· 多媒体技术及应用 ·

文章编号: 1000-3428(2015)04-0263-04

文献标识码: A

中图分类号: TP242

## 基于改进粒子滤波算法的视频超分辨率重建

# 王爱侠,赵 越

(东北大学信息科学与工程学院,沈阳 110819)

摘 要:视频超分辨率重建的一个必要步骤是视频运动估计,相对其他图像匹配算法,基于特征点的视频匹配算法 具有更高的鲁棒性,但精确度受特征点的定位、选取和匹配误差的影响较大。为此,提出将粒子滤波应用到视频超分辨率的运动估计问题中,用粒子滤波算法来修正匹配误差,并针对粒子滤波中的粒子匮乏问题改进基本粒子滤波算法。实验结果表明,该算法比其他经典滤波算法估计精度有了较大提高,且在超分辨率重建中能更精确地进行运动估计,匹配精度和稳定性能都有所改善。

关键词:超分辨率重建;粒子滤波;运动估计;匹配精度;无迹卡尔曼滤波;权值

**中文引用格式:**王爱侠,赵 越. 基于改进粒子滤波算法的视频超分辨率重建[J]. 计算机工程,2015,41(4):263-266,272.

英文引用格式:Wang Aixia, Zhao Yue. Video Super Resolution Reconstruction Based on Improved Particle Filtering Algorithm[J]. Computer Engineering, 2015, 41(4):263-266, 272.

# Video Super Resolution Reconstruction Based on Improved Particle Filtering Algorithm

WANG Aixia, ZHAO Yue

(School of Information Science & Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

[Abstract] In the super resolution reconstruction, a key step is the video motion estimation. Compared with other methods, matching algorithm based on features of video has higher robustness. However, the accuracy of this kind of methods is affected by the position and selection of feature points. To overcome this problem, this paper introduces the particle filtering into the motion estimation to reduce the matching error. The main disadvantage of the particle filtering is particle degeneracy. In this paper, an extended Kalman filtering is used to general the proposal distribution, and an Unscented Kalman Filtering (UKF) is used to refine particles. Experimental results show that, compared with other eight classic filtering algorithms, the proposed algorithm has much better performance, and for the super resolution reconstruction issue, the proposed algorithm can estimate the motion more accurately.

[ Key words] super resolution reconstruction; particle filtering; motion estimation; matching accuracy; Unscented Kalman Filtering ( UKF); weight

**DOI**:10.3969/j. issn. 1000-3428. 2015. 04. 050

#### 1 概述

随着视频应用日益广泛,人们对视频质量的要求不断提高,然而硬件提高视频质量受工艺和成本的限制,在很多场合和大规模部署中很难实现,所以利用超分辨率(Super Resolution,SR)技术由一幅低分辨率(Low Resolution,LR)图像或图像序列恢复出高分辨率(High Resolution,HR)图像具有重要的现实意义。早期的超分辨率重建方法主要包括解析延拓法[1]、长球面波函数外推法[2]和误差能量递减法[34]等。近年

来,多帧超分辨率重建逐渐成为研究热点,其主要方法包括频域法和空域法。文献[5]首次使用频域方法进行单帧高分辨率图像重建;文献[6]对低分辨率序列给出了频域递推算法;文献[7]采用递推总体最小二乘法来减少图像配准误差,运用多通道自适应确定正则系数以克服欠定系统的病态性;文献[8]采用基于离散余弦变换(Discrete Cosine Transform,DCT)的方法代替离散傅里叶变换(Discrete Fourier Transform,DFT)以减少计算量;文献[9]提出了基于 MAP-HMRF 的超分辨率重建技术来保持图像边缘的不连

续性,并最终归结为一个受限凸优化问题:文献[10] 提出了一个 MAP 框架,应用高斯先验模型和 Bayes 估计方法进行联合图像配准和高分辨率图像重建;文 献[11]融合多幅卫星图像以得到高分辨率效果:文 献[12]提出了基于 Tikhonov 正则化的超分辨率重建 方法;文献[13]又将其推广到包括多通道配准的反卷 积超分辨率重建;文献[14]提出了迭代背向投影超分辨 率重建算法;文献[15]在 MAP 和 ML 估计的基础上提 出了基于自适应滤波的视频序列超分辨率重建算法。

本文提出一种基于改进粒子滤波算法的视频超 分辨率重建方法。针对基本粒子滤波的粒子退化现 象进行算法改进,将改进的粒子滤波应用到视频超 分辨率的运动估计中,对估计误差进行修正。

