

改进 UKF 算法在天波超视距雷达中的应用

陈百英¹, 刘以安¹, 张 强²

(1. 江南大学物联网工程学院, 江苏 无锡 214122; 2. 中国船舶重工集团公司第七二三研究所, 江苏 扬州 225001)

摘 要: 针对传统的无卡尔曼滤波(UKF)算法在对天波超视距雷达进行目标跟踪的过程中存在滤波发散和初始收敛速度慢等问题, 提出一种改进的 UKF 算法。通过引进调节因子对状态矢量和观测矢量的协方差作实时调整, 以达到提高滤波结果中状态信息与观测信息的正确率和雷达跟踪系统性能的目的。仿真结果表明, 该算法在处理目标跟踪问题时, 既可有效抑制 UKF 算法的发散, 又可提高跟踪系统的收敛速度。

关键词: 天波超视距雷达; 无卡尔曼滤波; 目标跟踪; 径向距离误差; 方位角误差; 调节因子

Application of Improved UKF Algorithm in Over-the-horizon Radar

CHEN Bai-ying¹, LIU Yi-an¹, ZHANG Qiang²

(1. School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

2. No.723 Research Institute of China Shipbuilding Industry Corporation, Yangzhou 225001, China)

【Abstract】For the slow convergence and divergence problem of the traditional Unscented Kalman Filtering(UKF) algorithm in target tracking, this paper puts forward the improved UKF algorithm. It can real-time adjust the covariance of the state vector and observation vector by introducing adjustment factor, so as to improve the right ratio between the state information and observation information in the filter results and to improve the performance of the tracking system. Simulation results show that the improved UKF algorithm not only can restrain the spread of UKF algorithm, but also can enhance the convergence rate of the tracking system in dealing with target tracking.

【Key words】 over-the-horizon radar; Unscented Kalman Filtering(UKF); target tracking; radial distance error; azimuth error; adjustment factor

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2012.24.019

1 概述

天波超视距雷达利用电磁波在电离层与地面之间的反射来探测地平线以下的超远距离空中和海上运动目标。尽管目前这种天波超视距体制雷达在测量精度和位置分辨能力上比微波雷达低, 但其一般工作在短波段, 不受地球曲率的限制, 不仅具有探测距离远、覆盖面积大, 而且还具有天然的抗低空突防、抗隐身飞行器、抗反辐射导弹等许多突出的优点。所以, 近年来, 天波超视距雷达深受军方的青睐, 并已成为国内外众多学者研究的热点^[1-4]。

目前, 天波超视距雷达常用的跟踪算法有: 扩展卡尔曼滤波(Extended Kalman Filtering, EKF)算法和无卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filtering, UKF)算法。但从现有的实验和仿真结果看, EKF 算法的目标状态估计精度较低, 而 UKF 算法尽管相比 EKF 算法在目标状态估计精度上有很大提高, 但也因 UKF 算法模型具有不确定性, 而存在目标跟踪过程发散和起始跟踪收敛速度慢等问题^[5]。

针对以上问题, 本文提出了一种改进的 UKF 算法。通过引进调节因子来实时调整状态矢量和观测矢量的协方差, 以达到平衡滤波结果中状态信息和观测信息的正

率和提高雷达系统跟踪性能的目的。

2 超视距雷达跟踪模型

超视距雷达的跟踪滤波模型分为状态模型和观测模型。

2.1 目标的状态模型

假设目标在二维平面内运动, 则目标的状态方程可表示为:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{F}(k) \times \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (1)$$

其中, $\mathbf{F} = [1 \ T \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 0 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ T; 0 \ 0 \ 0 \ 1]$; T 为雷达扫描周期; $\mathbf{w}(k)$ 为零均值高斯白噪声; $\mathbf{x}(k) = (p(k), \dot{p}(k), b(k), \dot{b}(k))$ 为 k 时刻的目标状态; p 、 \dot{p} 、 b 、 \dot{b} 分别为目标距接收站的地面径向距离、径向距离变化率、方位角、方位角变化率。

