

L 范式多测度群体多样性反馈的 PSO 算法

江善和^{1,2}, 纪志成¹, 沈艳霞¹

(1. 江南大学电气自动化研究所轻工过程先进控制教育部重点实验室, 江苏 无锡 214122;

2. 安庆师范学院物理与电气工程学院, 安徽 安庆 246011)

摘 要: 为弥补已有算法中单一群体多样性监测方法和早熟停滞的不足, 提出 L 范式多测度群体多样性反馈的 PSO 算法。利用 L 范式概念给出位置、速度和自我认知 3 种群体多样性测度方法, 将多测度群体多样性作为粒子群自组织系统的反馈信息, 动态调整算法的惯性权值和加速系数, 从而实现群体粒子的聚集和发散。基于基准测试函数, 给出 3 种群体多样性的变化特征, 比较不同范式不同控制策略下算法的性能。实验结果表明该算法具有更强的全局搜索能力和更高的优化精度。
关键词: 早熟停滞; L 范式; 多测度群体多样性; 自组织; 粒子群优化

Particle Swarm Optimization Algorithm of L Norm Multi-measures Population Diversity Feedback

JIANG Shan-he^{1,2}, JI Zhi-cheng¹, SHEN Yan-xia¹

(1. Key Laboratory of Advanced Process Control for Light Industry, Ministry of Education, Institute of Electrical Automation, Jiangnan University, Wuxi 214122, China;

2. Department of Physics and Power Engineering, Anqing Normal College, Anqing 246011, China)

【Abstract】 Aiming at the lack of the single perception method of population diversity and premature stagnation, Particle Swarm Optimization(PSO) algorithm based on L norm multi-measures population diversity feedback (PSO- L) is proposed. Position diversity, velocity diversity and self-cognitive diversity using L norm are defined as feedback information of a self-organized particle swarm system, which adjusts the parameters of the proposed algorithm so as to adaptively modify the particles to converge or diverge. The corresponding characteristics of population diversity and the performance of the proposed algorithm on different norms and parameter strategies are performed based on test functions. Moreover, PSO- L , along with other tested algorithms is conducted based on much more benchmark problems. Experimental results show that the proposed method has stronger global search ability and higher accuracy.

【Key words】 premature stagnation; L norm; multi-measures population diversity; self-organized; Particle Swarm Optimization (PSO)

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2013.05.052

1 概述

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法是一种基于群体智能的全局优化方法^[1], 广泛应用于科学研究和工程实践中, 如函数优化、神经网络、电力系统、机器人等众多领域^[2-3]。为提高算法的整体性能, 众多学者提出了各种各样的改进算法。文献[4]在 PSO 算法中引入惯性权重因子, 并给出了线性递减惯性权重(LDIW)、随机惯性权重^[5]、模糊调整惯性权重^[6]等方法来更好地协调算法的局部开发与全局探测能力。文献[7]采用时变加速系数的方法改

善算法的收敛性能。同时, 利用群体多样性减少或避免粒子出现早熟停滞也开展了相关研究, 如引入“吸引”和“扩散”算子控制群体多样性(ARPSO)^[8-9]、群体多样性控制的 PSO 算法(DCPSO)^[10]、多样性测度反馈控制调整权值的 PSO^[11]、群活性加速度反馈的 PSO^[12]。

然而, 对于群体智能计算方法而言, 如何观测和利用群体多样性极其重要。如学者提出了基于重心距离、均匀划分网格和种群熵概念的群体多样性计算方法^[13-15]; 利用群体多样性设计了控制器调整算法的参数^[16]。但上述文献中的群体多样性度量都是基于个体到群体中心点和个体到

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61174032); 安徽省高校自然科学基金资助项目(KJ2011Z232)

作者简介: 江善和(1975—), 男, 副教授、博士研究生, 主研方向: 计算智能; 纪志成, 教授、博士; 沈艳霞, 副教授、博士

收稿日期: 2012-05-10 **修回日期:** 2012-07-21 **E-mail:** jshxlxlw@163.com

个体中心点欧氏距离的多样性测度方法, 即 L_2 范式, 但该方法计算过程较为复杂, 而且多样性度量指标单一, 不能全面反映群体的所有信息。文献[17-18]提出了新的 L_1 范式群体多样性的观测方法, 并从解空间维数、粒子拓扑结构和粒子规模角度分析了新观测方式的有效性和简单性, 但它没有利用新信息控制算法的参数。为此, 本文提出了一种 L 范式多测度群体多样性反馈的 PSO 算法(PSO based on L norm multi-measures population diversity feedback, PSO-L)。

2 PSO 算法及稳定性参数分析

2.1 PSO 算法

考虑全局优化问题:

$$\min \{f(X) : X \in \mathcal{X} \subset \mathbf{R}^n\}$$

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_D]^T, x_d \in [a_d, b_d], d = 1, 2, \dots, D \quad (1)$$

其中, a_d 和 b_d 分别对应搜索空间中变量分量的上、下边界; 对应矢量 X 代表一个成员; $f(X)$ 为成员 X 的评价值; 式(1)的全局优化问题即成为在以 $f(X)$ 作为评价标准的前提下寻求最优解。多个可行解的成员集合称为一个种群, 种群中每个成员称为一个粒子, 粒子个数称为种群规模。设搜索空间为 D 维, 粒子规模为 N , t 为进化迭代代数, 第 i 个粒子的位置用 $x_i(t) = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ 表示, 第 i 个粒子的速度用 $v_i(t) = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 表示, 第 i 个粒子自身经历的最好位置为 $p_i(t) = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$, 所有粒子经历的全局最好位置为 $p_g(t) = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ 。对于每一次迭代, 第 i 个粒子在第 d 维运动的表达式如下:

$$\begin{cases} v_{id}(t+1) = wv_{id}(t) + c_1r_1(p_{id}(t) - x_{id}(t)) + \\ c_2r_2(p_{gd}(t) - x_{id}(t)) \\ x_{id}(t+1) = x_{id}(t) + v_{id}(t+1) \end{cases} \quad (2)$$

$$1 \leq i \leq N, 1 \leq d \leq D$$

其中, w 为惯性权重; c_1 和 c_2 为加速常数; r_1 和 r_2 是 $[0,1]$ 范围内服从均匀分布的随机变量。从速度更新方式可以看出, 常数 c_1 调整粒子向它本身经历的最优位置飞行的最大幅度, 常数 c_2 调整粒子向全局最优粒子飞行的最大幅度。此外, 为了防止粒子跑到搜索空间之外, 它的速度 v_{id} 常常被一个最大速度 v_{\max} 限制。

