

三维直角坐标系下三环网络的超 L 型瓦仿真

苏小虎^{a,b}, 邵伟鹏^a, 方木云^a

(安徽工业大学 a. 计算机学院; b. 计算机应用研究所, 安徽 马鞍山 243002)

摘 要: 传统的超 L 型瓦仿真算法主要采用穷举的方法, 效率较低, 且有一定的局限性。针对上述问题, 将三维直角坐标系引入三环网络, 在三维直角坐标系下, 提出广义三环网络 $G(N; s_1, s_2, s_3)$ 的超 L 型瓦仿真算法, 利用 C++ 和 OpenGL 实现超 L 型仿真, 并求得相关参数 l 、 m 、 n , 以及三环网络的直径 D 。实验结果表明, 该算法具有较高的执行效率和更强的通用性。

关键词: 三维直角坐标系; 三环网络; 超 L 型瓦; 直径

Hyper L-shaped Title Simulation of Triple-loop Network in 3D Cartesian Coordinate System

SU Xiao-hu^{a,b}, TAI Wei-peng^a, FANG Mu-yun^a

(a. School of Computer Science; b. Institute of Computer Application, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, China)

【Abstract】 The hyper-L shape title simulation algorithm mainly uses exhaustion method, so it is inefficient and limiting. In order to solve the problem, 3D cartesian coordinate system is used into searching triple-loop network. The simulation algorithm to the hyper L-shaped tile of general triple-loop networks $G(N; s_1, s_2, s_3)$ is presented. It is realized by C++ & OpenGL successfully, the diameter D of triple-loop network and some relevant parameters l, m, n of hyper L-shaped tile can be got. It provides convenience for the further research of triple-loop network. Experimental results indicate that the new algorithm has a higher execution efficiency, and has universal property.

【Key words】 3D cartesian coordinate system; triple-loop network; hyper L-shaped title; diameter

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.17.077

1 概述

环网络是网络结构中一类重要的拓扑结构, 近年来, 在电力网、通信网以及并行处理结构中得到了大量应用。目前, 针对双环、三环网络的研究较多, 为了便于研究, 很多学者利用了环网络的一些等价模型: 文献[1]仿真了双环网络的 L 型瓦模型^[1]; 文献[2-3]利用了双环网络的二叉树模型; 文献[4]则在平面直角坐标系下完成了无向双环网络的模型仿真; 文献[5]构造了超 L 型瓦模型; 文献[6]提出了三环网络的层图模型; 文献[7]仿真了一族三环网络 $G(N; 1, s, s+1)$ 的超 L 型瓦模型。在相关模型的基础上分别对双、三环网络的直径、宽直径、紧优性等做了大量研究。可见, 一个好的模型对相关研究起到了很大的辅助作用。

文献[7]中的仿真算法主要采用了穷举方法, 时间效率低, 而且仅局限于一族三环网络 $G(N; 1, s, s+1)$ 的超 L 型瓦仿真, 不利于推广。为此, 本文引入三维直角坐标系来研究三环网络, 并基于三维直角坐标系采用新的思想, 设计了新的算法, 实现广义三环网络 $G(N; s_1, s_2, s_3)$ 的超 L 型瓦仿真, 即该文献结尾中提出的问题: 将超 L 型瓦仿真推广

到广义三环网络中。

2 三环网络及其直径的定义

定义 1 称图 $G(N; s_1, s_2, \dots, s_l)$ 为具有 N (N 为自然数, 且 $N \in [0, N-1]$) 个节点的网络, 其中, 节点 i 分别和 $(i+s_1) \bmod N, (i+s_2) \bmod N, \dots, (i+s_l) \bmod N$ 相连。当 $l=2$ 时, 网络 $G(N; s_1, s_2)$ 称为双环网络; $l=3$ 时, 网络 $G(N; s_1, s_2, s_3)$ 称为三环网络。图 1 是三环网络 $G(7; 1, 2, 3)$ 的图论模型。