2.2 目标的观测模型

假设天波超视距雷达跟踪目标时, 电离层高度存在一条传播路径, 则超视距雷达的观测模型如图 1 所示。假设接收机位于坐标原点 O_1 处, 发射机位于 x 轴上与接收机的距离为 d , h_r 、 h_t 分别为反射发射波和回波的电离层高度, r_1 、 r_2 是接收机和发射机与目标的距离, Az 为反射回波与

作者简介: 陈百英(1989—), 女, 硕士研究生, 主研方向: 目标跟踪, 雷达对抗; 刘以安, 教授; 张 强, 研究员、硕士

收稿日期: 2011-12-14 **修回日期:** 2012-02-09 **E-mail:** Chenbaiying_1989@126.com

O_1YZ 面的夹角^[6]。

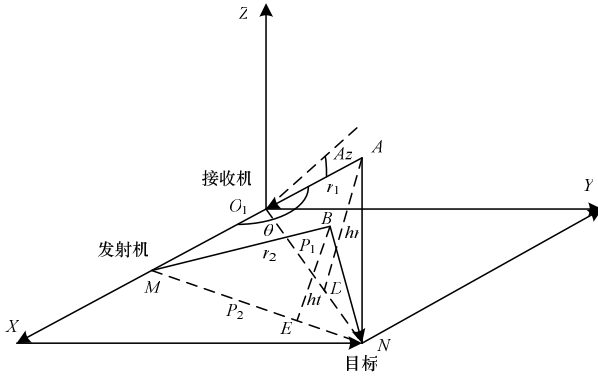


图1 超视距雷达的观测模型

目标在雷达站地理坐标系的坐标矢量可写成如下形式:

$$\mathbf{x}(k) = (p(k), \dot{p}(k), b(k), \dot{b}(k))$$

其中, p 为目标距接收站的地面径向距离; \dot{p} 为径向距离变化率; b 为方位角; \dot{b} 为方位角变化率。

超视距雷达探测目标是在射线坐标系中进行, 目标观测矢量为:

$$\mathbf{z}(k) = (R_g(k), \dot{R}_g(k), A_z(k))$$

其中, 观测量 $R_g = r_1 + r_2$ 为射距; \dot{R}_g 为射距变化率; $A_z = \pi/2 - \theta$ 为面方位角^[2]。

设 $p = p_1$, 则可得:

$$r_1 = r_1(p, h_r) = \sqrt{(p/2)^2 + h_r^2}$$

$$r_2 = r_2(p_2, h_t) = \sqrt{(p_2/2)^2 + h_t^2}$$

$$p_2 = \sqrt{(p)^2 - 2dp \sin(b) + (d)^2}$$

$$R_r = dR_g / dt = dr_1 / t + dr_2 / t$$

将 r_1, r_2 代入, 并且令 $\eta = p - d \sin(b)$, 可得:

$$R_r = p \{ \dot{p} / r_1 + \eta / r_2 \}$$

因为: $A_z = \pi/2 - \theta$, $(p/2) / \sin(b) = r_1 \sin(A_z)$, 所以 $A_z = \sin^{-1} \{ p \sin(b) / (2r_1) \}$ 。

地面坐标矢量 $\mathbf{x}(k)$ 转换为目标观测矢量 $\mathbf{z}(k)$ 的变化式如下:

$$\begin{cases} R_g = r_1 + r_2 \\ R_r = p \{ \dot{p} / r_1 + \eta / r_2 \} \\ A_z = \sin^{-1} \{ p \sin(b) / (2r_1) \} \end{cases} \quad (2)$$

其中:

$$r_1 = \sqrt{(p/2)^2 + h_r^2} \quad (3)$$

$$r_2 = \sqrt{(p/2)^2 - dp \sin(b) / 2 + (d/2)^2 + h_t^2} \quad (4)$$

$$\eta = p - d \sin(b) \quad (5)$$

于是, 目标观测方程的非线性表示为:

$$\mathbf{z}^m(k) = \mathbf{H}^m(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{w}^m(k), m = 1, 2, \dots, M^2$$