2.2 稳定性参数分析

为了方便计算与分析, 首先将空间简化为一维空间, 令 $\varphi_1 = c_1r_1, \varphi_2 = c_2r_2$, 可将式(2)转化为式(3):

$$\begin{cases} v_i(t+1) = wv_i(t) + \varphi_1(p_i(t) - x_i(t)) + \varphi_2(p_g(t) - x_i(t)) \\ x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \end{cases} \quad (3)$$

令 $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, 并对式(3)进行简化:

$$\begin{cases} v_i(t+1) = wv_i(t) - \varphi x_i(t) + \varphi_1 p_i(t) + \varphi_2 p_g(t) \\ x_i(t+1) = wv_i(t) + (1-\varphi)x_i(t) + \varphi_1 p_i(t) + \varphi_2 p_g(t) \end{cases} \quad (4)$$

整理得式(5):

$$\begin{bmatrix} v_i(t+1) \\ x_i(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w & -\varphi \\ w & 1-\varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ \varphi_1 & \varphi_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i(t) \\ p_g(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

令 $A = \begin{bmatrix} w & -\varphi \\ w & 1-\varphi \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 \\ \varphi_1 & \varphi_2 \end{bmatrix}$, 通过 PSO 算法的数

学描述可以将系统变换为线性离散时不变系统, 假定在 t 次迭代后粒子找到最优位置时 p_i, p_g 将不随着时间变化。

定理 当 $\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) < w < 1, 0 < \varphi_1 + \varphi_2 < 2w + 2$ 时, 线性离散时不变系统式(5)渐进稳定。

证明: 通过系统式(5)以及模型式(3)的表达式可将 $x_i(t)$ 消去得到如下的差分表达式:

$$v_i(t+2) + (\varphi_1 + \varphi_2 - w - 1)v_i(t+1) + wv_i(t) = 0 \quad (6)$$

对式(6)求特征方程可得:

$$\lambda^2 + (\varphi_1 + \varphi_2 - w - 1)\lambda + w = 0 \quad (7)$$

为了对式(7)进行稳定性分析, 用双曲线性变换将离散系统转化为线性系统, 令 $\lambda = \frac{u+1}{u-1}$, 代入式(7)得:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{u+1}{u-1} \right]^2 + (\varphi_1 + \varphi_2 - w - 1) \left[\frac{u+1}{u-1} \right] + w = 0 \\ & (\varphi_1 + \varphi_2)u^2 + (2-2w)u + (2w+2-\varphi_1-\varphi_2) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

根据劳斯-赫尔维茨判据很容易得到如下表达式:

$$\begin{cases} \varphi_1 + \varphi_2 > 0 \\ 1 - w > 0 \\ 2w + 2 - \varphi_1 - \varphi_2 > 0 \end{cases} \quad (9)$$

可以得到结论: 当 $\frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2) - 1 < w < 1, 0 < \varphi_1 + \varphi_2 < 2w + 2$ 时, 线性离散时不变系统式(5)渐进稳定。

3 L 范式多测度群体多样性反馈的 PSO 算法

3.1 自组织粒子群算法模型

由于 PSO 算法思想来源于鸟群等社会群体生物现象的模拟, 群体内部存在着大量的正负反馈机制, 每个个体通过简单协作和竞争行为, 不断地从群体中其他个体和环境获取信息来调整自身的行为, 因此, 可以看作一个模拟的自组织系统。

本文把粒子群群体重新构造为具有多样性状态反馈的自组织系统, 依据群体多样性作为改变个体粒子行为和群体演化过程的度量指标, 利用负反馈机制控制整个群体的进化动态, 于是提出了如图 1 所示的自组织粒子群算法模型。其中, D_i 代表群体多样性的期望输入; D_L 为 L 范式群体多样性的实际输出值, 包括 2 种范式 L_1 和 L_2 定义的位置、速度和自我认知 3 种多样性测度值; D_o 则代表依据 3 种多样性测度值实施合理加权评价得到的综合值, 获得群体多样性的全面信息; P_{go} 则表示群体所经历的最佳位置, 系统最终的稳定输出即作为待优化问题的全局最优解。显然, 自组织粒子群算法模型充分利用反馈机制, 模拟了粒

子群体中存在的信息感知及交互, 是一种具有自我调节趋向最优的负反馈控制系统。系统主要包括 4 个部分: 多样性控制器, 粒子群优化器, L 范式多样性观测器和粒子群体。其中, 多样性观测器值经过加权获得综合指标值; 多样性控制器依据综合测度值和期望输入的偏差确定群体多样性增加或减小的策略; 优化器则按照控制器输出的规则或指令调整个体粒子的飞行状态, 使群体处于较优状态, 从而获得更好的系统输出。

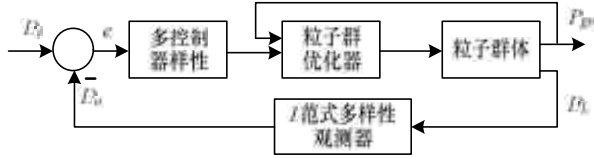


图1 自组织粒子群算法模型

3.2 L 范式群体多样性测度

群体多样性是能够提供群体优化算法运行状态信息的有效手段之一, 但如何确定合理全面的观测方式来描述群体多样性, 对于掌握算法运行状态以及改善算法性能具有重要意义。关于群体多样性的定义和计算有很多种, 如关于多样性的观测定义都是基于欧氏空间距离的度量, 即 L_2 范式, 但该方法计算过程较为复杂, 且度量指标单一, 不能全面反映群体多样性的所有信息。本文在文献[17]的基础上, 全面给出了基于 L 范式的粒子位置、速度和自我认知群体多样性的定义。设搜索空间为 D 维, 维度编号为 d , 粒子规模为 N , 粒子编号为 i , 搜索空间范围为 $[L, H]$ 。

