

# CPM 信号的定时-相位联合估计算法

刘晓明, 廖 聪, 汪梦柔

(重庆大学通信工程学院, 重庆 400030)

**摘 要:** 针对 CPM 信号同步问题, 在判决数据辅助的基础上提出一种联合定时-相位估计算法。该算法用 Laurent 分解表示 CPM 信号, 由定时-相位联合似然函数得到定时误差检测器和相位误差检测器, 找出瞬时梯度, 迭代求解恢复出定时和相位信息。通过分析二进制部分响应 CPM 中的常见形式 PCM/FM 信号, 提出一种联合定时-相位估计的实现方案。在加性高斯白噪声信道上的仿真结果表明, 该算法适用于二进制部分响应 CPM 信号, 定时和相位估计性能都逼近理想曲线。

**关键词:** 连续相位调制; 定时误差检测器; 相位误差检测器; 定时恢复; 载波相位估计

## Joint Timing and Phase Estimation Algorithm for CPM Signals

LIU Xiao-ming, LIAO Cong, WANG Meng-rou

(College of Communication Engineering, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

**【Abstract】** A joint timing and carrier phase estimation algorithm is proposed for the synchronization problem of Continuous Phase Modulation (CPM) based on decision data. After using Laurent representation to express CPM signals, Timing Error Detector(TED) and Phase Error Detector (PED) are got from the joint likelihood function of timing and carrier phase. After finding the instant gradient, the estimated timing and phase value is recovered by iteration computation. After analyzing the common binary partial response CPM signals such as PCM/FM, the implementation scheme of joint timing and carrier phase estimation algorithm is designed. Simulation result shows that the proposed algorithm is suited for binary partial response CPM signals. The timing and carrier phase error variance curve is close to the theoretical limit.

**【Key words】** Continuous Phase Modulation(CPM); Timing Error Detector(TED); Phase Error Detector(PED); timing recovery; carrier phase estimation

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.21.028

### 1 概述

目前, CPM 同步通常有数据辅助估计和盲估计 2 种方法, 数据辅助估计分为利用判决数据辅助和前导字辅助。文献[1]采用盲估计方法, 采用了非线性运算, 只适用于全响应 CPM 信号。文献[2]提出一种联合定时-相位估计算法, 可对全响应及部分响应 CPM 信号进行定时估计, 但其采用传统的 CPM 形式, 仍然基于非线性运算, 工程上难以实现。文献[3]把 CPM 信号用 Laurent 分解法分解为脉冲幅度调制(Pulse Amplitude Modulation, PAM)信号的线性组合, 线性化 CPM 信号。文献[4]将 Laurent 分解法应用到 MSK 型信号, 可以很好地估计定时偏差, 但其不适用于通常形式的 CPM 信号。文献[5]采用 Laurent 分解法表示 CPM 信号, 提出一种基于判决数据的载波相位同步算法, 得到相位标准差曲线逼近 MCRB 限, 但所提算法不能估计定时信息。

本文采用 Laurent 形式表示 CPM 信号, 在判决数据辅助的基础上, 提出一种联合定时-相位估计算法, 同时基

于二进制部分响应 CPM 中常见的 PCM/FM(Pulse Code Modulation/Frequency Modulation)信号, 给出联合定时-相位估计算法的实现方案, 通过 Matlab 仿真分析了该算法在加性高斯白噪声信道下的性能。

### 2 信号模型

CPM 调制信号可表示为:

$$s(t; \mathbf{a}) = \exp\{j\varphi(t; \mathbf{a})\} \quad (1)$$

$$\varphi(t; \mathbf{a}) = 2\pi h \sum_{i=-\infty}^n a_i q(t-iT) \quad (2)$$

其中,  $h$  为调制指数;  $a_i \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$  是  $M$  元的调制信号;  $q(t)$  为相位函数, 一般表示为脉冲函数  $f(t)$  的积分<sup>[6]</sup>, 即:

