraction Using Image Intensity and Color Information[C]//Proc. of CCPR'09. Nanjing,

China: [s. n.], 2009.

- [10] Phan T Q, Shivakumara P. A Skeleton-based Method for Multi-oriented Video Text Detection[C]//Proc. of the 9th IAPR International Workshop on Document Analysis Systems. Boston, USA: [s. n.], 2010.
- [11] Maragos P, Schafer R. Morphological Skeleton Representation and Coding of Binary Images[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 2003, 34(5): 1228-1244.
- [12] Lucas S M, Panaretos A, Sosa L. Robust Reading Competitions[C]//Proc. of the 7th ICDAR'03. [S. l.]: IEEE Press, 2003.

编辑 索书志