### 基本粒子滤波算法及其改进

#### 2.1 基本粒子滤波算法

粒子滤波算法通过寻找一组在状态空间中传递 的随机样本对概率密度函数  $p(x_{\iota}|\mathbf{v}_{\iota})$  进行近似,以 样本均值代替积分运算,从而获得状态最小方差的 估计过程。每个粒子有自身的权值和数值。时刻 k 的权值递推公式为:

$$w_{k} = \frac{p(\mathbf{y}_{1,k} \mid \mathbf{x}_{0,k}) p(\mathbf{x}_{0,k})}{q(\mathbf{x}_{k} \mid \mathbf{x}_{0,k-1}, \mathbf{y}_{1,k}) q(\mathbf{x}_{0,k-1} \mid \mathbf{y}_{1,k})} =$$

$$w_{k-1} \frac{p(\mathbf{y}_{k} \mid \mathbf{x}_{k}) p(\mathbf{x}_{k} \mid \mathbf{x}_{k-1})}{q(\mathbf{x}_{k} \mid \mathbf{x}_{0,k-1}, \mathbf{y}_{1,k})}$$
(1)

其中,q为建议概率密度分布。

后验概率密度可以近似表示为:

$$p(x_{0:k} \mid y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N} w_k^i \delta(x_{0:k} - x_{0:k}^i)$$
 (2)

其中, $\delta$  为 delta 函数。

## 2.2 改进的最优粒子滤波算法

针对基本粒子滤波的粒子退化现象,本文提出 一种最优粒子滤波(Optimal Particle Filtering, BPF) 算法。该算法的建议分布由无迹卡尔曼滤波(Unscented Kalman Filtering, UKF) 算法生成, 并仅选取 权重最大(最优)的粒子作为最终输出。

对于每个 t 时刻的第 i 个粒子, 首先对其进行一 步预测:

$$\hat{x}_{t|t-1}^{(i)} = f(x_{t-1|t-1}^{(i)}) \tag{3}$$

将所获得粒子标记为 $\bar{x}_{t}^{(i)}$ ,获得粒子将通过UKF 算法构成建议分布。计算 sigma 点的值和权值:

$$\chi_{t-1}^{(i)a} = \left[ \bar{x}_{t-1}^{(i)a} \bar{x}_{t-1}^{(i)a} \pm \sqrt{(na+\lambda)p_{t-1}^{(i)a}} \right]$$
 (4)  
迭代计算进行下一步预测:

$$\chi_{t|t-1}^{(i)x} = f(\chi_{t-1}^{(i)x}, \chi_{t-1}^{(i)w})$$

计算  $\bar{x}_{t|t-1}^{(i)}$ ,  $P_{t|t-1}^{(i)}$  一击 UKF 建议分布的均值和 方差:

$$\gamma_{t|t-1}^{(i)} = h(\chi_{t|t-1}^{(i)x}, \chi_{t-1}^{(i)v}) \tag{5}$$

$$\overline{y}_{t|t-1}^{(i)} = \sum_{j=0}^{2n_a} W_j^{(m)} \gamma_{j,t|t-1}^{(i)}$$
(6)

$$P_{\widetilde{y}_{t}\widetilde{y}_{t}} = \sum_{j=0}^{2n_{a}} W_{j}^{(c)} \left[ \gamma_{j,t|t-1}^{(i)} - \overline{y}_{t|t-1}^{(i)} \right] \cdot \left[ \gamma_{j,t|t-1}^{(i)} - \overline{y}_{t|t-1}^{(i)} \right]^{T}$$

$$P_{x_{t}y_{t}} = \sum_{j=0}^{2n_{a}} W_{j}^{(c)} \left[ \chi_{j,t|t-1}^{(i)} - \overline{\chi}_{t|t-1}^{(i)} \right] \cdot$$

$$(7)$$

$$P_{x_{t}y_{t}} = \sum_{j=0}^{2n_{a}} W_{j}^{(c)} \left[ \chi_{j,t|t-1}^{(i)} - \overline{\chi}_{t|t-1}^{(i)} \right] \cdot$$

$$\left[ \gamma_{j,t|t-1}^{(i)} - \overline{y}_{t|t-1}^{(i)} \right]^{\mathrm{T}} \tag{8}$$

$$K_t = P_{x_t y_t} P_{y_t y_t}^{-1} \tag{9}$$

$$\overline{x}_{t}^{(i)} = \overline{x}_{t|t-1}^{(i)} + K_{t}(y_{t} - y_{t|t-1}^{(i)})$$
(10)

$$\hat{P}_{t}^{(i)} = P_{tt-1}^{(i)} - K_{t} P_{\widetilde{y}_{t} \widetilde{y}_{t}} K_{t}^{\mathrm{T}}$$

$$(11)$$

在获得建议分布的均值和方差后,从 $N(\bar{x}_{t}^{(i)})$  $\hat{p}_{.}^{(i)}$ )分布中抽取粒子,计算权值  $\overline{w}_{.}^{(i)}$ 。