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau \quad (3)$$

脉冲函数  $f(t)$  仅在有限时间段  $[0, LT]$  内具有非零数值( $L$  为记忆长度), 决定了发射信息载波相位的平滑度。当  $L=1$ , 为全响应 CPM 信号;  $L>1$ , 为部分响应 CPM 信号, 常用  $f(t)$  有矩形脉冲(LREC)和升余弦脉冲(LRC)等<sup>[6]</sup>。

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(51035008)

**作者简介:** 刘晓明(1963—), 男, 教授, 主研方向: 扩频通信, 宽带无线通信; 廖 聪、汪梦柔, 硕士研究生

**收稿日期:** 2011-12-26 **修回日期:** 2012-03-10 **E-mail:** 346901598@qq.com

$s(t)$  经过加性高斯信道传输后的接收信号可表示为:

$$r(t) = \exp\{j(\varphi(t-\tau; \mathbf{a}) + \theta)\} + n(t) \quad (4)$$

其中,  $\tau$  表示定时偏差;  $\theta$  表示载波相位偏移(本文考虑固定时延和固定相移情况);  $\mathbf{a}$  向量表示数据序列;  $n(t)$  表示接收端噪声。下文用  $\tilde{x}$  和  $\hat{x}$  分别表示  $x$  的假设值和估计值。

### 3 定时-相位联合估计

#### 3.1 Laurent 分解法

用 Laurent 分解法表示 CPM 信号为<sup>[3]</sup>:

$$s(t; \mathbf{a}) = \sum_{k=0}^{Q-1} e^{j\theta} b_{k,i} g_{k,i}(t - iT_s) \quad (5)$$

其中,  $Q = 2^{L-1}$ ;  $b_{k,i} = \exp\left\{j\pi h \left(\sum_{m=-\infty}^i a_m - \sum_{l=i}^{L-1} a_{l-i} \beta_{k,i}\right)\right\}$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ,

$Q-1$ ;  $\beta_{k,i}$  是序号  $k$  的二进制表示, 即:  $k = \sum_{i=1}^{L-1} \beta_{k,i} 2^{i-1}$ 。

CPM 信号可以用  $Q$  个 PAM 信号的线性和表示。下文的分析都是在式(5)所提 Laurent 分解的基础上展开的。

#### 3.2 判决数据的获取

假设  $\tau$  和  $\theta$  已知, 基于  $\tilde{\mathbf{a}}$  的似然函数可表示为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{aligned} \Lambda(x|\tilde{\mathbf{a}}) &= \text{Re}\left\{ \int_{iT+\tau}^{(i+1)T+\tau} r(t) s(t; \tilde{\mathbf{a}}) dt \right\} = \\ &= \text{Re}\left\{ \sum_{i=0}^{L_0} \sum_{k=0}^{Q-1} \int_{iT+\tau}^{(i+1)T+\tau} r(t) e^{-j\theta} b_k^*(\tilde{a}_i) g_{k,i}(t - iT_s - \tau) dt \right\} = \\ &= \text{Re}\left\{ \sum_{i=0}^{L_0} \sum_{k=0}^{Q-1} r_{k,i} b_k^*(\tilde{a}_i) \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中,  $r_{k,i}(\tau) = \int_{iT+\tau}^{(i+1)T+\tau} e^{-j\theta} r(t) g_{k,i}(t - iT_s - \tau) dt$ ;  $r_{k,i}(\tau)$  为  $r(t)$  通过匹配滤波器组  $\{g_k(t)\}$  抽样结果。似然函数的最大值即为维特比解调的结果<sup>[7]</sup>, 得到的序列检测结果  $\hat{\mathbf{a}}$  即为联合同步算法所需的判决数据, 即:

$$\hat{\mathbf{a}} = \max(\Lambda(r|\tilde{\mathbf{a}})) = \max\left\{ \text{Re}\left\{ \sum_{i=0}^{L_0} \sum_{k=0}^{Q-1} r_{k,i} b_k^*(\tilde{a}_i) \right\} \right\} \quad (7)$$