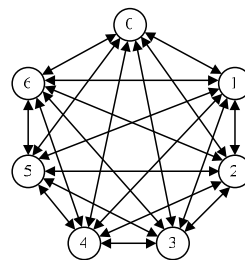


图 1 三环网络 $G(7; 1, 2, 3)$ 的模型

定义 2 环网络 $G(N; s_1, s_2, \dots, s_l)$ 的直径是指任意两点间最短距离集合中的最大者, 用 $d(N; s_1, s_2, \dots, s_l)$ 表示, 即有 $d(N) = \max \{d(N; s_1, s_2, \dots, s_l) | 1 \leq s_i \leq N-2, i=1, 2, \dots, l\}$ 。当 $l=3$

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(61003311); 安徽省高校自然科学基金资助项目(KJ2010A051)

作者简介: 苏小虎(1974—), 男, 讲师、硕士, 主研方向: 自然语言处理; 邵伟鹏, 讲师、博士研究生; 方木云, 教授

收稿日期: 2011-11-03 **修回日期:** 2011-12-25 **E-mail:** suxh@ahut.edu.cn

时,即为三环网络的直径。因环网络的对称性,故只要求得节点 0 到其他各节点最短距离集合中的最大者即可。

3 三环网络的超 L 型瓦模型

文献[5]针对三环网络提出了“三重交换步骤有向图”,理想情况下是如图 2 所示的空间 L 型,相对于双环网络的 L 型瓦模型,该模型被学者称之为超 L 型瓦。学者一直致力于超 L 型瓦的存在条件^[8-9],并给出了三环网络 G 的超 L 型瓦的存在条件 $\gcd(N, s_1, s_2, s_3) = 1$ 。

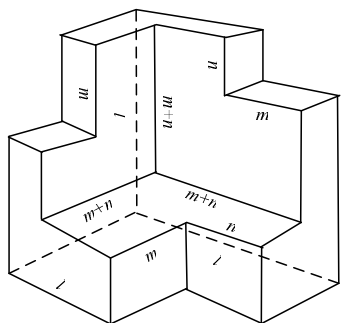


图 2 超 L 型瓦模型

文献[7]使用计算机辅助生成三环网络的超 L 型瓦模型,其仿真算法中采用公式 $n_{\text{node}} = (x + y + z + s + 1) \bmod N$ 去搜索节点的穷举方式构建出一族三环网络 $G(N; 1, s, s+1)$ 的超 L 型瓦。实验表明该算法效率极低,而且仅局限于 $G(N; 1, s, s+1)$,不利于推广使用。

4 一种新超 L 型瓦仿真算法

对于任意三环网络 $G(N; s_1, s_2, s_3)$,如果节点用一个小立方体表示,对其中任意一个节点 i ,把它们放置于三维直角坐标系中,分别在 X 、 Y 、 Z 3 个方向上按 $i + s_1(\bmod N)$ 、 $i + s_2(\bmod N)$ 、 $i + s_3(\bmod N)$ 依次构建其对应的相邻超 L 型瓦节点,如图 3 所示。如此重复下去,直到所有的节点被访问到,最终就形成了三环网络的超 L 型瓦。

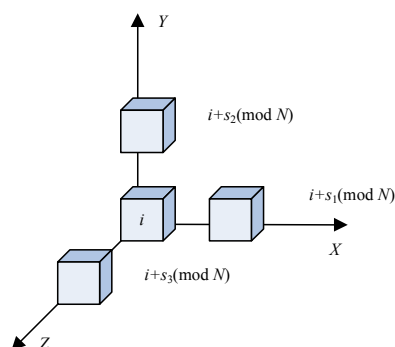


图 3 超 L 型瓦中节点关系

具体算法描述如下:

(1)在三维直角坐标系原点位置放置 $i=0$ 节点,把节点 0 记录在刚访问的节点集合中,其坐标初值为 $x=0, y=0, z=0$ 。

(2)对刚访问的节点集合中的每个节点分别在 X 、 Y 、 Z 3 个方向上放置 $i + s_1(\bmod N)$ 、 $i + s_2(\bmod N)$ 、 $i + s_3(\bmod N)$ 节点,并把它们记录到新的刚访问节点集合中,同时记录其