3.2.1 位置多样性

位置多样性可以分为基于粒子个体(element-wise)和基于维度(dimension-wise)2种, 从欧式空间范式度量上来说, 也有2种: L_1 范式和 L_2 范式。2种范式本质上是一致的, 都是反映了群体多样性的变化趋势, 但不同范式下的计算效率差异较大。因此, 合适选取多样性范式的定义和计算方法尤为重要。

定义1 基于 L_2 范式粒子个体的位置多样性:

$$\bar{x}_{id} = \frac{x_{id}}{|H_d - L_d|}, \quad \bar{x} = \frac{1}{N \times D} \sum_{i=1}^N \sum_{d=1}^D \bar{x}_{id}$$

$$\hat{D}^p = \frac{1}{N \times D} \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{d=1}^D (\bar{x}_{id} - \bar{x})^2} \quad (10)$$

定义2 基于 L_2 范式粒子维度的位置多样性:

$$\bar{x}_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{x}_{id}, \quad \hat{D}^p = \frac{1}{N \times D} \sum_{d=1}^D \sqrt{\sum_{i=1}^N (\bar{x}_{id} - \bar{x}_d)^2} \quad (11)$$

定义3 基于 L_1 范式粒子维度的位置多样性:

$$D_d^p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\bar{x}_{id} - \bar{x}_d|, \quad D^p = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D D_d^p \quad (12)$$

上述3种定义都是关于粒子位置多样性的定义方法, 其中定义1是将粒子的所有维度视为一个整体, 忽视了粒子个体不同维度上的差异性, 尤其是在最优点各维度上数值不同的情况下, 很难合理地描述群体多样性。定义2基

于定义1做了局部改进, 表征了群体中粒子在不同维度上多样性的差异, 相当于将多样性的衡量从多维问题分解为多个一维计算, 其计算效率有待改进。定义3在定义2基础上作了吸收和改进, 更加准确地刻画了算法运行过程中多样性的变化情况: (1)多样性维度分解方法可以更加精确地表征所有粒子在某一时刻的多样性状态; (2)采用 L_1 范式的定义比采用 L_2 范式具有更明确的几何意义和计算效率。

3.2.2 速度多样性

位置群体多样性描述了群体中所有粒子在当前搜索空间的分布情况, 相比于其他进化算法, 如遗传算法, 仅有群体的位置多样性定义。然而在 PSO 算法模型中, 除了位置刻画群体多样性外, 还有速度和自我认知多样性, 这为描述 PSO 算法群体多样性提供了更加丰富有效的观测方法。为此, 本文给粒子速度重新定义了群体多样性, 而且速度群体多样性也能够反映当前粒子群体的“活跃程度”, 其运动过程相当于物理空间中气态分子的热运动, 各粒子速度表示单个粒子当前活跃程度, 为观测出粒子群体的发散和收敛情况, 考察整个搜索空间中所有粒子的平均活跃程度的量化表征, 定义群体的速度多样性。

定义4 基于 L_2 范式粒子维度的速度多样性:

$$\bar{v}_{id} = v_{id} / \sqrt{\sum_{d=1}^D v_{id}^2}, \quad \bar{v}_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{v}_{id}$$

$$\tilde{D}^v = \frac{1}{N \times D} \sum_{d=1}^D \sqrt{\sum_{i=1}^N (\bar{v}_{id} - \bar{v}_d)^2} \quad (13)$$

定义5 基于 L_1 范式粒子维度的速度多样性:

$$D_d^v = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |\bar{v}_{id} - \bar{v}_d|, \quad D^v = \frac{1}{D} \sum_{d=1}^D D_d^v \quad (14)$$

上述关于速度多样性的定义方式类似位置多样性的定义, 其优点和不足类似于位置多样性的定义说明, 基于 L_2 范式粒子个体的速度多样性也可根据定义1方式同样给出。

3.2.3 自我认知多样性

自我认知多样性的定义类似于位置多样性的定义方式, 只需在位置多样性计算公式中把历史位置最优值取代当前位置, 即 p_{id} 代替 x_{id} 。自我认知多样性反映了各个粒子历史最优位置在搜索空间内的覆盖范围, 即当前粒子在所寻优的目标最优值的分布情况。类似于位置多样性, 仅给出了基于 L_1 范式粒子维度的自我认知多样性定义。

定义6 基于 L_1 范式粒子维度的自我认知多样性:

$$\bar{p}_{id} = \frac{p_{id}}{|H_d - L_d|}, \quad \bar{p}_d = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{p}_{id}$$

$$D^c = \frac{1}{N \times D} \sum_{d=1}^D \sum_{i=1}^N |\bar{p}_{id} - \bar{p}_d| \quad (15)$$

上述定义针对群体多样性的测度方法作了统一规范的量化, 从 L 范式定义出发分别从位置、速度、自我认知3个方面描述了群体多样性的变化情况, 使得多样性定义具有统一的定义形式和清晰的几何意义, 更为精确地表征算法搜索过程中粒子的收敛情况, 全面地反映群体进化过程

