

## 基于 FPGA 的调制波周期归一化 PWM 研究

江 超, 胡越黎

(上海大学机电工程与自动化学院, 上海 200072)

**摘 要:** 研究调制波周期归一化脉冲宽度调制(PWM), 把数字系统中用于记录存储数据 Ram 的地址 Address 与 PWM 脉冲宽度相互映射, 给出一般性结论。基于这一模型结构, 设计调制波周期归一化 PWM 的现场可编程门阵列数字系统。针对设计该数字系统时出现的包括模拟量数字化、调制比  $M$ 、载波比  $N$  以及调制波周期归一化 PWM 各环节具体数字化实现等问题予以分析并解决。对周期脉冲值  $P_n$  进行简单设置, 便可快速实现调制波周期归一化 PWM 模型结构的波形输出。

**关键词:** 调制波周期归一化; 脉冲宽度调制; 调制比; 载波比; 现场可编程门阵列

**中文引用格式:** 江 超, 胡越黎. 基于 FPGA 的调制波周期归一化 PWM 研究[J]. 计算机工程, 2014, 40(11): 297-303.

**英文引用格式:** Jiang Chao, Hu Yueli. Study of Modulation Waveform Cycle Normalization PWM Based on FPGA[J]. Computer Engineering, 2014, 40(11): 297-303.

## Study of Modulation Waveform Cycle Normalization PWM Based on FPGA

JIANG Chao, HU Yueli

(School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

**【Abstract】** A novel Pulse Width Modulation(PWM) waveform generating method based on modulation waveform cycle normalization is proposed. Mapping between address storing data in digital system and pulse width of PWM waveform is the key essence. According to it, a system based on Field Programmable Gate Array(FPGA) is designed and implemented, and difficulties like analog digitization, modulation ratio  $M$ , carrier ratio  $N$  and details for modulation waveform cycle normalization digitization are solved. With setting modulation waveform  $P_n$  for PWM, a specific PWM waveform based on modulation waveform cycle normalization can be achieved successfully, which shows the effectiveness of the method.

**【Key words】** modulation waveform cycle normalization; Pulse Width Modulation(PWM); modulation ratio; carrier wave ratio; Field Programmable Gate Array(FPGA)

**DOI:** 10.3969/j.issn.1000-3428.2014.11.059

### 1 概述

脉冲宽度调制(Pulse Width Modulation, PWM)源于通信调制技术。文献[1]把通讯调制技术应用到交流传动中, 产生了正弦脉冲宽度调制(Sinusoidal PWM)变频变压思想, 即用一组等腰三角形波与一个正弦波比较, 其交点作为开关管“开”或“关”时刻<sup>[2-3]</sup>; 基于开关管响应速度原因, 文献[4-5]把 PWM 正式应用于交流传动中, 调制技术由此得到推广和发展<sup>[6-7]</sup>。

冲量等效原理认为惯性系统被不同脉冲作用时, 如果其冲量对时间积分相等, 即可以认为其作用效果基本相等<sup>[8]</sup>。冲量是指脉冲面积, 效果基本相

同是指输出响应波形基本相同, 这便是 PWM 理论基础。通过对一系列脉冲的宽度进行调制, 可以等效地获得所需波形<sup>[9-10]</sup>。

目前常用 PWM 技术有等面积法、自然采样法、规则采样法、不规则采样法、低次谐波消去法等<sup>[11-12]</sup>。本文立足等面积法和自然采样法, 阐述一种基于调制波周期归一化 PWM 波形产生的新模型结构, 并在 FPGA 上实现。介绍调制波周期归一化 PWM 数字系统中归一化地址 Address 与 PWM 脉冲宽度之间映射关系; 针对数字系统中硬件资源有限性, 分析 PWM 频谱特性, 合理筛选调制比  $M$ 、载波比  $N$  (调制比  $M$  为调制信号与载波信号幅值之比, 载

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目“硅基有机发光微显示器的高性能顶发射界面及数字驱动研究”(61376028); 上海市科委基金资助项目“高清硅基 OLED 微显示器件设计制造技术”(13111104600)。