其次,进行粒子的重采样。根据粒子的权 $w_i^{(i)}$ 从 粒子集 $\{\tilde{\pmb{X}}_k^{(i)}, w_k^{(i)}\}_{i=1}^N$ 重新抽取N个粒子 $\{\pmb{X}_k^{(i)}\}_{i=1}^N$ ,并 令  $w_k^{(i)} = 1/N$ ,则建立新的粒子集 $\{X_k^{(i)}, 1/N\}_{i=1}^N$ 

在基本粒子滤波算法中,目标的最终估计值是 利用式(16)进行计算的:

$$\hat{\mathbf{x}}_{t} = E(\mathbf{x}_{t}^{(i)} \mid \mathbf{y}_{1:k}) \triangleq \sum_{i=1}^{N} w_{t}^{(i)} \mathbf{x}_{t}^{(i)}$$
(12)

在一般意义下,式(12)能够维持最终解的鲁棒 性。但是在图像的运动估计问题中发现,取重采样 后权值最大的粒子作为最终解,通常具有更好的估 计精度。因此,在本文提出的最优粒子滤波算法中, 最终的解是具有权值最大的粒子(最优粒子),改进 算法的流程如图1所示。

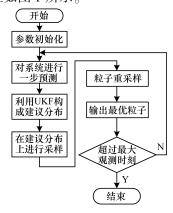


图 1 最优粒子滤波流程

由前文分析可以看出,最优粒子滤波算法相对于基 本粒子滤波算法增加了 UKF 建议分布的均值和方差计 算,计算量为 $7 \times m \times N$ ,其中,m 为x 向量维数;N 为粒 子数,减少了式(12)的计算,所以 BPF 相对于基本粒子 滤波计算复杂度并未明显增加,都为O(N)。

### 基于粒子滤波的视频超分辨率重建

对于经典的多帧图像超分辨率重建都包含3个

阶段:配准,插值,复原。配准即运动估计,获得各帧 与参考帧之间具有亚像素精度的相对运动信息,以便 于确定 $M_{\iota}$ 。运动估计的精度非常重要,运动估计是 多帧超分辨率的基础,估计所得的亚像素位移信息的 精确度和可靠性直接影响最终的重建结果。使用不 正确的运动信息重建出的图像会出现严重的伪像。

在具体流程方面,将P张大小为 $N_1 \times N_2$ 的影像 所组成的序列超分辨率重建数学模型定义如下:

$$Y_k = D_k B_k M_k X + \eta_k$$
 (13)  
其中,  $Y_k$  为第  $k$  张影像;  $X$  代表理想图像;  $M_k$  为第  $k$  张影像的运动算子;  $B_k$  为模糊函数算子;  $D_k$  为第  $k$  张影像的下采样算子;  $\eta_k$  为第  $k$  张影像的噪声,一般认为其服从均值为零的高斯分布。

在给定 Y 的条件下,本文根据极大后验估计原 理来构建如下公式:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmax}} P(X/Y)$$
 (14)  
根据贝叶斯原理,式(14)也可以写为:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmax}} \frac{P(Y/X)P(X)}{P(Y)}$$
 (15)

式(15)等价于:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} (-\log(P(Y/X)) - \log(P(X))) (16)$$

基于高斯马尔科夫随机场模型,高分辨率影像 X的先验模型为:

$$P(X) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N}{2}} |C_{v}|^{\frac{1}{2}}} \exp\left\{-\frac{1}{2} X^{\mathsf{T}} C_{z}^{-1} X\right\}$$
(17)

