

# 基于改进 POCS 算法的图像重建

刘常云<sup>1,2</sup>, 倪 林<sup>1</sup>

(1. 中国科学技术大学电子工程与信息科学系, 合肥 230027; 2. 中国人民解放军 94362 部队装备处, 山东 青岛 266111)

**摘 要:** 利用传统凸集投影(POCS)算法进行图像超分辨率重建时, 重建图像的边缘会产生振荡效应。针对该问题, 提出一种改进的 POCS 算法。分析边缘振荡效应产生的原因, 根据图像边缘两侧像素差值较大的特点, 加权约束中心在边缘像素的点扩散函数, 以减少边缘另一侧像素对当前像素的影响。实验结果表明, 该算法能消除边缘振荡效应, 提高重建图像的峰值信噪比。

**关键词:** 凸集投影算法; 超分辨率重建; 边缘振荡; 点扩散函数; 图像配准; 观测模型

## Image Reconstruction Based on Improved POCS Algorithm

LIU Chang-yun<sup>1,2</sup>, NI Lin<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China;

2. Equipment Department, Troop 94362 of PLA, Qingdao 266111, China)

**【Abstract】** Traditional Project onto Convex Set(POCS) algorithm for image super-resolution reconstruction has the defect of edge oscillation. Aiming at this problem, an improved POCS algorithm is proposed. By analyzing the reason that causes the edge artifact, for the greater pixel difference of the both sides of edge, it weighted restricts the Point Spread Function(PSF) whose center is the edge pixel, and reduces the influence of the other side of pixels to the current edge pixel. Experimental results show that this algorithm can reduce the edge oscillation effectively and improve the Peak Signal to Noise Ratio(PSNR) of the reconstructed image.

**【Key words】** Project onto Convex Set(POCS) algorithm; super-resolution reconstruction; edge oscillation; Point Spread Function(PSF); image registration; observation model

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.21.060

### 1 概述

超分辨图像重建是提高图像质量的有效途径, 它能够将存在亚像素位移的多幅低分辨率图像重建成高分辨率图像。重建算法主要分为频域算法和空域算法。目前以空域算法的应用为主, 其中比较成熟的算法有迭代反向投影法(Iterative Back Projection, IBP)、非均匀间隔样本内插法、约束最小二乘法(Constrained Least Square, CLS)、自适应滤波方法、凸集投影法(Project onto Convex Set, POCS)、最大后验概率估计法(Maximum a Posteriori Probability estimation, MAP)等<sup>[1]</sup>。其中, POCS 算法以其边缘保持能力好, 可灵活加入先验信息等优点, 在各个领域被广泛应用。

文献[2]提出的 POCS 算法是解决超分辨率问题较为常用的方法。此外, 文献[3]提出一种鲁棒的 POCS 方法, 该方法结合全局运动补偿和运动自适应性, 能够有效地应用于主体运动和目标的去隔行处理中。文献[4]将文献[3]方法推广到多运动目标的场景中。针对常用 POCS 算法获

得的重建图像会产生边缘振荡效应的问题, 研究人员从不同方面对边缘的点扩散函数(Point Spread Function, PSF)进行约束, 取得了一定效果。本文分析 POCS 算法原理和流程, 研究振荡效应产生的原因, 提出一种抑制振荡效应产生的新方法。

### 2 POCS 算法原理与改进

#### 2.1 观测模型

POCS 算法从观测模型出发研究理想图像与观测图像之间的关系, 因此, 建立合理的观测模型是获得高质量重建图像的关键<sup>[5]</sup>。

给定同一场景  $N$  幅低分辨率图像, 它们可以看作是由一幅高分辨率图像经过几何运动、光学模糊、亚采样以及附加噪声等降质过程产生的。令  $F$  表示所求的高分辨率图像,  $g_k$  表示某一幅低分辨率图像, 则常用的观测模型为:

$$g_k = DBM_k F + n_k$$

其中,  $M_k$ 、 $B$ 、 $D$  分别表示几何运动矩阵、模糊矩阵、亚

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(61172157)