**作者简介:** 江 超(1987-), 男, 硕士研究生, 主研方向: 汽车电子, PWM 控制自动化, 现场可编程门阵列; 胡越黎, 教授、博士、博士生导师。

**收稿日期:** 2013-09-18      **修回日期:** 2013-11-11      **E-mail:** shu\_jcleehom@shu.edu.cn

波比  $N$  为载波信号与调制信号频率之比); 基于 FPGA 平台, 设计基于调制波周期归一化 PWM 这一模型结构的 PWM 波形产生系统, 通过对其  $M, N$  和调制波周期归一化 PWM 周期脉冲值  $Pn$  进行设置, 实现输出 PWM 脉冲波。

## 2 调制波周期归一化 PWM

调制信号和载波信号为 PWM 波形产生系统中 2 个基本要素。数字系统中, 常用数据存储器 Ram 来存储这 2 种信号, 其中, 每一个地址 Address(A) 对应一个数据 Data(D)。

如图 1 所示, 3 列波形为正弦调制波 Sin, 三角载波 Carrier 和基于调制波周期归一化 PWM, 横坐标  $A$  和  $Pn$  对应于时间参数  $t$ 。当 Carrier 大于 Sin 时 PWM 输出为高即“开”, 当 Carrier 小于 Sin 时 PWM 输出为低即“关”。

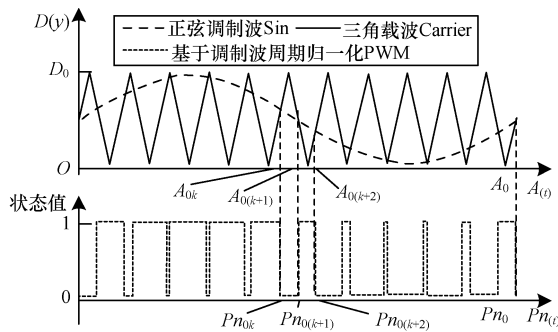


图 1 调制波周期归一化 PWM 基本原理

本文巧妙地把数字系统中用于存储调制信号 Sin 的 Ram 地址 Address(A) 与 PWM 脉冲宽度起始和截止时刻进行映射, 如  $A_{0k} - Pn_{0k}$ ,  $A_{0(k+1)} - Pn_{0(k+1)}$  和  $A_{0(k+2)} - Pn_{0(k+2)}$ ;  $A_0$  为 Sin 中地址最大值, 即代表着一个周期,  $Pn_0$  为调制波周期归一化 PWM 周期脉冲值, 即表示 PWM 脉冲序列一个周期。下面从时间域角度出发对其进行分析。

$$\begin{aligned}
 & \left\lfloor \frac{2Nw}{\pi} \left( t - \frac{\pi}{2Nw} - \frac{2i\pi}{Nw} \right) \right\rfloor i = 0, 1, \dots, N-1; \\
 & U_{\text{car}} = \begin{cases} t \in \left[ \frac{2i\pi}{Nw}, \frac{(2i+1)\pi}{Nw} \right) \\ -\frac{2Nw}{\pi} \left( t - \frac{3\pi}{2Nw} - \frac{2i\pi}{Nw} \right) i = 0, 1, \dots, N-1; \\ t \in \left[ \frac{(2i+1)\pi}{Nw}, \frac{2(i+1)\pi}{Nw} \right) \\ 2 \left( t' - \frac{1}{2} - 2i \right) i = 0, 1, \dots, N-1; \\ \left\{ t' = \frac{Nwt}{2\pi} \in \left[ i, i + \frac{1}{2} \right) \right. \\ \left. -2(t' - 2 - 2i) i = 0, 1, \dots, N-1; \right. \\ \left. t' = \frac{Nwt}{2\pi} \in \left[ i + \frac{1}{2}, i + 1 \right) \right\} \end{cases} = \quad (1)
 \end{aligned}$$

在时间参数  $t$  坐标系下, 取调制波函数为:  $U_s = M \sin \omega t$  ( $\omega = 2\pi f_N$ )。为方便计算, 这里对 Sin 与 Carrier 进行了偏移。其中,  $t$  为自变量;  $\omega t$  取值为  $0 \sim 2\pi$ ;  $U_s$  周期为  $T = 2\pi/\omega = \frac{2\pi}{2\pi f_N} = 1/f_N$ ;  $f_N$  为  $U_s$  频率;  $M$  为调制比;  $N$  为载波比。所以载波信号  $U_{\text{car}}$  周期为  $2\pi/Nw$ , 其斜率分别为  $\pm 2ANw/\pi$ , 如式(1)所示。  $U_{\text{car}}$  自变量为  $U_s$  角频率  $\omega$  和载波比  $N$ 。针对不同  $M$  和  $N$ ,  $U_{\text{car}}$  和  $U_s$  联立方程组的解析值不同, 只取决于  $M$  和  $N$  的取值。这便是调制波周期归一化 PWM 的基本依据所在。