的多样性信息,从而能够高效地指导群体演化过程快速趋向稳态,获得群体的最优全局解。

3.3 群体多样性期望输入和输出的确定

PSO 在合理给定多样性期望输入的控制下,才能保证算法获得最优性能。文献[15]基于早熟收敛和群体多样性两者的关系展开研究,指出理想的多样性曲线应为能够保持比较大的多样性曲线的振动频率和振幅,尤其是算法前期的震动频率和振幅,而不是保持比较大的多样性。即在算法初始搜索阶段,尽可能使群体多样性维持较高水平,利于全局搜索;在搜索中期,多样性逐步减小,平衡探测和开采能力;在搜索后期,加强粒子局部开发能力,提高精度。为此,建立了如下线性函数作为多样性的期望输入:

$$D_i(t) = a(1 - \frac{t}{b \times \text{Maxiter}}) \quad (16)$$

其中, Maxiter 代表最大迭代次数; $a, b \in (0, 1)$ 为控制系数。

群体多样性实际输出: $D_o(t) = \alpha D^p + \beta D^v + \lambda D^c$, 其中, $\alpha + \beta + \lambda = 1$ 。理论上加权系数 α, β, λ 的最优值应根据各影响因子对算法性能的相对重要程度来确定。为简单起见,考虑 4 种情况: 位置多样性输出 (I: $\alpha = 1, \beta = 0, \lambda = 0$), 速度多样性输出 (II: $\alpha = 0, \beta = 1, \lambda = 0$), 自我认知多样性输出 (III: $\alpha = 0, \beta = 0, \lambda = 1$) 和三者的综合加权输出值 $(\alpha, \beta, \lambda) = (0.4, 0.4, 0.2; 0.2, 0.2, 0.6; 0.3, 0.3, 0.4) = (\text{IV}; \text{V}; \text{VI})$ 。

3.4 多样性控制器设计

调整惯性权重和加速系数是控制种群多样性和缓解 PSO 早熟收敛的一个重要手段。多样性控制器可以寻求不同的控制思想来设计控制规则实现群体多样性的自我调节。本文拟从 2 个角度选择参数,调整个体粒子的发散和聚集,同时针对粒子越界问题采取缓冲墙策略,以实现群体多样性的增加和减少^[16,19]。

(1) 基于惯性权重的多样性控制策略(Diversity Controlled Inertia Weight, DCIW)

惯性权重决定着粒子以多大的动量维持惯性运动。从参数稳定性分析可以看出,算法能使个体粒子逐渐收敛于自身历史最佳和群体历史最佳的加权中心,但这一收敛行为依赖于正确的参数设置。当算法参数满足 $1/2(\varphi_1 + \varphi_2) - 1 < w < 1, 0 < \varphi_1 + \varphi_2 < 2w + 2$ 时,粒子运动过程呈现收敛。基于此,设计了基于惯性权重的多样性控制规则如下:

1) 增加规则: 若 $e(t) = D_i(t) - D_o(t) > 0$, 群体多样性低于期望输入, 控制器输出一组参数使得算法趋向发散(Divergent Parameter, DP), 即 $w(t) > 1, 2.0 \leq \varphi_1 + \varphi_2 < 4.0$, 使得粒子作离群发散运动以增加群体多样性。

2) 减小规则: 若 $e(t) = D_i(t) - D_o(t) < 0$, 群体多样性高于期望输入, 控制器输出一组参数使得算法趋向收敛(Convergent Parameter, CP), 即 $1/2(\varphi_1 + \varphi_2) - 1 < w < 1, 0 < \varphi_1 + \varphi_2 < 2w + 2$, 使得粒子集群聚集运动以减小群体多样性。

(2) 基于加速系数的多样性控制策略(Diversity Controlled Acceleration Coefficients, DCAC)

加速系数决定了个体对自我经验的学习和社会信息的共享,使得群体向着最优解的方向运动。较大的 c_1 强调了粒子的个性化,有利于维持群体的多样性;而较大的 c_2 则强调粒子的社会性,容易导致粒子的趋同而降低群体多样性。鉴于此,采纳不同的加速系数来实现多样性增加和多样性减少,具体规则如下:

1) 增加规则: 若 $e(t) = D_i(t) - D_o(t) > 0$, 群体多样性低于期望输入, 控制器输出参数: $c_1(t) = c_{1\max}, c_2(t) = c_{2\min}$, $0 < w(t) < 1$, 促使粒子的个性化增强以增加群体多样性。

2) 减小规则: 若 $e(t) = D_i(t) - D_o(t) < 0$, 群体多样性高于期望输入, 控制器给出参数: $c_1(t) = c_{1\min}, c_2(t) = c_{2\max}$, $0 < w(t) < 1$, 促使个体粒子加速趋同以减小群体多样性。

(3) 越界粒子缓冲墙策略

粒子的最大速度 v_{\max} 是一个不可忽视的边界参数,粒子在搜索中可能飞越可行域,传统方法是将突破边界粒子的速度和位置强制为固定边界值,使得粒子能够在有效空间内进行探索。但该方法降低了种群多样性,不利于算法的收敛。本文利用边界缓冲墙策略,根据粒子突破边界的速度进行有差别的缓冲。定义越界粒子的缓冲为:

$$\begin{cases} x_{id}(t) = a_d((1 - \text{sgn } a_d L) + \text{sgn } a_d L(|v_{id}(t)|/v_{d\max})\text{rand}), \\ \quad \quad \quad x_{id}(t) > a_d \\ x_{id}(t) = b_d((1 + \text{sgn } b_d L) - \text{sgn } b_d L(|v_{id}(t)|/v_{d\max})\text{rand}), \\ \quad \quad \quad x_{id}(t) < b_d \end{cases} \quad (17)$$

其中, sgn 为符号函数; $L \in [0, 1]$ 为一个适当大小的常数,它与缓冲墙的厚度有关; a_d 和 b_d 分别为粒子第 d 维寻优范围的下限和上限。由式(17)可以看到,对试图突破边界的粒子,缓冲墙能够根据粒子的速度进行有差别的缓冲,这样做的目的是考虑到粒子运动的规律性、目的性,通过基于速度的缓冲能够在一定程度上保留粒子运动的有利趋势,对粒子种群多样性和收敛速度精度有明显的改善。