#### 3.3 联合定时-相位估计算法

本文采用的联合定时-相位估计算法仍是基于最大似然准则。该准则就是选择后验概率集中最大值的信号, 得到判决数据后, 同时考虑定时偏差  $\tau$  和载波相位偏移  $\theta$ , 基于  $\tilde{\tau}$  和  $\tilde{\theta}$  的联合似然函数可表示为<sup>[6]</sup>:

$$\begin{aligned} \Lambda(x|\tilde{\tau}) &= \text{Re}\left\{ \int_{iT+\tilde{\tau}}^{(i+1)T+\tilde{\tau}} r(t) s(t; \mathbf{a}) dt \right\} = \\ &= \text{Re}\left\{ \sum_{i=0}^{L_0} \sum_{k=0}^{Q-1} \int_{iT+\tilde{\tau}}^{(i+1)T+\tilde{\tau}} r(t) e^{-j\theta} b_k^*(a_i) g_{k,i}(t - iT_s - \tilde{\tau}) dt \right\} = \\ &= \text{Re}\left\{ \sum_{i=0}^{L_0} \sum_{k=0}^{Q-1} r_{k,i} b_k^*(a_i) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $r_{k,i}(\tilde{\tau}) = \int_{iT+\tilde{\tau}}^{(i+1)T+\tilde{\tau}} e^{-j\theta} r(t) g_{k,i}(t - iT_s - \tilde{\tau}) dt$ 。

联合似然函数的最大值所对应的参数值即为  $\tilde{\tau}$  和  $\tilde{\theta}$  的估计值, 由于  $\Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})$  有 2 个未知数, 而且是非线性函数, 求得  $\Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})$  的最大值后, 仍然无法得到  $\tilde{\tau}$  和  $\tilde{\theta}$  的解析式。本文提出了一种定时误差检测器(Timing Error Detector, TED)和相位误差检测器(Phase Error Detector, PED)来计算联合似然函数的瞬时梯度, 最后用瞬时梯度进行迭代更新, 即可恢复定时和相位信息。

将  $\Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})$  分别对  $\tilde{\tau}$  和  $\tilde{\theta}$  求偏导, 并令其等于 0, 得到式(9)和式(10)分别为误差检测器 TED 和 PED 的表达式,

偏导零值处对应的估计值  $\hat{\tau}$  和  $\hat{\theta}$  即为似然函数最大值处对应的  $\hat{\tau}$  和  $\hat{\theta}$ 。

$$\frac{\partial \Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})}{\partial \tilde{\tau}} = \sum_{i=0}^{L_0} \text{Re}\left\{ \sum_{k=0}^{Q-1} r'_{k,i} b_k^*(a_i) \right\} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})}{\partial \tilde{\theta}} = \sum_{i=0}^{L_0} \text{Im}\left\{ \sum_{k=0}^{Q-1} r_{k,i} b_k^*(a_i) \right\} = 0 \quad (10)$$

其中,  $r'_{k,i} = \frac{dr_{k,i}}{d\tau}$ ;  $r'_{k,i}$  为  $r(t)$  通过另一组微分滤波器  $\{g'_k(t)\}$  的抽样结果。令:

$$e_{\tilde{\tau},i} = \text{Re}\left\{ \sum_{k=0}^{Q-1} r'_{k,i} b_k^*(a_i) \right\} \quad (11)$$

$$e_{\tilde{\theta},i} = \text{Im}\left\{ \sum_{k=0}^{Q-1} r_{k,i} b_k^*(a_i) \right\} \quad (12)$$

可得:

$$\frac{\partial \Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})}{\partial \tilde{\tau}} = \sum_{i=0}^{L_0} e_{\tilde{\tau},i} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Lambda(x|\tilde{\tau}, \tilde{\theta})}{\partial \tilde{\theta}} = \sum_{i=0}^{L_0} e_{\tilde{\theta},i} \quad (14)$$