在数字系统中, Carrier 与 Sin 联立方程组的解析值映射为存储着 Sin 的 Ram 地址 Address(A)。当  $M = M_x$ ,  $N = N_x$ , 取 Sin 与 Carrier 交点映射地址 Address(A) 为  $A_x = \{A_{x1}, A_{x2}, \dots, A_{xk}, A_{x(k+1)}, A_{x(k+2)}, \dots, A_{x(2Nx-1)}, A_{x(2Nx)}\}$ 。对任一调制波周期归一化 PWM 周期脉冲值  $Pn_x = \{Pn_{x1}, \dots, Pn_{xk}, Pn_{x(k+1)}, Pn_{x(k+2)}, \dots, Pn_{x(2Nx-1)}, Pn_{x(2Nx)}\}$ , 如式(2)所示。

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \frac{A_{x1}}{A_x} = \frac{Pn_{x1}}{Pn_x}, \frac{A_{x2}}{A_x} = \frac{Pn_{x2}}{Pn_x}, \dots, \frac{A_{xk}}{A_x} = \frac{Pn_{xk}}{Pn_x}, \dots, \right. \\
 & \left. \frac{A_{x(2Nx)}}{A_x} = \frac{Pn_{x(2Nx)}}{Pn_x} \right\} \Rightarrow \\
 & \left\{ Pn_{x1} = Pn_x \frac{A_{x1}}{A_x}, Pn_{x2} = Pn_x \frac{A_{x2}}{A_x}, \dots, Pn_{xk} = \right. \\
 & \left. Pn_x \frac{A_{xk}}{A_x}, \dots, Pn_{x(2Nx)} = Pn_x \frac{A_{x(2Nx)}}{A_x} \right\} \Rightarrow \\
 & \{ Pn_{x1}, Pn_{x2}, \dots, Pn_{xk}, \dots, Pn_{x(2Nx)} \} = \\
 & \frac{Pn_x}{A_x} \{ A_{x1}, A_{x2}, \dots, A_{xk}, \dots, A_{x(2Nx)} \} \quad (2)
 \end{aligned}$$

由式(2)可得  $A_{xk}$  与  $Pn_{xk}$  的对应关系。即不同  $M$  与  $N$ , 解析出不同的  $A_x$ , 针对任一  $Pn_x$ , 只需按照式(2)的映射关系便可求出相应 PWM 脉冲宽度的起始和截止时刻。以上分析虽然是以双极性 PWM 为基础, 也同样适用于单极性 PWM (双极性 PWM 采用正负交变三角载波 Carrier 与调制波 Sin; 单极性 PWM 采用  $180^\circ$  三角载波 Carrier 与调制波 Sin, 与双极性相比, 在一个周期的 2 个  $180^\circ$  范围内, 其三角载波极性相反, 如图 2 所示)。

图 2(a)、图 2(b) 为存储着载波信号 Carrier 和调制波信号 Sin 的 2 个 Ram; 图 2(c)、图 2(d) 为由不同 Ram 地址发生器获得的双极性和单极性载波信号; 图 2(e)、图 2(f) 为双极性 PWM 和单极性 PWM 2 列基准波形。结合式(2), 由图 2(e)、图 2(f) 的比较结果, 便可以输出调制波周期归一化 PWM 波形。