4 仿真实验与结果分析

4.1 方案设计与参数设置

为了验证 PSO-L 算法的有效性,设计了 3 种实验方案,仿真程序采用 Matlab 7.0.1 语言编写,所有实验均在相同环境下,并尽可能在相同的条件下开展算法分析。

(1) 不同范式下多样性特性分析。基于文献[4]给出的 SPSO-LDIW 算法,分析本文提出的不同 L 范式观测下的多样性变化情况。

(2) 不同范式不同控制策略下 PSO-L 算法的性能分析。主要测试所提算法的有效性,针对 PSO-L₁-DCIW、PSO-L₁-DCAC 和 PSO-L₂-DCIW、PSO-L₂-DCAC 这 4 种情况在不同群体多样性组合情况下开展算法性能比较研究。

(3)对比性分析实验。将 PSO- L_1 -DCIW、PSO- L_1 -DCAC 算法与 SPSO-LDIW^[4]、SPSO-TVAC^[7]、SOPSO-DCIW 和 SOPSO-DCAC^[16]进行了性能对比研究,以证明所提算法的有效性和实用性。

实验选用 4 个常用于测试优化算法的基准函数,其具

体函数形式、搜索范围、理论值和目标值见表 1。其中, Rosenbrock 是单模态函数,主要用于测试算法的执行性能和精度;其余 3 个为多模态函数,其特点是在全局最优点的附近存在大量的局部最优值,主要用于测试算法的全局搜索能力和效率。

表 1 测试算法的基准函数

函数	表达式	定义域	理论	目标
Rosenbrock	$f_1(x) = \sum_{i=1}^{n-1} (100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2)$	$[-30, 30]$	0	10^{-3}
Griewank	$f_2(x) = \frac{1}{4\,000} \sum_{i=1}^n (x_i)^2 - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1$	$[-600, 600]$	0	10^{-6}
Rastrigin	$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i))$	$[-5.12, 5.12]$	0	10^{-3}
Schaffer	$f_4(x) = \sum_{i=1}^{n-1} (x_i^2 + x_{i+1}^2)^{0.25} \times [\sin(50(x_i^2 + x_{i+1}^2)^{0.1}) + 1]$	$[-100, 100]$	0	10^{-6}

实验中各算法种群规模均为 100,函数维度设为 30,进化代数数为 3 000,最大进化代数数为 10 000。每个函数同一算法独立运行 50 次。所有实验曲线数据均采用算法独立运行 50 次的平均采样,当在最大进化代数内,搜索得到的最优解的函数值与理想极值的误差小于或到达指定目标精度时,则认为算法收敛成功。各粒子的最大速度 $V_{\max} = X_{\max}$,各算法其他控制参数如表 2 所示。其中,SPSO-LDIW、SOPSO-TVAC、SOPSO-DCIW 和 SOPSO-DCAC 的参数设置分别取自文献[4,7,16];本文算法中 $L = 0.6, b = 0.98$, a 的大小取决于 4 种不同加权值的群体多样性输出值。

表 2 各算法的控制参数

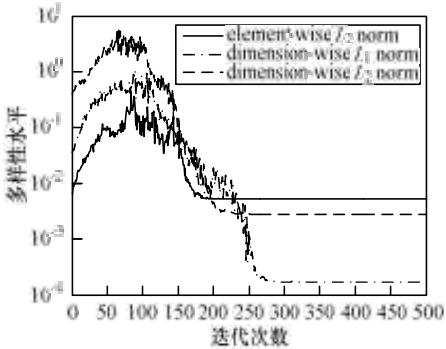
算法	w	c_1	c_2	含义
SPSO-LDIW	0.9→0.4	2.0	2.0	—
SOPSO-TVAC	0.9→0.4	2.5→0.5	0.5→2.5	—
SOPSO-DCIW	1.2~2.0 0.72	2.0 1.49	2.0 1.49	DP CP
SOPSO-DCAC	0.9→0.4 0.9→0.4	2.5~3.5 0~0.5	0~0.5 2.5~3.5	DP CP
PSO- L -DCIW	1.5~2.5 0.728 9	1.496 2 1.496 2	1.496 2 1.496 2	DP CP
PSO- L -DCAC	0.95→0.25 0.95→0.25	2.5~3.5 0~0.5	0~0.5 2.5~3.5	DP CP

4.2 实验结果与分析

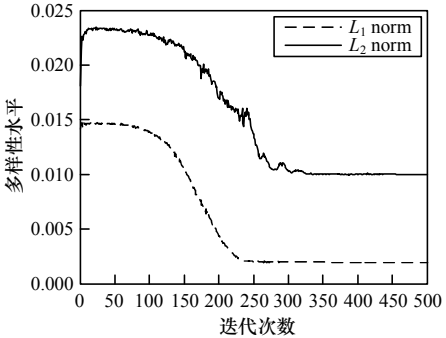
4.2.1 不同范式下多样性特性分析

为了更好地观测多样性变化值,设定固定进化代数 500,粒子数 400,维度 30,其中,增加粒子数是为了群体多样性数据不受少数粒子较大的影响。图 2 和图 3 分别为 Rosenbrock 和 Rastrigin 函数在不同范式观测方式下 3 种群体多样性的变化情况。可以看出,无论 L_1 范式还是 L_2 范式,粒子位置、速度和自我认知 3 种定义下的群体多样性整体上都呈下降趋势,并最终趋向于很小的数,甚至为 0。其中,位置多样性的变化并非是一个平滑的过程,而是一个带有振荡下降的过程,这说明算法中粒子位置围绕极值中心来

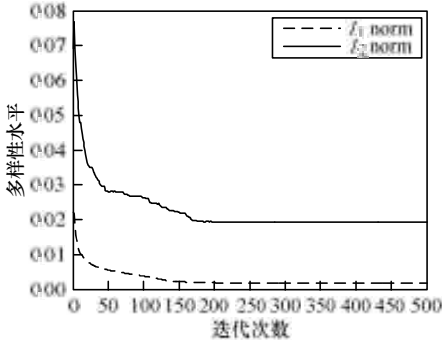
回振荡,逐步缩小与局部极值的距离,这与文献[15]中关于粒子运动呈现正弦振荡衰减的过程是一致的。