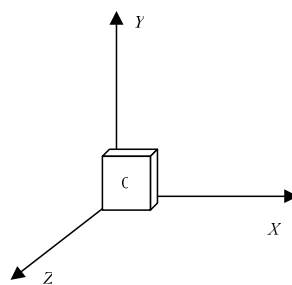
x 、 y 、 z 变化值,作为节点在三维直角坐标系中的节点坐标。

(3)对刚访问的节点集合中的每个节点重复步骤(2)操作,但对已访问节点不再重复做。同时清空旧的刚访问点集合,并把在步骤(3)中访问的所有节点作为新的刚访问点集合。

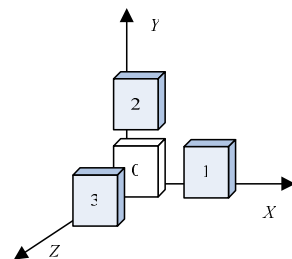
(4)重复步骤(3)操作,直到所有的节点都被访问到,此时完成三环网络超 L 型瓦的构建。同时,对刚访问点集合操作的次数,也即是三环网络的直径。

上述算法中的集合采用数组来表示,已访问点集合使用 $VisitedNode[4][n]$ 的二维数组,其中,第 1 行存放节点信息;第 2 行~第 4 行分别存放节点对应的坐标 x 、 y 、 z ;刚访问点集合使用 $VisitingNode[n]$, n 为节点个数。

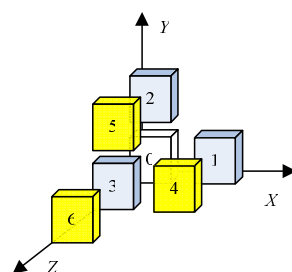
图 4 演示了 $G(7; 1, 2, 3)$ 的超 L 型瓦构建过程。在图 4(a)中,刚访问点集合为 $\{0\}$,已访问节点集合也为 $\{0\}$;在图 4(b)中,刚访问点集合为 $\{1, 2, 3\}$,已访问节点集合也为 $\{0, 1, 2, 3\}$;在图 4(c)中,刚访问点集合为 $\{4, 5, 6\}$,已访问节点集合也为 $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 。



(a) $N=1$ 时的超 L 型瓦



(b) $N=4$ 时的超 L 型瓦



(c) $N=7$ 时的超 L 型瓦

图 4 $G(7; 1, 2, 3)$ 的超 L 型瓦构建过程

依据上述算法,利用 C++ 和 OpenGL 实现了广义三环网络 $G(N; s_1, s_2, s_3)$ 的超 L 型瓦仿真,而不再局限于 $G(N; 1, s, s+1)$ 这样一族三环网络,所以更具通用性。图 5 展示了三环网络 $G(134; 15, 33, 19)$ 的超 L 型瓦仿真结果。其中,直径

$D=10$, 参数 $l=7, m=3, n=1$ 。

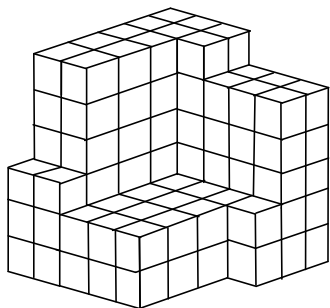


图5 $G(134;15,33,19)$ 的超L型瓦

为了与文献[7]的算法比较,在相同的计算机硬件环境下,针对不同的参数 N (N 为节点数), $N=10, 50, 100$ 时,分别做了相关实验,表1给出了本文算法和文献[7]算法的耗时对比。

表1 2种算法的耗时比较

算法	$N=10$	$N=50$	$N=100$
文献[7]算法	0.013 556 0	0.623 458 2	1.822 345 5
本文算法	0.001 133 4	0.013 345 3	0.234 459 8

从表1可以看出,本文的算法执行效率更高。从算法的核心代码来看,文献[7]的算法采用3重循环,基本的算法复杂度为 $O(n^3)$;而本文算法的核心代码中,仅需要对一维、二维数组处理,只需2重循环,基本的算法复杂度为 $O(n^2)$ 。