其中, $C_x$  为 X 的协方差矩阵。则基于高斯马尔科夫随 机场模型的 MAP 超分辨率重建算法的数学方程为:

$$\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} \left(\frac{1}{2\sigma_{\eta}^{2}} (Y - HX)^{\mathsf{T}} (Y - HX) + \frac{1}{2} X^{\mathsf{T}} C_{X}^{-1} X\right)$$

$$(18)$$

矩阵 M 需要通过运动估计来获得。在本文提 出的算法中,M 通过基于粒子滤波的运动估计算法 来获得。相对于其他种类的图像匹配算法,基于特 征点的匹配算法具有更高的鲁棒性。但是基于特征 点的匹配算法精确度受到特征点的定位、选取和匹 配误差的影响。因此,本文提出利用粒子滤波来对 匹配误差进行修正,其核心是通过粒子滤波框架获 得相邻2帧图像的最佳位置匹配。

- (1) 基于 SIFT 提取和匹配特征点的主要步骤:
- 1)检测尺度空间极值点:
- 2)精确定位极值点,得到关键点,并确定关键点 的位置和所处的尺度;
  - 3)为每个关键点指定方向参数:
  - 4)关键点描述子的生成。
- (2) 基于 RANSAC 算法获取全局运动粗略 估计。

本文用一个 2D 刚性模型来对相对运动进行 建模:

其中, $(x^i,y^i)$ 和 $(x^i,y^i)$ 是匹配点分别在 i 帧图像和 i 帧图像中的坐标:S,T 和  $\theta$  分别为 2 帧图像之间缩 放尺度、平移和旋转参数。式(19)需要至少3对匹 配特征点进行求解,当有更多的匹配特征点时,可以 利用最小二乘法获得更加鲁棒的结果。

利用式(19)对相对运动进行建模时,误差主要 有 2 种:1)可能存在错误的特征点匹配;2)场景中的 物体局部运动。当局部运动区域存在匹配的特征点 时,本文通过常用的 RANSAC 算法来剔除错误匹配 的特征点和局部运动特征点。

(3)基于粒子滤波获得全局运动的精确估计。

尽管可以通过式(19)和多个特征点之间的相对 关系来对全局运动进行估计,但是由于特征点的定 位本身存在误差,因此还要对上一步骤的结果做进 一步修正。本文采用提出的最优粒子滤波算法对全 局运动进行精确估计。在算法中,对于待估计参数  $S, T_x, T_y$  和  $\theta$ , 首先将上一步骤获得的结果作为 S,  $T_{x}$ ,  $T_{y}$  和  $\theta$  的初始估计, 标记为  $S_{0}$ ,  $T_{y0}$ ,  $T_{y0}$ 和  $\theta_{0}$ ; 其次 假定系统的噪声服从正态分布,例如对于S,其采样 点从正态分布  $N(S_0,\sigma)$  中提取,其中  $\sigma$  为系统噪声 标准差,其初始值采用预先设定的值,此后由 Unscented 卡尔曼滤波来确定。对于第n个粒子即  $[S_n, T_{xn}, T_{xn}, \theta_n]^T$ ,利用式(19)可以获得一帧采样图 像  $I_n$ ,则该粒子的权重定义为:

$$w_{n} = \exp\left(-\frac{1}{M \times N} \sqrt{\sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N} (I^{ij} - I_{n}^{ij})^{2}} - \frac{1}{K} \sqrt{\sum_{k=1}^{K} (\|F^{k} - F_{n}^{k}\|)^{2}}\right)$$
(20)

其中,I是初始图像;i和j是像素索引;K是选用特 征点的个数; $\|F^k - F_n^k\|$ 是第 k 对特征点之间的距离。 由于仿射变换后图像将出现未定义区,因此利用仅 选取小于整个图像的  $p \times q$  大小的区域来对权重进 行计算。定义了粒子的采样和权重后,即可利用提 出的新算法对全局运动进行精确估计。

## 实验结果与分析

为了测试本文提出算法的性能,在本节将提出的 算法应用到20个视频序列上进行测试。该实验的素 材选用 PETS2009 的 001 号视频, 该视频原始大小为 223 MB, 共有 448 帧图像, 每帧图像的大小为 768 × 352。

第1组实验主要测试在不同粒子数量情况下, BPS, PF, PF-UKF 算法的估计误差对比, 如图 2 所示。

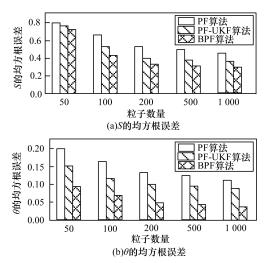


图 2 粒子数量对算法的影响

针对粒子的不同取值,分别进行 M=100 次独立实验,并对估计结果取均值。可以看出,不管 PF,BPF还是 PF-UKF,粒子数量较少时,3 种方法性能接近,当粒子数量增多,BPF 算法估计误差明显低于基本 PF和 PF-UKF,并且当粒子数为 200 时,BPF的估计性能可以达到稳定状态,综合考虑计算量和估计精度等因素,选择 N=200 作为本文算法的最佳粒子数。