(a)位置多样性



(b)速度多样性



(c)自我认知多样性

图 2 Rosenbrock 函数 3 种多样性变化特性

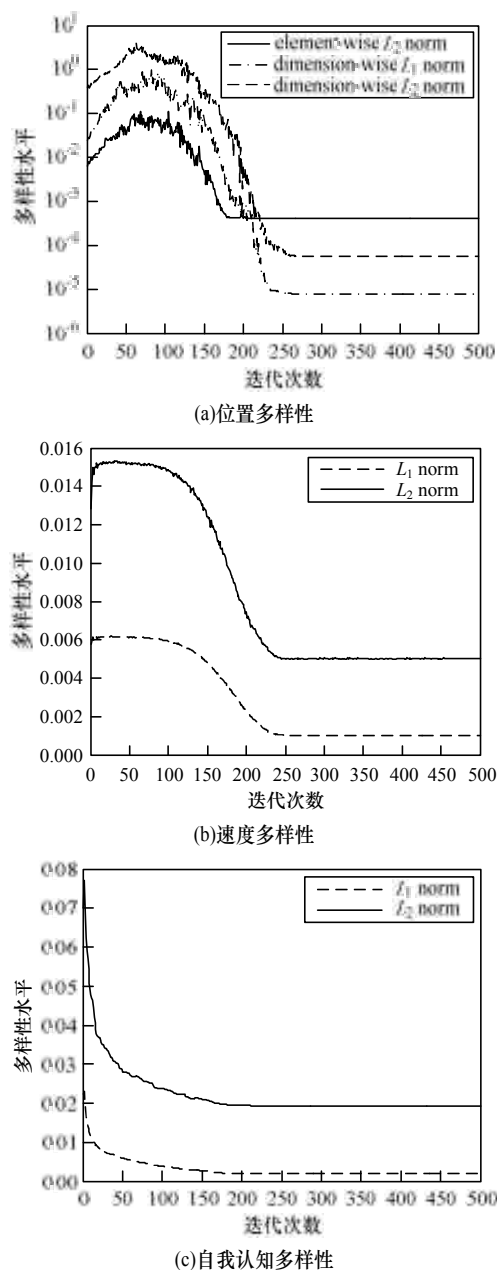


图3 Rastrigin 函数3种多样性变化特性

其次,基于粒子个体的多样性比基于粒子维度的多样性变化要缓慢一些,且最终值也比较大,这表明基于粒子个体的多样性观测方式缺乏对算法进化过程中的表征,忽视了不同维度上多样性的差异,因此,基于粒子维度的多样性观测更为合理一些,能反映算法的实际差异。再次, L_1 范式和 L_2 范式的群体多样性的变化趋势基本上是一致的,都能反映群体多样的变化趋势。但从图中可知, L_1 范式的计算效率要高,不仅计算过程中计算量小,且观测值要大几个数量级,说明变化范围值大,更有利于群体多样性的监测和控制。实验方案2的4种PSO-L算法的最佳适应值优化曲线也证明了 L_1 范式多样性群体反馈的PSO算法整体性能要优于 L_2 范式。虽然2种观测方式本质上一致,但基于粒子维度的 L_1 范式定义下的群体多样性观测方式更合理精确地表征算法运行过程中粒子群体的多样性信息。

4.2.2 不同范式下 PSO 算法性能分析

图4(a)~图4(d)分别为Schaffer函数在PSO- L_1 -DCIW、PSO- L_1 -DCAC和PSO- L_2 -DCIW、PSO- L_2 -DCAC这4种控制策略下的收敛曲线。