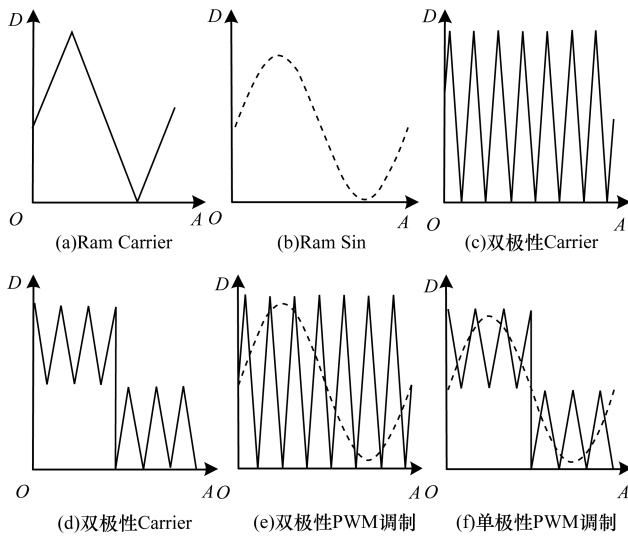


图 2 双极性 PWM 与单极性 PWM

### 3 调制波周期归一化 PWM 的 FPGA 实现

在数字系统中,鉴于硬件资源局限,不能无限扩大数据位数以追求其精度,通常以不影响数据运算分辨率为宜。在 PWM 数字系统中,调制信号 Sin 与载波信号 Carrier 联立方程组解析运算实际是用一系列阶梯波来代替,如图 3 所示。当描述 Sin 和 Carrier

数字位数不够多时,其交点就会出现遗漏或虚假,如图 4 数据 507,数据 373 所示。

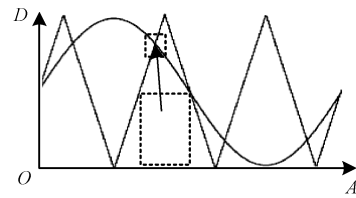


图 3 数字系统中正弦调制波与三角载波波形

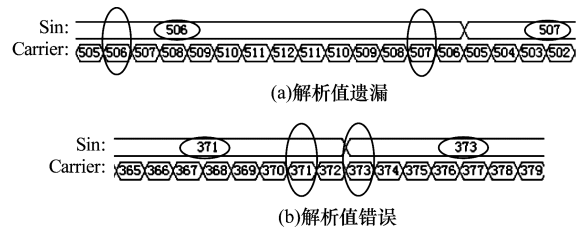


图 4 数字系统中正弦调制波与三角载波解析

经计算,在 PWM 调制中,取载波比  $N=31$ ,调制比  $M=1$  时, Sin 与 Carrier 所有交点中相距最近的 2 个点横坐标差值约占一个 Sin 周期的万分之三,当 Sin 以 13 位数字量描述时,其精度可达万分之一点三,可避免上述情况发生。本文针对 Sin 和 Carrier 设计了 2 块  $13\text{bit} \times 13\text{bit}$  存储区域,如图 5 所示。