第2个实验测试超分辨率重建的效果,对 SIFT 算子采用 30 个特征点,粒子滤波采用 200 个粒子,计算权重时采用 101 × 101 大小的子窗口。图 3 给出第2组实验的视频超分辨率结果。



(k)PF-UKF结果4 (l)本 图 **3** 视频超分辨率重建结果

(l)本文算法结果4

(j)PF结果4

第1行~第4行的原始图像分别为第15帧、第23帧、第31帧和第38帧图像。从视觉感官上可以看出,在实验结果中本文提出的算法得到的结果图像更清晰,超分辨率重建效果更好。

从前文分析中可以看到,对于一组全局运动的参数估计 $[S,T_x,T_y,\theta]^T$ ,与之对应的权值越大则匹配越精确。因此,可以提取每种算法在每一帧上的估计结果,并计算对应的权值,以该值的大小来说明参数的估计精度。表 1 给出了各种算法分别在第 15 帧、第 23 帧、第 31 帧和第 38 帧图像上估计结果对应的权值,并给出在所有帧上获得的权重平均值。

表 1 BPF 与 4 种滤波算法的估计权值

算法	第 15 帧	第23帧	第31 帧	第 38 帧	平均值	时间/ms
EKF	0.853 6	0.8529	0.8603	0.8623	0.8601	43.850 0
UKF	0.866 1	0.8669	0.878 1	0.8703	0.865 6	44.450 0
PF	0.8814	0.898 2	0.8803	0.8802	0.883 5	42.6500
PF-UKF	0.8928	0.904 1	0.8940	0.892 1	0.893 2	45.0500
BPF	0.9227	0.942 0	0.9142	0.937 5	0.927 8	43.475 0

由表 1 可以看到,在本文实验中,EKF 获得的权重最差的匹配精度,甚至低于基本 PF 算法的匹配精度,同时从表 1 可以看出本文提出的算法 BPF 在匹配精度上优于其他相比较的 4 种算法。

#### 5 结束语

运动估计对视频超分辨率重建质量起到至关重要的作用。相对于其他种类的图像匹配算法,基于特征点的匹配算法具有更高的鲁棒性。但是基于特征点的匹配算法精确度受到特征点的定位、选取和匹配误差的影响。针对这些问题,本文提出一种基于粒子滤波的运动估计算法。实验结果表明,该算法比其他基于特征点的超分辨率重建算法可获得更高质量的视频重建效果。

### 参考文献

- [1] Borman S, Stevenson R. Spatial Resolution Enhancement of Low-resolution Image Sequences——A Comprehensive Review with Directions for Future Research[D]. Chicago, USA: University of Notre Dame, 2008.
- [2] Borman S, Stevenson R. Super-resolution from Image Sequences—A Review [C]//Proceedings of Midwest Symposium on Circuits and Systems. Berlin, Germany: Springer, 2013:374-378.
- [3] Park S C, Park M K, Kang M G. Super-resolution Image Reconstruction: A Technical Overview [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 20(3):21-36.
- [4] Farsiu S, Robinson D, Elad M, et al. Advances and Challenges in Super-resolution [J]. International Journal of Imaging Systems and Technology, 2011, 14(2):47-57. (下转第 272 页)

## 5 结束语

在考虑尾矿库周边地质环境及自身因素影响的前提下,本文创新性地提出了MFOA 算法优化广义回归神经网络的尾矿库安全评价模型。该模型在原有果蝇优化算法的基础上添加了逃脱参数,避免了其易陷入局部极值的缺陷,同时,将搜索空间扩展至三维空间,利用全局寻优能力实现了 GRNN 网络的spread 参数值的优化。将改进后的优化方法应用到实例中,预测实验结果表明该模型预测能力和预测精度均优于未改进的方法,具有结构简单、易操作、参数少、训练时间短的优点,为尾矿库安全评价提供了一条新思路。