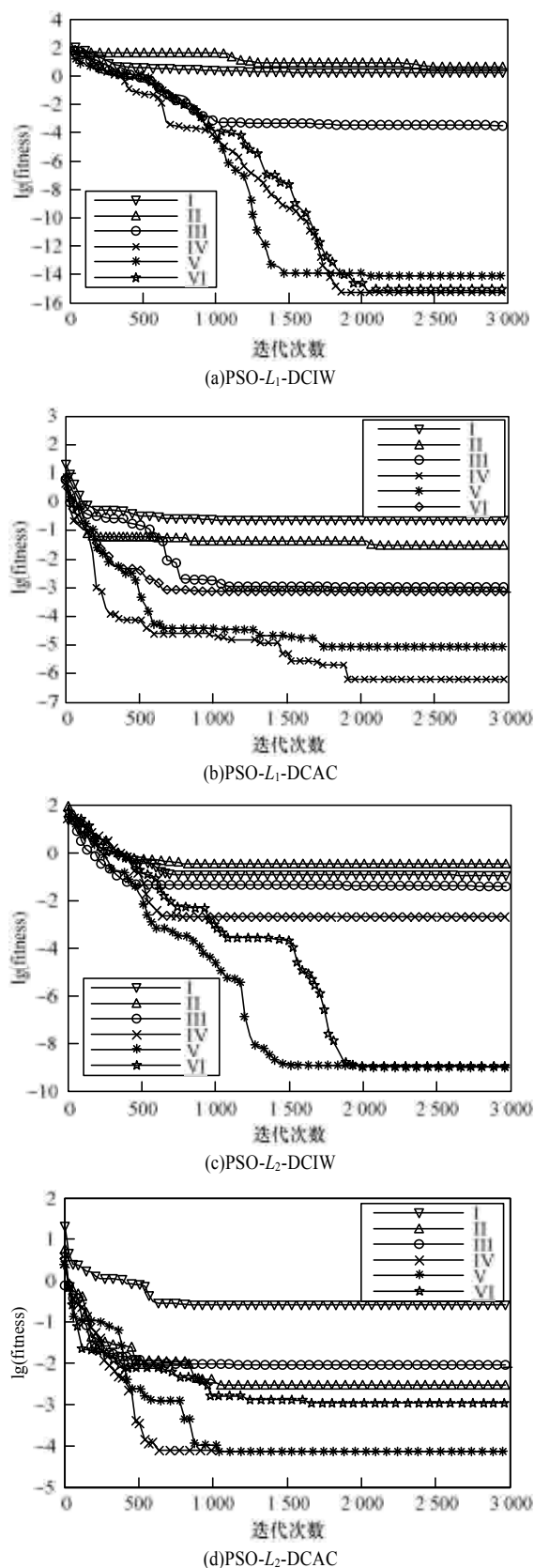


图4 Schaffer 函数在4种控制策略下的收敛曲线

在图 4 中, 标号 I~III 分别对应着位置、速度、自我认知 3 种多样性单一输出控制的响应曲线, IV~VI 分别对应 3 种多样性不同组合输出控制下的响应曲线。具体加权值大小如 3.3 节介绍, 仿真时固定进化代数 3 000, 粒子规模 100, 维度 30, 其他参数设置如表 2 所示。

由图知群体多样性组合加权输出值控制下的响应性能整体上要好于单一多样性输出下的优化性能, 这也说明了群体多样性的多测度方式较好地反映了群体的全部动态信息。其次, 仅从 L_1 和 L_2 范式观测角度考虑, 各函数的性能曲线基本上是一致的, 说明不同范式多样性的定义其本质上是相同的, 但是 L_1 范式多样性反馈的 PSO 算法的收敛曲线要好于 L_2 范式, 这与 4.2.1 节的测试结果是一致的; 若从 DCIW 和 DCAC 控制策略角度着眼, 采用惯性权值的多样性控制策略比采用加速系数的多样性控制策略要好。

这主要是由于惯性权值策略比较好地保持着群体的多样性信息, 能使算法更有效地控制局部和全局收敛的关系, 从而表现出较好的平均优化性能, 而加速系数策略由于粒子对自己信念和群体目标的强化作用, 可能造成群体进化过程比较剧烈振荡, 使得多样性剧烈跳动。

综上所述, 本文方案的优化结果表明, L_1 范式多样性加权调节下的惯性权值策略实施的控制器设计更为合理一些, 即 PSO- L_1 -DCIW 算法最优, PSO- L_2 -DCAC 算法较差。

4.2.3 与其他算法的比较

表 3 给出了各算法的数据统计结果。需要说明的是, 根据方案 1 和方案 2 知, 本文选取了第 VI 组多样性加权输出中较好的 PSO- L_1 -DCIW 算法和次之的 PSO- L_1 -DCAC 算法与其他算法开展比较研究。

表 3 不同优化算法的性能对比

函数	算法	均值	方差	代数	成功率/(%)	执行时间/s
Bosenbrock	SPSO-LDIW	5.16e-3	2.64e-4	8 289	98	0.187
	SPSO-TCAC	2.12e-6	8.46e-8	6 690	100	0.186
	SOPSO-DCIW	3.51e-8	4.26e-10	5 021	100	0.066
	SOPSO-DCAC	4.42e-6	9.24e-7	6 032	100	0.128
	PSO- L_1 -DCIW	1.92e-28	1.21e-29	2 728	100	0.018
	PSO- L_1 -DCAC	9.69e-10	3.56e-12	4 086	100	0.056
Griewank	SPSO-LDIW	2.49e-2	5.92e-3	9 026	68	1.106
	SPSO-TCAC	2.84e-2	7.56e-3	9 221	70	1.241
	SOPSO-DCIW	1.64e-4	4.63e-5	8 904	100	0.965
	SOPSO-DCAC	2.14e-4	5.35e-5	9 016	98	1.068
	PSO- L_1 -DCIW	3.56e-8	5.34e-9	7 675	100	0.840
	PSO- L_1 -DCAC	7.63e-5	8.71e-7	8 902	96	1.022
Rastrigin	SPSO-LDIW	25.466 6	4.848 7	10 000	12	2.296
	SPSO-TCAC	18.026 9	3.457 6	9 967	36	1.265
	SOPSO-DCIW	17.097 5	3.337 2	9 845	38	1.445
	SOPSO-DCAC	10.349 9	2.362 0	9 003	38	1.245
	PSO- L_1 -DCIW	0.009 6	0.003 8	5 992	82	0.682
	PSO- L_1 -DCAC	0.028 6	0.006 4	6 275	74	1.087
Schaffer	SPSO-LDIW	3.56e-3	2.68e-4	9 654	68	1.244
	SPSO-TCAC	3.97e-3	7.62e-4	8 792	72	1.089
	SOPSO-DCIW	2.58e-4	9.67e-5	7 356	92	0.965
	SOPSO-DCAC	6.52e-6	1.08e-7	4 892	100	0.086
	PSO- L_1 -DCIW	1.11e-9	2.45e-10	4 826	100	0.082
	PSO- L_1 -DCAC	7.08e-5	1.36e-7	6 837	98	0.606

由表 3 可知, 本文算法的整体优化性能要优于文献中的改进算法, 充分说明了所提算法采取了多信息测度群体多样性的综合方法和负反馈控制的自组织机制能够更加有效地改善群体的多样性水平变化, 有利于群体进化过程持续向着最优状态调整, 而且方差数据差异小表明所提算法具有更好的稳定性和健壮性。对于单模态函数而言, 只有 SPSO-LDIW 算法的收敛精度和成功率稍低, 其他算法均达到指定收敛精度和 100% 的收敛成功率, 且 PSO- L_1 -DCIW 算法尤为突出, 其收敛精度比 SOPSO-DCIW 算法要低将近 20 个数量级。