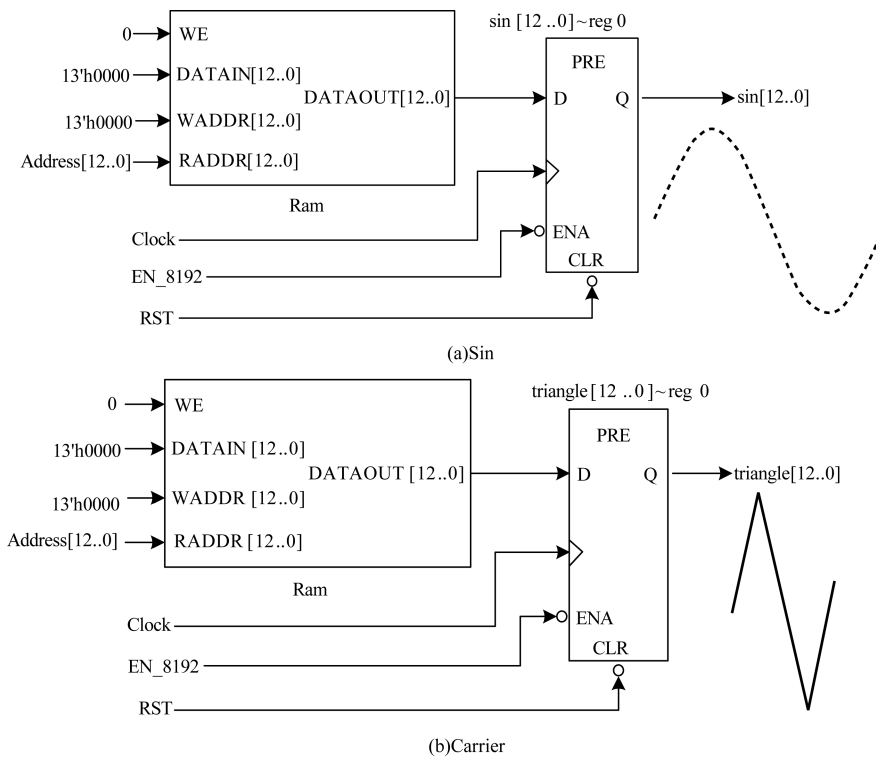


图 5 Sin 与 Carrier 存储区域

#### 3.1 调制比 $M$ 与载波比 $N$

不同调制比  $M$  与载波比  $N$ , Sin 与 Carrier 交点

不同,输出 PWM 也不同,下面从双极性与单极性 PWM 频谱特性<sup>[13-14]</sup>分析  $M$  和  $N$  取值情况。

如图 6 双极性与单极性 PWM 频谱特性( $M, N$ )所示,图 6(a)为某一载波比(取  $N = 11$ )下双极性与单极性 PWM 频谱中基波功率  $P$  曲线图。图 6(b)为某一调制比(取  $M = 0.95$ )下单极性与双极性 PWM 频谱中基波功率谱  $P$  的曲线图。

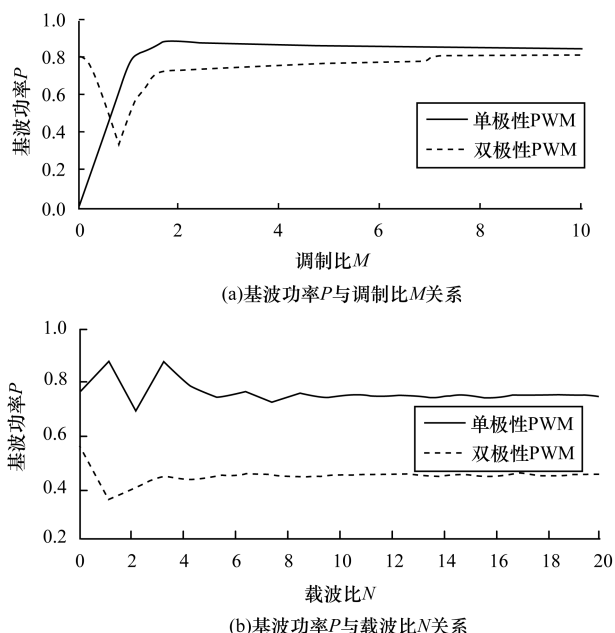


图 6 双极性与单极性 PWM 频谱特性

在图 6(a)中,双极性 PWM 中  $P$  呈现先下降后上升趋势,是因为当  $M$  较小时,其  $P$  值反映双极性三角载波信息,当  $M$  增大到一定值时,则主要反映调制波信息;单极性 PWM 中,  $P$  并没有呈现出先下降后上升的趋势,是因为单极性三角载波并没有像双极性三角载波那样对调制信息造成了较大干扰,使得  $P$  主要反映出调制波信息。在一定  $M$  范围内,其  $P$  随  $M$  线性变化,且其线性度好于双极性 PWM 情况。

在图 6(b)中,在一定  $N$  范围内,其  $P$  基本不变,且在同样  $M$  与  $N$  下,单极性 PWM 的  $P$  值高于双极性 PWM 的情况。

综上:在  $N$  一定范围内,  $N$  的变化对基波功率谱  $P$  的影响较小(其主要引入载波谐波叠加干扰);随着  $M$  增加(双极性 PWM 中  $P$  呈现先下降后上升趋势;单极性 PWM 一定范围内有很好的单调性),  $P$  基本呈线性变化,在大于某些  $M$  处出现拐点,以使斜率下降,最后趋向于恒定值。基于以上分析,本文在设计 PWM 数字系统时便可合理设置  $M$  与  $N$  值。