其中, m 是传播路径; $\mathbf{H}(\cdot)$ 由式(2)确定。

3 UKF 算法及其改进

3.1 传统 UKF 算法

传统 UKF 滤波算法的实现原理是用固定数量的参数

去近似一个高斯分布。UKF 的具体算法如下:

(1) 初始状态向量的扩维处理

初始状态向量 \mathbf{x} 扩展后的状态量和方差为:

$$\mathbf{x}_0' = [\mathbf{x}^T, 0, 0]^T_{n_x \times l}, \mathbf{P}_0' = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{R} \end{bmatrix}$$

其中, \mathbf{Q} 、 \mathbf{R} 分别为系统噪声和量测噪声的协方差^[7-9]。

(2) 假定电离层为 2 层, 选取点集如下:

$$\mathbf{x}_{k-1}' = [\mathbf{x}_{k-1}' \quad \mathbf{x}_{k-1}' + \sqrt{(n_l + k)\mathbf{P}_{k-1}'} \quad \mathbf{x}_{k-1}' - \sqrt{(n_l + k)\mathbf{P}_{k-1}'}] \quad (6)$$

(3) 时间更新

根据 UT 变换已知一个 n 维的状态随机变量, 其均值和协方差为 $\bar{\mathbf{x}}$ 和协方差 \mathbf{P}_x , 电离层为 2 层选取 3 个加全点来近似这个随机变量的分布^[3]。

具体的 Sigma 点采样公式如下:

$$\mathbf{z}_0 = \bar{\mathbf{x}}, W_0 = k / (n + k) \quad (7)$$

$$\mathbf{z}_i = \bar{\mathbf{x}} + (\sqrt{(n + k)\mathbf{P}_x})_i \quad (8)$$

$$\mathbf{z}_{i+n} = \bar{\mathbf{x}} - (\sqrt{(n + k)\mathbf{P}_x})_i \quad (9)$$

$$W_0^m = k / (n + k), W_i^m = k / (n + k) + (1 + \beta - \alpha^2) \quad (10)$$

$$W_i = 1 / 2(n + k), i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

这里, $k = \alpha^2(n + l) - n$ 是一个比例因子。 α 决定 \mathbf{x} 周围 Sigma 点的分布状态, 调节 α 以使高阶项的影响达到最小, 通常选择 $0 \leq \alpha \leq 1$ 。对高斯 $(\sqrt{(n + k)\mathbf{P}_x})_i$ 分布的情况, 当状态变量为单变量时, 选择 $l = 2$, 当状态变量为多变量时, 选择 $l = 3 - n_x$, $(\sqrt{(n + k)\mathbf{P}_x})_i$ 为矩阵 $(n + k)\mathbf{P}_x$ 的均方根的第 i 行或者第 i 列。可以用 cholesky 分解得到。待选参数 $\beta \geq 0$, 调节 β 可以提高方差的精度, 对于高斯分布, 取 $\beta = 2$ 是最优的^[10]。

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^x = f(k)\mathbf{z}_{k-1}^x + \Gamma(k)\mathbf{z}_{k-1}^n \quad (12)$$

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^{\Lambda} = \sum_{i=0}^{2n} W_i \mathbf{z}_{i,k|k-1}^x \quad (13)$$

$$\mathbf{z}_{k|k-1}^w = h(\mathbf{z}_{k|k-1}^x, \mathbf{z}_{k|k-1}^w) \quad (14)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i [\mathbf{z}_{i,k|k-1}^x - \mathbf{z}_{k|k-1}^x][\mathbf{z}_{i,k|k-1}^x - \mathbf{z}_{k|k-1}^x]^T \quad (15)$$