**作者简介:** 刘常云(1982—), 男, 硕士研究生, 主研方向: 图像超分辨率重建; 倪 林, 副教授

**收稿日期:** 2011-12-14 **修回日期:** 2012-02-27 **E-mail:** lcy110@mail.ustc.edu.cn

采样矩阵;  $n_k$  表示附加噪声。则上式可写为:

$$g_k = hF + n_k$$

其中,  $h$  为点扩散函数。

## 2.2 POCS 算法原理

POCS 算法的基本原理是: 把每一个超分辨率解空间可行解的限制条件都定义为向量空间中的凸集合, 这些凸集的交集就是所求超分辨率重建的解<sup>[6]</sup>, 具体步骤如下:

(1) 选择一幅已知低分辨率图像进行双线性插值, 放大到与高分辨率图像同样大小, 作为初始估计  $f_0$ 。

(2) 将初始估计  $f_0$  与其他低分辨率图像配准, 计算与它们的相对位移。

(3) 计算低分辨率图像中的每一点对应的残差, 利用修正公式对初始估计对应点进行修正, 直到获得能接受的重建结果。

设低分辨率图像中的某像素  $(X, Y)$  映射到初始估计  $f_0$  图像的位置为  $(X', Y')$ , 算法示意图如图 1 所示。

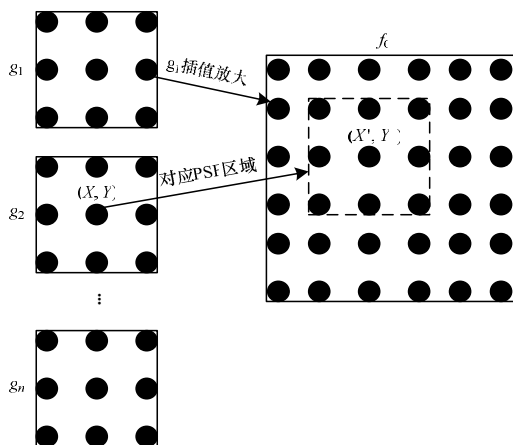


图1 POCS 算法示意图

算法对应的残差  $r$  为<sup>[7]</sup>:

$$r(X, Y) = g(X, Y) - \sum_{i=X'-(w-1)/2}^{X'+(w-1)/2} \sum_{j=Y'-(w-1)/2}^{Y'+(w-1)/2} f_k(i, j) h(i - X', j - Y')$$

其中,  $w \times w$  为  $h(x, y)$  支持域的大小。

当前估计的修正公式为:

$$\begin{cases} f_k(x, y) + (r + \mu)h(x - X', y - Y') & r < -\mu \\ f_k(x, y) = f_k(x, y) & -\mu \leq r \leq \mu \\ f_k(x, y) + (r - \mu)h(x - X', y - Y') & r > \mu \end{cases}$$

## 2.3 振荡效应及算法改进

利用 PSF 计算边缘某浅色点的估计值时, 其作用范围内会有深色像素, 因此, 估计值将小于实际值, 根据修正公式修正当前高分辨率估计图像中的对应像素值时, 修正后的像素会变大, 因而浅色区域边缘像素的颜色变浅; 同样, 深色区域边缘上的像素值修正后会变小, 从而深色区域边缘像素的颜色变深, 称该现象为边缘振荡效应。

POCS 算法产生边缘振荡效应是由边缘上定义的凸集投影造成的, 为此, 可通过修改定义在边缘上的数据一致性约束集合来抑制这种现象。显然, 与边缘像素不同侧的

区域不应对其产生太大的影响。

根据边缘相同侧像素值相差不大, 不同侧像素值相差较大的特性, 本文设计一种权值函数, 对中心在边缘像素的模板系数进行加权, 使得模板像素与中心像素差值越大, 对应的系数越小, 差值较小的系数基本保持不变, 其中模板算子大小与模糊算子相同时效果最好, 在模糊算子大小未知情况下, 模板算子大小一般取  $3 \times 3$  或  $5 \times 5$ 。设模板位置为  $(x, y)$ ,  $c$  表示像素  $f(x, y)$  与中心像素  $f(u, v)$  的差值绝对值, 则  $c = |f(x, y) - f(u, v)|$ 。根据上述目的, 权值函数  $q(x, y)$  选取关于  $c$  的衰减指数:

$$q(x, y) = e^{-\lambda c} = e^{-\lambda |f(x, y) - f(u, v)|}$$

其中,  $\lambda$  为常数, 是调节函数值随差值衰减的速率。将权值函数  $q(x, y)$  与原点扩散函数相乘并归一化得到修改后的 PSF 为:

$$h'(x, y) = \frac{1}{C'} h(x, y) e^{-\lambda |f(x, y) - f(u, v)|}$$

其中:

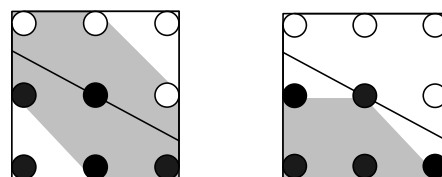
$$C' = \sum_{x=-(w-1)/2}^{(w-1)/2} \sum_{y=-(w-1)/2}^{(w-1)/2} h(x, y) e^{-\lambda |f(x, y) - f(u, v)|}$$

## 3 对比分析与仿真实验

### 3.1 算法对比分析

目前, 通过修改点扩散函数改进 POCS 算法的方法虽然很多, 但多数由于计算复杂或通用性不强难以被广泛应用。文献[8]算法通过像素到边缘的距离约束中心在边缘的点扩散函数, 简单有效, 适应范围广, 是较具代表性的改进算法。因此, 将本文算法与文献[8]算法进行比较。

图 2(a)、图 2(b) 分别为文献[8]算法和本文算法的边缘点扩散函数系数权重示意图, 其中, 深色区域表示权重较大的区域; 方框表示 PSF 作用范围; 斜线表示图像边缘。可见, 文献[8]算法的边缘点扩散函数系数权重值较大的区域内仍然包括了不同侧的像素, 因此, 其边缘点的估计值会受到另一侧像素的影响。而本文算法在保证退化过程不损失图像能量的约束下, 将点扩散函数支撑域内的权值系数进行重新分配, 使其边缘 PSF 系数权重值较大的区域内不包含不同侧的像素, 既保留了边缘相同侧像素的影响, 又大大减小了不同侧像素的影响, 将边缘约束条件在图像重建过程中进行了充分体现。在本文算法中, 图像的边缘检测可用 Sobel 算子实现, 计算量较小。



(a) 文献[8]算法

(b) 本文算法

图2 边缘 PSF 系数权重示意图

### 3.2 仿真实验

对大小为  $256 \times 256$  像素的 Camera 图像进行亚像素全局平移、模糊、下采样后获得 4 幅低分辨率图像, 如图 3

所示。设点扩散函数是支撑域  $5\times 5$ 、标准差为 3 的高斯函数，参数  $\mu$  为 1.5， $\lambda$  为 3。边缘检测采用 Sobel 算子，并对检测到的边缘加粗，宽度取 PSF 支撑域宽度 5。



图 3 原始 Camera 图像及各算法重建图像

由图 3(b)~图 3(d)重建的高分辨率图像可见，标准 POCS 算法重建图像沿边缘两侧附近，浅色区域变的更浅，深色区域变得更深，重建图像有明显的凹凸感，导致图像失真；在相同条件下，本文算法对图像振荡效应的抑制效果比文献[8]算法更好。

图 3(a)~图 3(d)第 128 行的灰度级剖面图分别如图 4(a)~图 4(d)所示。可以看出，图 4(b)中的边缘处有明显突起的尖峰，而图 4(c)的边缘尖峰则较图 4(b)有一定抑制，图 4(d)的边缘最接近图 4(a)，这表明本文算法对边缘振荡效应的抑制效果最好，能有效保持图像的边缘特性。