### 3.2 PWM 控制器

基于调制波周期归一化的 PWM 控制器系统结构<sup>[15-16]</sup>如图 7 所示。

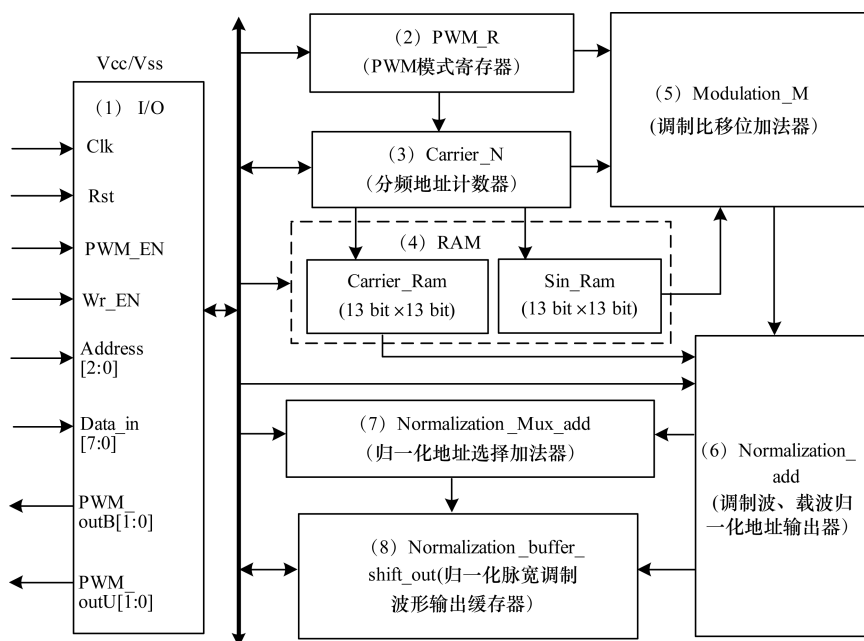


图 7 基于调制波周期归一化 PWM 控制器结构图

该系统结构包括:(1)I/O;(2)PWM 模式寄存器组 PWM\_R;(3)分频地址计数器 Carrier\_N;(4)调制波与载波数据存储单元 Sin\_Ram (13bit × 13bit) 和 Carrier\_Ram (13bit × 13bit);(5)调制比移位加法器

Modulation\_M;(6)调制波与载波归一化地址输出器 Normalization\_add;(7)归一化地址选择加法器 Normalization\_Mux\_add;(8)归一化脉宽调制波形输出缓存器 Normalization\_buffer\_shift\_out。



I/O 包括时钟信号 Clk、复位信号 Rst、使能信号 PWM\_EN、写寄存器使能 Wr\_EN、寄存器地址 Address[2:0] (这里的地址与本文提出的归一化地址不是一个概念)、寄存器数据输入 Data\_in、PWM 输出 PWM\_outB[1:0] 和 PWM\_outU[1:0]。

PWM 模式寄存器组 PWM\_R 有 6 个寄存器,如表 1 所示,分别为:双极性调制比与载波比寄存器 MNB (Modulation\_MB[2:0] = MNB[2:0], Carrier\_NB[4:0] = MNB[7:3]),单极性调制比和载波比寄存器 MNU (Modulation\_MU[2:0] = MNB[2:0], Carrier\_NU[4:0] = MNB[7:3]),16 位双极性 PWM 周期脉冲值寄存器 PWM\_pusleB[15:0] = {PWMBH[7:0], PWMBL[7:0]},16 位单极性 PWM 周期脉冲值寄存器 PWM\_pusleU[15:0] = {PWMUH[7:0], PWMUL[7:0]}。