其中,  $e_{\tilde{\tau},i}$  和  $e_{\tilde{\theta},i}$  分别由误差检测器 TED 和 PED 得到, 为联合似然函数在  $iT$  时刻的瞬时梯度。式(13)和式(14)仍然是非线性方程, 很难得到估计值  $\hat{\tau}$  和  $\hat{\theta}$  的解析解。因此, 用  $e_{\tilde{\tau},i}$  和  $e_{\tilde{\theta},i}$  控制锁相环进行迭代, 可估计  $\tau$  和  $\theta$  的近似解。

$\tau$  的迭代更新方程为:

$$\hat{\tau}_{i+1} = \hat{\tau}_i + \gamma e_{\tilde{\tau},i-d} \quad (15)$$

$\theta$  的迭代更新方程为:

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i + \beta e_{\tilde{\theta},i-d} \quad (16)$$

$d$  为延时参数, 因为本文的估计算法是基于判决数据的,  $d$  为维特比译码所需的延时。显然,  $d$  越大, 判决数据的准确性越高, 但定时和相位估计环路的延时就越大, 迭代估计跟踪性能越差; 随着  $d$  减小, 判决数据的误码率会增高, 估计的偏差较大。由文献[2]知, 实际中通常取  $d=1$ 。

$\gamma$  和  $\beta$  是迭代步长,  $\gamma = 4BT_s/k_\tau$ ,  $\beta = 4BT_s/k_\theta$ 。其中  $BT_s$  归一化环路带宽, 与码元长度  $L_0$  的关系为:  $L_0 = 1/(2BT_s)$ ;  $k_\tau$  为定时误差检测器 TED 的  $S_\tau$  曲线参数,  $S_\tau$  曲线为  $S(a) = E\{e_{\tilde{\tau},i}/(\tau - \hat{\tau})\}$ ;  $k_\theta$  为相位误差检测器 PED 的  $S_\theta$  曲线参数,  $S_\theta$  曲线为  $S(b) = E\{e_{\tilde{\theta},i}/(\theta - \hat{\theta})\}$ 。

#### 3.4 联合定时-相位估计实现方案

本文讨论 IRIG 106-04 标准中所提出的 PCM/FM 信号, 其为  $M=2, 2RC$ ,  $h=7/10$  的二进制部分响应 CPM 信号, 即脉冲函数  $f(t)$  如下:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{4T}(1 - \cos \frac{\pi t}{T}) & 0 \leq t \leq 2T \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

PCM/FM 信号用 Laurent 分解法可表示为  $Q=2$  个 PAM 信号的线性组合<sup>[3]</sup>:

$$s(t; \mathbf{a}) = \sum_{k=0}^1 e^{j\theta} b_{k,i} g_{k,i}(t - iT_s) \quad (17)$$

$$g_0(t) = u^2(t), g_1(t) = u(t) \cdot u(t+T) \quad (18)$$

$$u(t) = \begin{cases} \frac{\sin[7\pi q(t)/5]}{\sin[7\pi/10]} & 0 \leq t \leq LT \\ u(2LT-t) & LT \leq t \leq 2LT \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

算法的实现方案如图 1 所示。基带信号  $r(t)$  进行相位补偿后, 经过匹配滤波器  $g_0(-t)$  和  $g_1(-t)$ , 其冲激响应由 Laurent 分解的 2 个 PAM 信号得到,  $\hat{\tau}$  控制输出采样时刻, 输出的  $r_{0,i}$  和  $r_{1,i}$  表示接收信号  $r(t)$  在 2 个 PAM 分量上的投影。维特比处理器完成译码工作, 且把判决数据  $\hat{a}$  做 Laurent 分解, 得到向量  $b_0$  和  $b_1$ 。将  $r_{0,i}$ 、 $r_{1,i}$  以及  $b_0$  和  $b_1$  送入误差检测器 TED 和 PED, 计算出瞬时梯度  $e_{\hat{\tau},i}$  和  $e_{\hat{\theta},i}$ , 其中计算  $e_{\hat{\tau},i}$  需要已知  $r'_{k,i}$ , 可由  $r(t)$  通过另一组微分滤波器组  $\{g'_k(t)\}$  抽样得到。最后经过 PLL 迭代估计出  $\tau$  和  $\theta$ 。