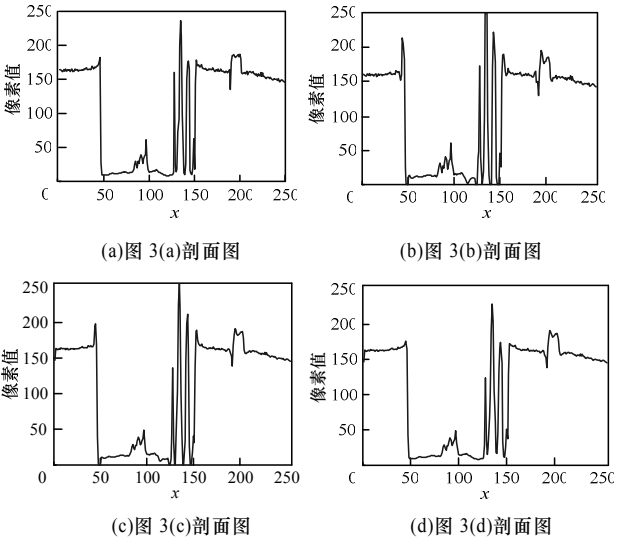


图 4 原始 Camera 图像及重建图像灰度级剖面图

图 5、图 6 为大小  $256\times 256$  像素的 Squares 图像采用上述操作及算法后获得的高分辨率重建图像和剖面图。通

过对比可知实验结果同样验证了本文算法的有效性。

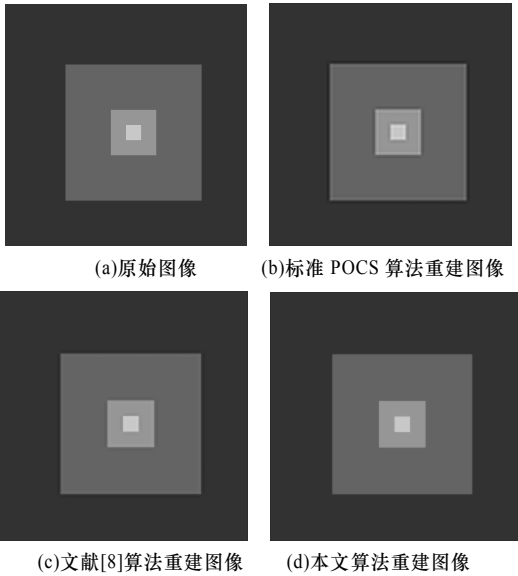


图 5 原始 Squares 图像及各算法的重建图像

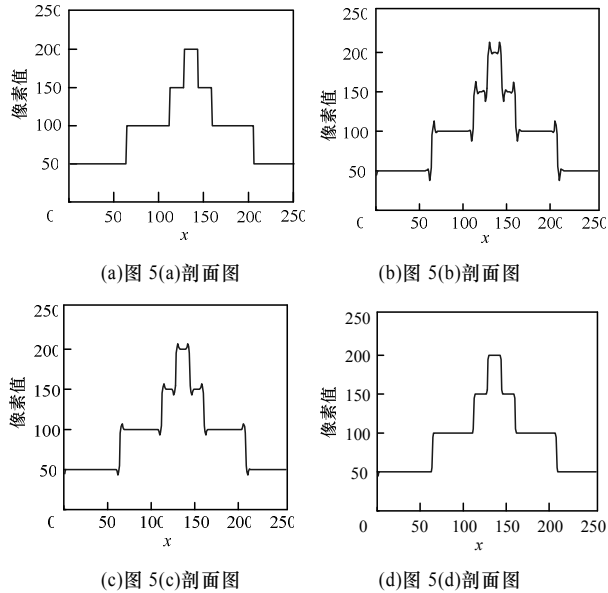


图 6 原始 Squares 图像及重建图像的灰度级剖面图

对于 Camera 图像和 Squares 图像，各算法重建图像的峰值信噪比如表 1 所示。

| 表 1 各算法重建图像的峰值信噪比 dB |            |          |          |
|----------------------|------------|----------|----------|
| 图像                   | 标准 POCS 算法 | 文献[8]算法  | 本文算法     |
| Camera               | 27.618 7   | 31.471 8 | 33.590 5 |
| Squares              | 40.362 7   | 44.559 4 | 47.424 0 |

4 结束语

本文通过分析传统 POCS 算法的原理及实现过程，找到产生边缘振荡效应的原因，将图像边缘的点扩散函数进行改进。实验证明，改进算法不仅提高了重建图像的峰值信噪比，而且能比传统算法更有效地消除重建图像的边缘振荡效应。下一步将重点研究不同噪声对算法的影响以及改进算法的应用场合。

(下转第 240 页)