表 1 PWM 模式寄存器组 PWM\_R

ADD	SRF	ADD	SRF	ADD	SRF
0X0	MNB	0X2	PWMBL	0X4	PWMUL
0X1	MNU	0X3	PWMBH	0X5	PWMUH

由图 7 基于调制波周期归一化 PWM 控制器系统结构所示,通过 I/O 配置 PWM\_R; Carrier\_N 依据 MNB 和 MNU 载波比  $N$  (Carrier\_NB[4:0]、Carrier\_NU[4:0]) 输出调制波与载波地址给 Sin\_Ram (13 bit × 13 bit) 和 Carrier\_Ram (13 bit × 13 bit) 取出相应数据; Modulation\_M 依据 MNB 和 MNU 中 Modulation\_MB[2:0] 和 Modulation\_MU[2:0] ( $M = 0.8, 0.85, 0.9, 0.95, 1.0, 1.05, 1.1, 1.15$ ) 对 Sin\_Ram (13 bit × 13 bit) 输出数据进行幅度调制; Normalization\_add 对调制波和载波数据进行运算,以确定交点,同时得出归一化地址值及其个数; Normalization\_Mux\_add 依据归一化地址值及 PWM\_pusleB[15:0] = {PWMBH[7:0], PWMBL[7:0]}, PWM\_pusleU[15:0] = {PWMUH[7:0], PWMUL[7:0]} 进行调制波周期归一化 PWM 数据计算,并把结果保存入 Normalization\_buffer\_shift\_out,其内部脉冲计数器通过与各归一化数据进行比较,确定输出状态为“0”或“1”以输出所需的归一化 PWM 脉冲宽度调制波形。

### 3.3 PWM 主要功能模块

图 7 基于调制波周期归一化 PWM 控制器系统结构图 I/O, PWM\_R, Carrier\_N, Sin\_Ram (13 bit × 13 bit) 和 Carrier\_Ram (13 bit × 13 bit) 以及 Modulation\_M 的主要功能是做基本配置; Normalization\_add,

Normalization\_Mux\_add 和 Normalization\_buffer\_shift\_out 为调制波周期归一化 PWM 设计核心。

#### 3.3.1 地址输出器

Normalization\_add 实现调制波与载波数据的比较以确定归一化地址值 Nor\_address, 以及归一化地址个数。如图 8 调制波归一化地址、缓存数据仿真图所示。



图 8 调制波归一化地址、缓存数据仿真图

Carrier\_NB[4:0] 与 Modulation\_MB[2:0], Carrier\_NU[4:0] 与 Modulation\_MU[2:0] 分别为双极性和单极性载波比  $N$  与调制比  $M$ ; Nor\_addressB[12:0] 与 Nor\_addressU[12:0] 为调制波与双极性 (单极性) 载波交点所对应的归一化地址值 (即 Sin\_Ram (13 bit × 13 bit) 存储单元中的地址信号), Nor\_counterB[5:0] 与 Nor\_counterU[5:0] 为归一化地址计数寄存器。

#### 3.3.2 地址选择加法器

在图 8 中, PWM\_pusleB[15:0] = {PWMBH[7:0], PWMBL[7:0]}, PWM\_pusleU[15:0] = {PWMUH[7:0], PWMUL[7:0]} 为调制波周期归一化 PWM 周期脉冲值  $P_n$ , PWM\_bufferB[15:0], PWM\_bufferU[15:0] 为  $P_n$  对应的 PWM 脉冲归一化缓存数据, 可用归一化地址选择加法器实现, 如图 9 归一化地址映射解析框图所示。

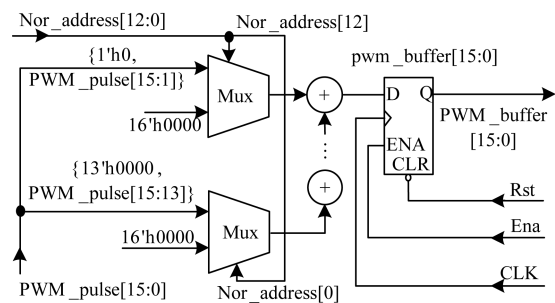


图 9 归一化地址映射解析框图

图中 Clk、Rst 和 Ena 为时钟信号、复位信号和使能信号; Nor\_address[12:0] 为归一化地址输入, PWM\_pulse[15:0] 为输入调制波周期归一化 PWM