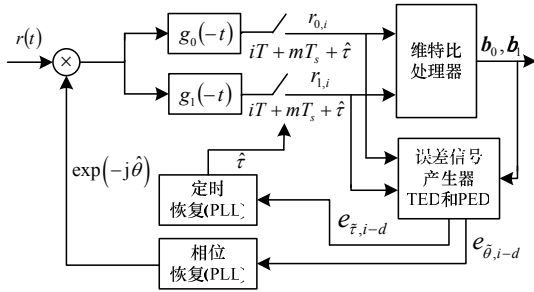


图 1 PCM/FM 信号定时-相位估计实现方案

#### 4 仿真结果与分析

修改的 Cramer-Rao 限(MCRB)是一种评估同步参数性能的常用方法, PCM/FM 信号定时、相位估计误差方差的 MCRB 限如下<sup>[8]</sup>:

$$MCRB_{\text{PCM/FM}}(\tau) = \frac{200}{147\pi^2 L_0} \times \frac{T^2}{E_s/N_0}$$

$$MCRB_{\text{PCM/FM}}(\theta) = \frac{1}{2L_0} \times \frac{1}{E_s/N_0}$$

假设  $\tau \in (-0.5, 0.5)$ ,  $\theta \in (-\pi, \pi)$ , 都是均匀分布的随机量, 在 AWGN 信道下对该算法的性能做仿真, 码元抽样值设定为  $N=4$ 。用标准差  $\text{Var}\{\hat{\tau}-\tau\}$ ,  $\text{Var}\{\hat{\theta}-\theta\}$  作为算法的性能指标, 并与 MCRB 限做比较。

图 2 为 PCM/FM 信号定时误差检测器 TED 的  $S_\tau$  曲线,  $k_\tau$  为  $\tau = \hat{\tau}$  时刻, 即定时估计误差值为 0 时  $S_\tau$  曲线斜率值。

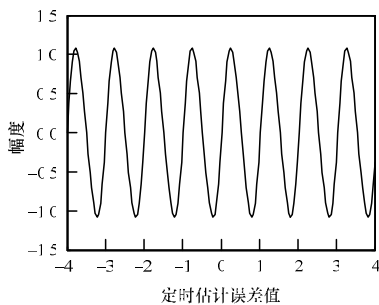


图 2 定时误差检测器 TED  $S_\tau$  曲线

图 3 为 PCM/FM 相位定时误差检测器 PED 的  $S_p$  曲线,  $k_p$  为  $\theta = \hat{\theta}$  时刻, 即相位估计误差值为 0 时  $S_p$  曲线斜率值。

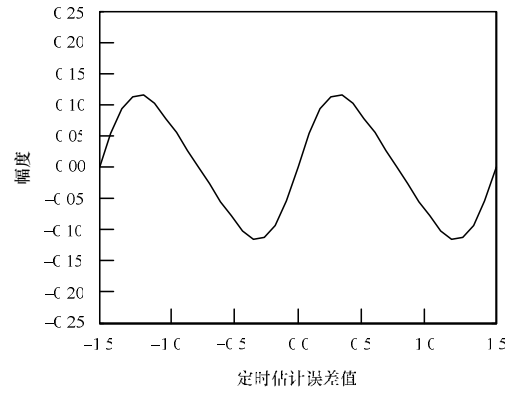


图 3 相位误差检测器 PED  $S_p$  曲线

图 4 为  $BT_s = 1 \times 10^{-3}$ , 码元长度  $L_0 = 500$  以及  $BT_s = 1 \times 10^{-2}$ ,  $L_0 = 50$  下 PCM/FM 信号定时标准差曲线。