由于本文采集的样本数据有限,且尾矿库安全 预测系统是一个较为复杂的非线性系统,影响安全 因素较多,下一步工作重点是数据采集及安全指标 选取。

#### 参考文献

- [1] 李仲学,曹志国,赵怡晴. 基于 Safety Case 和 PDCA 的 尾矿库安全保障体系[J]. 系统工程与实践, 2010, 30(5):936-944.
- [2] 李全明,张兴凯,王云海,等. 尾矿库溃坝风险指标体系及风险评价模型研究[J]. 水力学报,2009,40(8): 989-994.
- [3] 罗飞飞,李庆军.基于灰色模糊理论的尾矿库安全评价方法研究[J].工业安全与环保,2009,35(8):46-68.
- [4] 王英博,王 琳,李仲学.基于 HS-BP 算法的尾矿库安

- 全评价[J]. 系统工程理论与实践, 2012, 32(11): 2585-2591.
- [5] 赵怡晴,唐良勇,李仲学,等.基于过程一致因网格法的尾矿库事故隐患识别[J].中国安全生产科学技术,2013,9(4):91-98.
- [6] 范 良,赵国忱,苏运强.果蝇算法优化的广义回归神 经网络在变形监测预报中的应用[J].测绘通报, 2013,(11):87-89.
- [7] 贾义鹏, 吕庆, 尚岳全. 基于粒子群算法和广义回归神经网络的岩爆预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(2): 343-348.
- [8] Hamzacebi C. Improving Artificial Neural Networks' Performance in Seasonal Time Series Forecasting [J]. Information Sciences, 2008, 178(23):4550-4559.
- [9] 刘翠玲,张璐璐.基于 FOA-GRNN 油井计量原油含水率的预测[J]. 计算机仿真,2012,29(11):243-246.
- [10] 潘文超. 果蝇最佳化演算法——最新演化式计算技术[M]. 台中,中国:沧海书局,2011.
- [11] 潘文超.应用果蝇优化算法优化广义回归神经网络进行企业经营绩效评估[J].太原理工大学学报,2011,29(4):1-5.
- [12] Pan W T. A New Fruit Fly Optimization Algorithm: Taking the Financial Distress Model as Example [J]. Knowlege-based Systems, 2012, 26(1):69-74.
- [13] 韩俊英,刘成忠. 反向认知的高效果蝇优化算法[J]. 计算机工程,2013,39(11):223-225,229.
- [14] Fourie A B, Blight G E, Papageorgiou G. Static Liquefaction as a Possible Explanation for the Merriespruit Tailings Dam Failure [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, 39(6):1439-1440.

编辑 顾逸斐

### (上接第266页)

- [5] Elad M, Hel-or Y. Fast Super-resolution Reconstruction Algorithm for Pure Translational Motion and Common Space—Invariant Blur [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2011, 10(8):1187-1193.
- [6] Irani M, Peleg S. Super Resolution from Image Sequences [D]. Jerusalem, Israel: Hebrew University of Jerusalem, 2008.
- [7] Bose N K, Kim H C, Valenzuela H M. Recursive Implementation of Total Least Squares Algorithm for Image Reconstruction from Noisy, Undersampled Muitiframes[C]//Proceedings of Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. Washington D. C., USA: IEEE Press, 1993;269-272.
- [8] Rhee S H, Kang M G. Discrete Cosine Transform Based Regularized High-resolution Image Reconstruction Algorithm [J]. Optical Engineering, 1999, 38 (8): 1348-1356.
- [9] Schultz R R, Stevenson R L. Extraction of Highresolution Frames from Video Sequences [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 5 (6): 996-1011.

- [10] Coifman R R, Doncho D L. Translation-invariant Denoising M. New York, USA; Springer, 2010.
- [11] Geronimo J S, Hardin D P, Massopust P R. Construction of Orthogonal Wavelets Using Fractal Interpolation Functions [J]. SIAM Journal on Mathematic Analysis, 2009, 27(4):1158-1192.
- [12] Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk, R G. Wavelet-based Statistical Signal Processing Using Hidden Markov Models [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012,46(4):886-902.
- [13] Candes E J, Monoscale Ridgelet for the Representation of Images with Edges [D]. Stanford, USA: Stanford University, 2012.
- [14] Do M N, Veterli M. Contourlets: A Directional Multiresolution Image Representation [D]. Lausanne, Swiss: Swiss Federal Institute of Technology, 2011.
- [15] Elad M, Feuer A. Restoration of a Single Superresolution Image from Several Blurred, Noisy, and Undersampled Measured Images [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(12):1646-1658.

编辑 顾逸斐