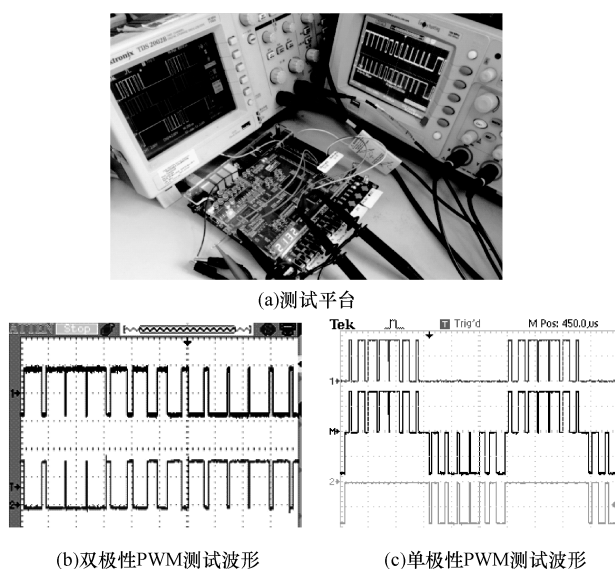


图12 FPGA板级测试验证

## 5 结束语

本文提出了一种基于调制波周期归一化PWM的波形产生方法。通过把数字系统中用于记录存储数据的地址(Address)与PWM脉冲宽度相互映射,得出归一化地址Nor\_address概念,设计了基于FPGA的调制波周期归一化PWM数字系统;并针对设计该系统时出现的包括模拟量数字化、调制比 $M$ 和载波比 $N$ 以及调制波周期归一化PWM各环节具体数字化实现等问题予以分析解决,只需简单地设置调制比 $M$ 、载波比 $N$ 和调制波周期归一化PWM周期脉冲值 $P_n$ ,便可快速实现调制波周期归一化PWM波形输出。实验结果表明,基于调制波周期归一化PWM的FPGA系统操作方便,输出波形符合脉冲宽度调制要求,验证了此方法的有效性,具有一定的研究意义。

## 参考文献

- [1] Schonung A, Stemmler H. Static Frequency Changers with Subharmonic Control in Conjunction with Reversible Variable Speed AC Drives[J]. Brown Boveri Rev., 1964, 51(8/9): 555-577.
- [2] Rashid M H. Power Electronics Handbook [M]. [S. l.]: Academic Press, 2001.
- [3] Holmes D G, Lipo T A. Pulse Width Modulation for Power Converters [M]. [S. l.]: IEEE Press, 2003: 95-152.
- [4] Bowes S R, Bird B M. Novel Approach to the Analysis and Synthesis of Modulation Processes in Power Converters [J]. IEEE Proceedings, 1975, 122(5): 507-513.
- [5] Bowes S R. New Sinusoidal Pulse-width Modulated Inverter [J]. IEEE Proceedings, 1975, 122(11): 1279-1285.
- [6] Bowes S R, Midoun A. New PWM Switching Strategy for Microprocessor-controller Inverter Drives [J]. IEEE Proceedings, 1986, 133(4): 237-254.
- [7] Bowes S R, Holliday D. Optimal Regular-sampled PWM Inverter Control Techniques [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2007, 54(3): 1547-1559.
- [8] Khlubawannarat P, Thammarat C, Tadsuan S, et al. An Analysis of Iron Loss Supplied by Sinusoidal, Square Wave, Bipolar PWM Inverter and Unipolar PWM Inverter [C] // Proc. of Power Engineering Conference. [S. l.]: IEEE Press, 2007: 1185-1190.
- [9] 王立乔. 正弦波逆变器脉宽调制技术的调制模型分析 [J]. 电力系统自动化, 2008, 32(7): 45-49, 99.
- [10] 李涛, 张晓锋, 乔鸣忠. SPWM与SVPWM的宏观对等性研究 [J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(s1): 178-184.
- [11] 郭涛, 孙玉坤, 任明炜, 等. 链式多电平变换器特定谐波消除脉宽调制方法研究 [J]. 电力自动化设备, 2006, 26(12): 52-54, 101.
- [12] 马丰民, 吴正国, 侯新国. 基于统一PWM调制器的随机空间矢量调制 [J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(7): 98-102.
- [13] 刘晓东, 徐弢. 正弦脉宽调制技术开关时间点精度分析 [J]. 电力自动化设备, 2010, 30(12): 55-59.
- [14] 伍家驹, 王文婷, 李学勇, 等. 单相SPWM逆变桥输出电压的谐波分析 [J]. 电力自动化设备, 2008, 28(4): 45-49, 52.
- [15] Hu Yueli, Zhou Chen. Integration and Verification Case of IP-core Based System on Chip Design [J]. Journal of Shanghai University (English Edition), 2010, 14(5): 349-353.
- [16] 王奔, 仇乐兵, 徐万良, 等. 基于FPGA的空间矢量脉宽调制发生器设计 [J]. 电力自动化设备, 2012, 32(2): 56-61.

编辑 顾逸斐