同时, 相比于 SPSO-LDIW 和 SPSO-TVAC 算法, 具有多样性调整自组织机制算法的整体性能要明显优越, 这说明前者缺乏依据多样性水平对群体动态的自适应调控能力。另外, 从迭代次数和执行时间上来看, 本文算法比其他算法具有更快的收敛速度和更高的精度。对于多模态函数而言, 本文算法明显优越于其他算法, 这一点从本文算法和文献[16]提出的算法获得的上述数据中可以看出, 尤其是 PSO- L_1 -DCIW 表现得更为显眼, 说明群体多样性的多信息观测有利于多方面洞察群体的动态信息, 更加全面地反映群体进化过程中的特征, 指导群体演化过程快速趋向稳

态, 获得群体的最优全局解。就 Griewank 和 Schaffer 函数来讲, 相对于各算法模型中的参数调整策略, 显然惯性权重策略调整的算法要优于加速系数策略调整的算法, 这说明不同算法采用何种参数调整机制具有针对性。就 Rastrigin 函数来讲, 该函数具有极值点非常密集的特征, 易陷入局部, 是一个难以优化的多模态函数, 可以检验算法的全局能力, 而 SPSO-LDIW 和 SPSO-TVAC 算法无法在最大进化代数内达到精度, 说明自组织算法由于实施了群体多样性负反馈控制, 使得算法能够较好地跳出局部。虽然收敛速度不够快, 但能够实现有效地全局探测, 虽然所有算法的收敛精度相对其他优化函数都较低, 但本文算法依然取得较好的优化效果, 精度低于其他算法 5 个数量级, 收敛成功率亦高于其他算法 2 倍。

5 结束语

为进一步提高 PSO 算法的优化性能, 本文在分析了 PSO 算法稳定性参数的基础上, 从群体多样性与算法性能的关系出发, 将粒子群体视作一个自组织系统, 引入位置、速度和自我认知 3 个测度的多信息监测群体多样性方法, 改进了相关文献中提出的单一测度指标监测标准, 并利用多样性综合评价指标控制惯性权重或加速系数, 实现群体多样性水平的改善, 自适应地调整群体的动态优化进程, 提出了一个 L 范式多测度群体多样性反馈控制的 PSO 算法。实验结果表明, L_1 范式的多测度群体多样性监测方法能够有效改善群体多样性水平, 与其他算法相比, PSO- L_1 -DCIW 和 PSO- L_1 -DCAC 具有更好的平均优化性能。实验中也发现, 搜索中不同函数在不同控制策略下改进的有效性表现不同。下一步将研究诸如扩大算法的测试范围、寻求更为有效的群体多样性控制器和多样性组合输出加权值的最优确定等。

参考文献

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle Swarm Optimization[C]//Proc. of International Conference on Neural Networks. Washington D. C., USA: IEEE Press, 1995.
- [2] Banks A, Vincent J. A Review of Particle Swarm Optimization, Part II: Hybridisation, Combinatorial, Multicriteria and Constrained Optimization and Indicative Applications[J]. Natural Computing, 2008, 7(1): 109-124.
- [3] 倪庆剑, 邢汉承, 张志政, 等. 粒子群优化算法研究进展[J]. 模式识别与人工智能, 2007, 20(3): 349-357.
- [4] Shi Yuhui, Eberhart R C. Empirical Study of Particle Swarm Optimization[C]//Proc. of Congress on Evolutionary Computation. Washington D. C., USA: IEEE Press, 1999.
- [5] Eberhart R C, Shi Yuhui. Tracking and Optimizing Dynamic Systems with Particle Swarms[C]//Proc. of Congress on Evolutionary Computation. Seoul, Korea: IEEE Press, 2001: 94-100.
- [6] Shi Yuhui, Eberhart R C. Fuzzy Adaptive Particle Swarm Optimization[C]//Proc. of Congress on Evolutionary Computation. Seoul, Korea: IEEE Press, 2001: 101-106.
- [7] Ratnaweera A, Halgamuge S K, Watson H C. Self-organizing Hierarchical Particle Swarm Optimizer with Time-varying Acceleration Coefficients[J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 240-255.
- [8] Riget J, Vesterstrom J S. A Diversity-guided Particle Swarm Optimizer—The ARPSO[D]. Aarhus, Denmark: University of Aarhus, 2002.
- [9] Pant M, Radha T. A Simple Diversity Guided Particle Swarm Optimization[C]//Proc. of Congress on Evolutionary Computation. Singapore: IEEE Press, 2007: 3294-3299.
- [10] 方 伟, 孙 俊, 须文波. 一种多样性控制的粒子群优化算法[J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 863-868.
- [11] 焦 巍, 刘光斌. 基于多样性反馈的粒子群优化算法[J]. 计算机工程, 2009, 35(22): 202-204.
- [12] 左旭坤, 苏守宝. 一种群活性反馈粒子群优化算法[J]. 计算机工程, 2012, 38(13): 182-184.
- [13] Shi Yuhui, Eberhart R. Population Diversity of Particle Swarms[C]//Proc. of Congress on Evolutionary Computation. Hongkong, China: IEEE Press, 2008: 1063-1067.
- [14] 方 冰, 李太勇, 吴 江. 一种基于网格划分的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(11): 4136-4140.
- [15] 段晓东, 高红霞, 张学东, 等. 粒子群算法种群结构与种群多样性的关系研究[J]. 计算机科学, 2007, 34(11): 164-166, 177.
- [16] 介 婧, 曾建潮, 韩崇昭. 基于群体多样性反馈控制的自组织微粒群算法[J]. 计算机研究与发展, 2008, 45(3): 464-471.
- [17] Zhan Zhihui, Zhang Jun, Shi Yuhui. Experimental Study on PSO Diversity[C]//Proc. of the 3rd International Workshop on Advanced Computational Intelligence. Suzhou, China: IEEE Press, 2010.
- [18] 程 适, 史玉回. 基于 L 范式粒子群算法群体多样性研究[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 190-194.
- [19] 杨 智, 陈志堂, 范正平, 等. 基于改进粒子群优化算法的 PID 控制器整定[J]. 控制理论与应用, 2010, 27(10): 1345-1353.

编辑 顾逸斐