(4) 量测更新

$$\mathbf{P}_{z,k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i [\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \mathbf{z}_{k|k-1}^{\Lambda}] [\mathbf{z}_{i,k|k-1} - \mathbf{z}_{k|k-1}^{\Lambda}]^T + \mathbf{R}_k \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{x,k|k-1} = \sum_{i=0}^{2n} W_i [\mathbf{z}_{i,k|k-1}^x - \mathbf{z}_{k|k-1}^x] [\mathbf{z}_{i,k|k-1}^x - \mathbf{z}_{k|k-1}^x]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{x,k|k-1} \mathbf{z}_{k|k-1}^{\Lambda} \mathbf{P}_{z,k|k-1}^{-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{x}_k^{\Lambda} = \mathbf{x}_{k|k-1}^{\Lambda} + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{z}_{k|k-1}^{\Lambda}) \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{P}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{z,k|k-1} \mathbf{K}_k^{-1} \quad (20)$$

3.2 UKF 改进算法

UKF 滤波算法对于非线性滤波估计一个独特的优势在于, 能够克服一系列的 EKF 算法中存在的问题。然而在实践中发现, UKF 算法对初始值是敏感的, 如果初始值有一个错误, 它将直接影响滤波的结果, 即使初始的选择是合理的, 但是由于干扰误差和统计噪声模型的不确定性也将会影响滤波精度^[10]。

对 UKF 算法做改进, 引进了调节因子 a_k 。

$$P_{z[k-1]z[k-1]} = 1/a_k \sum_{i=0}^{2n_z} W_i [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}] \times [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}]^T + R_k \quad (21)$$

$$P_{x[k-1]z[k-1]} = 1/a_k \sum_{i=0}^{2n_z} W_i [\chi_{i,k|k-2}^x - \hat{x}_{k|k-1}] \times [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}]^T \quad (22)$$

$$P_{k|k} = 1/a_k P_{k|k-1} - K_k P_{z[k-1]z[k-1]} K_k^{-1} \quad (23)$$

a_k 是一个调节因子, $0 \leq a_k \leq 1$, 它能够平衡预测信息和测量信息的正确率^[2]。 a_k 如下:

$$a_k = \begin{cases} 1 & t_r(V_k V_k^T) \leq \text{tr}(P) \\ t_r(P) / \text{tr}(V_k V_k^T) & t_r(V_k V_k^T) > \text{tr}(P) \end{cases}$$

$$V_k = Z_k - \hat{Z}_k, \quad P = \sum_{i=0}^{2n_z} W_i [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}] \times [Z_{i,k|k-1} - \hat{z}_{k|k-1}]^T$$

在起始跟踪时, 用式(21)~式(23)替代式(16)、式(17)、式(20)。

4 算法仿真与对比

利用本文提出的改进的 UKF 算法对目标进行跟踪滤波并且与传统 UKF 算法跟踪进行对比。假设目标在二维平面内运动, 电离层高度 $h_r=100$ km, $h_t=220$ km, $d=100$ km。系统噪声协方差矩阵:

$$Q(k) = \text{diag}([1e-2, 1e-6, 1e-5, 1e-9])$$

量测噪声协方差矩阵:

$$R(k) = \text{diag}([1e-1, 1e-1, 1e-1])$$

目标在极坐标内的初始状态 x_0 和初始状态协方差 P_0 分别为:

$$x_0 = [1100 \text{ km} \ 0.10472 \text{ rad} \ 0.15 \text{ km/s} \ 8.73e-05 \text{ rad/s}]$$

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

在本文中采用简化的 UKF 算法, 经过 100 次蒙特卡罗仿真后 UKF 算法和改进 UKF 算法状态协差分别为:

$$P_x = \begin{bmatrix} 0.3845 & 0.0317 & 0.0351 & 0.0034 \\ 0.0317 & 0.0033 & 0.0029 & 0.0004 \\ 0.0351 & 0.0029 & 0.0134 & 0.0003 \\ 0.0034 & 0.0004 & 0.0003 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

$$P_x' = \begin{bmatrix} 33.2892 & 1.4011 & 48.0355 & 2.0303 \\ 1.4011 & 0.0621 & 2.0303 & 0.0904 \\ 48.0355 & 2.0303 & 120.3182 & 5.0980 \\ 2.0303 & 0.0904 & 5.0980 & 0.2280 \end{bmatrix}$$