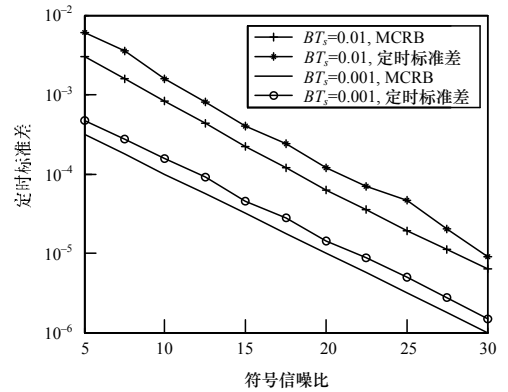


图 4 PCM/FM 信号定时标准差曲线

图 5 为相同条件下 PCM/FM 信号相位标准差曲线。定时和相位标准差曲线均逼近 MCRB 限, 说明此算法可以得到非常好的定时和相位估计性能。

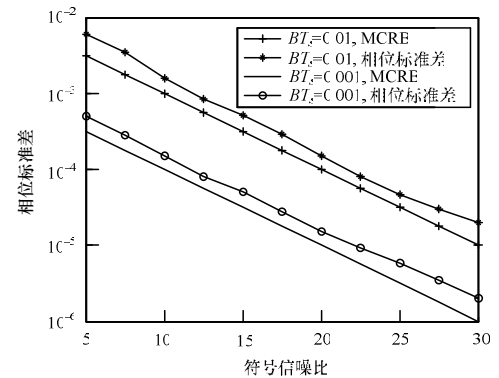


图 5 PCM/FM 信号相位标准差曲线

归一化环路带宽  $BT_s$  越小, 即码元长度越长, 定时和相位估计性能越好。这是因为随着  $L_0$  增大, 噪声对定时信号随机干扰小, 同时,  $BT_s$  越小, 更有利于滤除环路噪声, 因此可以得到更好的性能。

图 6 和图 7 分别为  $BT_s = 1 \times 10^{-3}$ , 码元长度  $L_0 = 500$  下, 用本文算法和文献[2]算法对 PCM/FM 信号进行定时和相位估计。通过仿真, 可知 2 种算法估计性能都很好, 均逼近 MCRB 限。但本文算法将 CPM 信号线性化, 计算复杂度小, 便于工程实现。

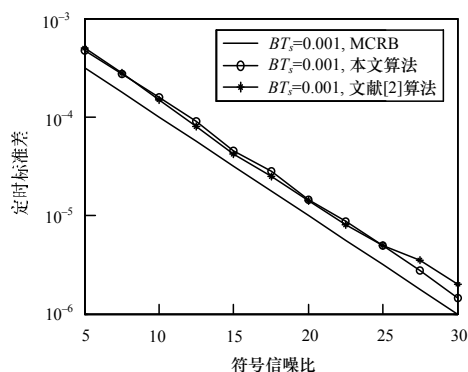


图6 定时标准差性能比较

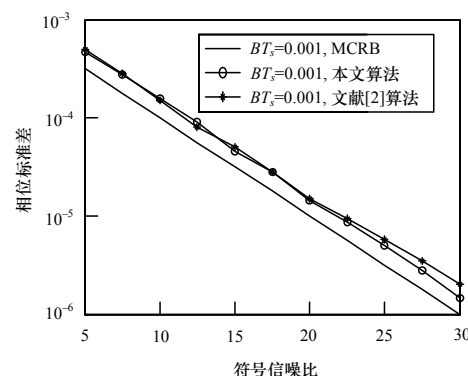


图7 相位标准差性能比较

## 5 结束语

本文在判决数据辅助的基础上,提出一种联合定时-相位估计算法,适用于二进制部分响应 CPM 信号。该算法可同时估计定时和相位信息,定时和相位估计性能都逼近理想曲线。定时恢复和相位恢复环路是独立的,不会互相影响。该算法线性化 CPM 信号,计算复杂度小,适合软件无线电系统。