关于本算法的一点说明: $x \rightarrow s_1, y \rightarrow s_2, z \rightarrow s_3$ 的对应关系不变, X, Y, Z 构造次序的不同,生成的单个超L型瓦形状有所差异。但对与一个固定 N 值的三环网络,如果生成 $G(N;1,s,s+1)$ 一族超L型瓦,或生成 N 的所有L型瓦 ($s_1 \neq s_2 \neq s_3, \gcd(N,s_1,s_2,s_3)=1$) 时,它们的超L型瓦族是类似的。在本文算法中,如果按照先 y 再 x 后 z 的构造次序,无论是相同的 N,s_1,s_2,s_3 ,还是某一族的超L型瓦,所得到

的结果与文献[7]的结果完全一致。

5 结束语

本文首次引入三维直角坐标系用于三环网络的研究,并在三维直角坐标系下,采用新的算法实现了广义三环网络 $G(N; s_1, s_2, s_3)$ 超L型瓦的仿真,并得到三环网络的直径及超L型瓦的相关参数,突破了文献[7]算法只限于 $G(N; 1, s, s+1)$ 一族三环网络的局限,为三环网络的研究提供了更方便的途径。

参考文献

- [1] 方木云, 赵保华, 屈玉贵. 双环网络 $G(N;1,s)$ 的L形瓦仿真算法[J]. 系统仿真学报, 2005, 17(4): 914-916.
- [2] 李颖, 陈业斌. 基于树的无向双环网络 $G(N; \pm r, \pm s)$ 寻径策略[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2009, 37(6): 8-11.
- [3] 陈业斌. 基于二叉树的有向双环网络最优路由算法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2008, 36(6): 43-46.
- [4] 刘辉, 许发信, 方木云, 等. 无向双环网络 $G(N; \pm r, \pm s)$ 的图形仿真算法[J]. 计算机工程, 2011, 37(6): 272-273, 276.
- [5] Aguiló F. New Dense Families of Triple Loop Networks[J]. Journal of Discrete Mathematics, 1999, (197/198): 15-27.
- [6] 侯新民, 王天明. 分布式三环网络传输延迟[J]. 大连理工大学学报, 2002, 42(1): 9-12.
- [7] 邵伟鹏, 方木云, 徐宏, 等. 三环网络 $TL(N;1,s,s+1)$ 超L型瓦仿真算法[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2010, 38(3): 50-52.
- [8] Chen C, Hwang F K, Lee J S, et al. The Existence of Hyper-L Shapes in Triple-loop Networks[J]. Journal of Discrete Mathematics, 2003, (268): 287-291.
- [9] Chen C, Hung C S, Tang W S. On the Existence of Hyper-L Triple-loop Networks[J]. Journal of Discrete Mathematics, 2006, 306(12): 1132-1138.

编辑 顾逸斐

(上接第286页)

- [4] Wang Huiming, Xia Xianggen, Yin Qinye. A Linear Analog Network Coding for Asynchronous Two-way Relay Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(12): 3630-3637.
- [5] Han Yang. Performance Bounds for Two-way Amplify-and-forward Relaying[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2009, 8(1): 432-439.
- [6] Joung J, Sayed A H. Multiuser Two-way Amplify-and-forward Relay Processing and Power Control Methods for Beamforming Systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1833-1846.
- [7] Louie R H Y, Li Yonghui, Vucetic B. Practical Physical Layer

Network Coding for Two-way Relay Channels: Performance Analysis and Comparison[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(2): 764-777.

- [8] Esli C, Wittneben A. One-and Two-way Decode-and-forward Relaying for Wireless Multiuser MIMO Networks[C]//Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference. New Orleans, USA: IEEE Press, 2008.
- [9] Yilmaz E, Zakhour R, Gesbert D. Multi-pair Two-way Relay Channel with Multiple Antenna Relay Station[C]//Proc. of IEEE International Conference on Communications. Cape Town, South Africa: IEEE Press, 2010.

编辑 刘冰