观测量协方差分别为:

$$P_z = \begin{bmatrix} 0.1195 & 0.0000 & -0.0001 \\ 0.0000 & 0.1000 & 0.0000 \\ -0.0001 & 0.0000 & 0.1028 \end{bmatrix}$$

$$P_z' = \begin{bmatrix} 1.2230 & -0.0007 & -0.0095 \\ -0.0007 & 0.1000 & 0.0012 \\ -0.0095 & 0.0012 & 0.1758 \end{bmatrix}$$

可以看出改进后的 UKF 算法由于调节因子的引入使状态协方差和观测量协方差增大, 协方差增大能够减小跟踪时的误差, 在仿真过程中状态协方差和观测量协方差都是在不断变化的, 改进的 UKF 算法的调节因子会根据预

测量和测量信息的正确率调整协方差。

径向距离误差和方位角误差如图 2、图 3 所示。图 2、图 3 分别为 UKF 算法及改进 UKF 算法经过 100 次的 Monte Carlo 仿真获得的径向距及方位角的误差。

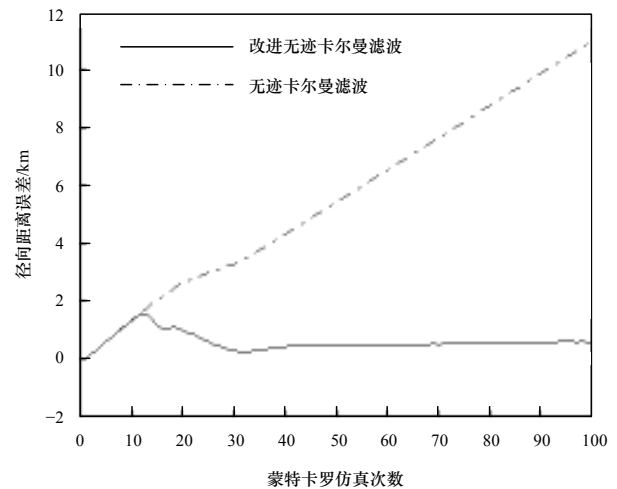


图 2 径向距离误差

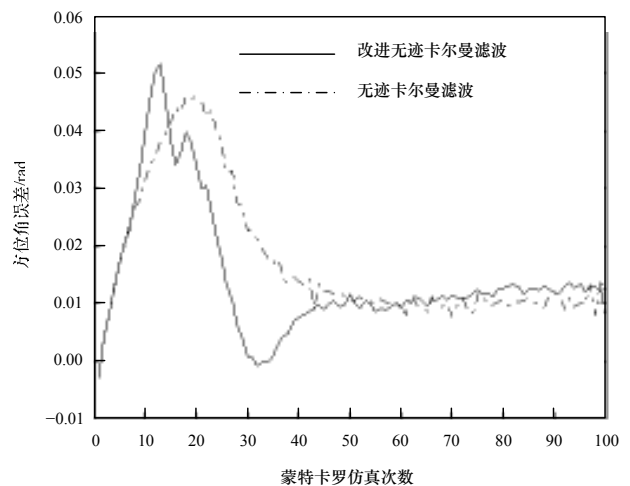


图 3 方位角误差

从图 2 可以看出, 传统的 UKF 算法径向距离误差是发散的, 而改进的 UKF 算法径向距离误差是趋于收敛的。从图 3 可以看出, 改进的无迹卡尔曼滤波的方位角误差在第 10 次蒙特卡罗仿真时开始收敛, 而传统的 UKF 算法方位角误差在第 20 次蒙特卡罗仿真时才开始收敛, 改进了的 UKF 算法初始收敛速度要快于传统的 UKF 算法。改进后的 UKF 算法在在目标跟踪中的稳定性和收敛时间都明显优于传统 UKF 算法。

5 结束语

本文提出了一种引进调节因子的改进 UKF 算法。通过仿真证明改进 UKF 算法的稳定性和收敛时间优于传统 UKF 算法。在超视距雷达实际跟踪目标时, 目标的运动模式是不确定的, 运动目标是多模式的, 对于改进的 UKF 算法在多模式运动目标跟踪问题中的应用还需要做进一步研究。

(下转第 85 页)