## 参考文献

- [1] Andrea A N D, Mengali U, Morelli M. Symbol Timing Estimation with CPM Modulation[J]. IEEE Trans. on Communications, 1996, 44(10): 1362-1372.
- [2] Morelli M, Mengali U, Vitetta G M. Joint Phase and Timing Recovery with CPM Signals[J]. IEEE Trans. on Communications, 1997, 45(7): 867-876.
- [3] Perrins E, Rice M. PAM Decomposition of M-ary Multi-h CPM[J]. IEEE Trans. on Communications, 2005, 53(12): 2065-2075.
- [4] Morelli M, Vitetta G M. Joint Phase and Timing Recovery for MSK-type Signals[J]. IEEE Trans. on Communications, 2000, 48(12): 1997-1999.
- [5] Colavolpe G, Rabeli R. Reduced-complexity Detection and Phase Synchronization of CPM Signals[J]. IEEE Trans. on Communications, 1997, 45(9): 1070-1079.
- [6] 杨剑锋. 基于 Laurent 算法的多进制连续相位调制解调技术[D]. 成都: 电子科技大学, 2007.
- [7] 方继承. CPM 低复杂度解调与同步算法的研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
- [8] Andrea A N D, Mengali U, Reggiannini R. The Modified Cramer-rao Bound and Its Application to Synchronization Problems[J]. IEEE Trans. on Communications, 1994, 42(2-4): 1391-1399.

编辑 顾逸斐

(上接第 99 页)

为了进一步提高无线 Mesh 多播路由协议的效率,本文提出 MGC 路由协议。在 Mesh 多播路由中引入贪婪策略,不建立多播树,节省建立多播树的时间和空间开销,让局部区域内效率最高的节点发送分组,充分利用无线 Mesh 网络中的有效链路<sup>[8]</sup>,且仅需相邻节点间的局部信息,实现完全分布式,提高了无线 Mesh 网络的网络性能。通过实验仿真证实,MGC 协议比 Pacifier 协议在性能方面有很大提升。

## 参考文献

- [1] Sanjit B, Robert M. ExOR: Opportunistic Multi-hop Routing for Wireless Networks[J]. ACM SIGCOMM Computer Communication Review, 2005, 34(1): 69-74.
- [2] Michael J, Sachin K, Dina K. Trading Structure for Randomness in Wireless Opportunistic Routing[C]//Proc. of Conference on Applications, Technologies, Architectures, and Protocols for Computer Communications. New York, USA: ACM Press, 2007: 169-180.
- [3] Koutsonikolas D, Hu Y C, Wang Chih-Chun. Pacifier: High-throughput, Reliable Multicast Without "Crying Babies" in Wireless Mesh Networks[C]//Proc. of IEEE INFOCOM'09. [S. l.]:

IEEE Press, 2009.

- [4] Tan Xiaobin, Yue Hao, Fang Yuguang, et al. Greedy Strategy for Network Coding Based Reliable Broadcast in Wireless Mesh Network[C]//Proc. of IEEE Globecom 2012. Anaheim, USA: IEEE Press, 2012.
- [5] Eric R, Jayesh S, Yogita M, et al. SOAR: Simple Opportunistic Adaptive Routing Protocol for Wireless Mesh Networks[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2009, 8(12): 1622-1635.
- [6] Yan Yan, Zhang Baoxian, Zheng Jun, et al. CORE: A Coding-aware Opportunistic Routing Mechanism for Wireless Mesh Networks[J]. IEEE Wireless Communications, 2010, 17(3): 96-103.
- [7] Tang K, Obraczka K, Lee S J, et al. A Reliable, Congestion-controlled Multicast Transport Protocol in Multimedia Multi-hop Networks[C]//Proc. of the 5th International Symposium on Wireless Personal Multimedia Communications. 2002: 252-256.
- [8] Koutsonikolas D, Hu Y C. The Case for FEC-based Reliable Multicast in Wireless Mesh Networks[C]//Proc. of the 37th Annual International Conference on Dependable Systems and Networks. [S. l.]: ACM Press, 2007: 491-501.

编辑 顾逸斐

