

## 融合质心算法的快速改进型 MDS-MAP 算法

李海峰

(山西财经大学信息管理学院, 太原 030006)

**摘 要:** 针对 MDS-MAP 算法中多维定标矩阵过于庞大而造成计算繁琐的问题, 提出一种快速改进型 MDS-MAP 算法。将 MDS-MAP 算法与质心算法进行结合, 得到改进的迭代定位算法。构造无线传感器节点间距的矩阵, 根据锚节点间的跳数与具体距离对无线传感器网络节点间平均每跳的距离进行估算, 按每个节点相互间的跳数矩阵对每个节点相互间距进行求解, 从而获得其相对和绝对坐标。仿真实验结果表明, 该算法在设定的误差下具有较高的精度, 并且在一定程度上降低了运行时间。

**关键词:** MDS-MAP 算法; 无线传感器网络; 节点定位; 质心算法; 锚节点; 跳数矩阵

**中文引用格式:** 李海峰. 融合质心算法的快速改进型 MDS-MAP 算法[J]. 计算机工程, 2015, 41(5): 102-105.

**英文引用格式:** Li Haifeng. Fast Improved MDS-MAP Algorithm Fused with Centroid Algorithm[J]. Computer Engineering, 2015, 41(5): 102-105.

## Fast Improved MDS-MAP Algorithm Fused with Centroid Algorithm

LI Haifeng

(School of Information Management, Shanxi University of Finance & Economics, Taiyuan 030006, China)

**[Abstract]** In view of the complex calculating problem caused by too large Multi Dimensional Scaling (MDS) matrix in the MDS-MAP algorithm, this paper presents a fast improved MDS-MAP algorithm. This algorithm fuses improved iterative positioning algorithm of centroid algorithm on the basis of the original algorithm on MDS-MAP, as an alternative to the classical MDS solution. It configures the distance among the wireless sensor nodes as a matrix, first according the hops of the anchor nodes and the actual distance between the anchor nodes to estimate the average distance per hop of the wireless sensor nodes. Then according the constructed hops matrix between the nodes, it calculates the distance between the nodes, finally obtains the relative coordinates to absolute coordinates of the wireless sensor nodes. Simulation results show that the algorithm in the error sets ensure the considerable accuracy of the MDS-MAP algorithm, while also reduces the running time of the algorithm significantly.

**[Key words]** MDS-MAP algorithm; Wireless Sensor Network (WSN); node positioning; centroid algorithm; anchor node; hop matrix

**DOI:** 10.3969/j.issn.1000-3428.2015.05.018

### 1 概述

无线传感器网络的定位即无线传感器节点利用自组织的网络对节点位置信息进行确定<sup>[1]</sup>, 主要是设定节点位置<sup>[2]</sup>, 包括自身的和外来的。作为无线传感器网络领域的一个重要方向, 定位技术同时属于非常关键的支撑技术, 其实践价值非常大<sup>[3-4]</sup>。现阶段, 其已经在诸多方面得到普及, 例如目标跟踪、地理导航等方面<sup>[5-6]</sup>。

基于多维定标 (Multi Dimensional Scaling, MDS) 技术的定位算法, 同样属于该领域的热点之

一。<sup>[7-8]</sup> MDS 技术能够在节点距离可测的条件下应用, 除此之外, 还能够在节点距离不可测的条件下应用<sup>[9-10]</sup>。现阶段, 距离自调整的 SA-MDS (Self-adjusting Distance MDS) 算法<sup>[11]</sup>主要通过 3 条途径估算节点的两跳距离, 在得到相同精度的定位条件下, 该算法的节点、锚节点数量都少于 MDS-MAP 算法<sup>[11-13]</sup>。基于上述算法的计算复杂性, 本文提出一种快速改进型 MDS-MAP 算法, 算法设计思路和基于路标点分解的 LMDS (Landmark MDS) 算法<sup>[10]</sup>基本一致, 其主要是基于传统 MDS-MAP 算法, 并且与质心算法进行有机结合, 经由改善以后得到的迭代

**作者简介:** 李海峰 (1982 - ), 男, 讲师、硕士, 主研方向: 无线传感器网络定位, 网络信息安全, 数据挖掘。

**收稿日期:** 2014-06-25    **修回日期:** 2014-10-01    **E-mail:** fenghailihai@163.com

定位算法,从而解决因 MDS 矩阵过于庞大而造成计算繁琐的问题。

## 2 本文方案

多维定标的本质主要是把相异性程度或分析对象自高维向低维空间转化,并且对低维中各点间距离进行拟合,利用这种方式获得每一个点的相对坐标,最后用判定协强系数对它的接近程度进行判定。MDS 算法可基于距离可测与不可测来对网络中各节点距离进行计算。

在 MDS 算法中,设  $\xi_{ij}$  为实体  $i$  和  $j$  两者之间的相异性,在此基础上,构成其相异性矩阵  $[\xi_{ij}]p = [\xi_{ij}]m \times m$   $X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T B = VAV^T$ ,通常情况下,主要通过欧氏距离描述;设  $i$  与  $j$  两者间具体的欧氏距离是  $d_{ij}$ 。其目标主要是通过每一个实体相互间欧氏距离构成相异性矩阵  $p = [\xi_{ij}]$ ,对它们在多维空间中的点坐标矩阵  $X_{n,m}$  进行重构,共有  $n$  个坐标点, $m$  维,使其满足其协强系数为最小,具体可通过式(1)描述:

$$STRESS = \min_{ij} [f(\xi_{ij}) - d_{ij}(X)] \quad (1)$$

在本文算法中,第 1 步是构建相异性矩阵  $p$ ,把  $p$  乘方,也就是  $p^2 = [d_{ij}^2]_{n \times m}$ ,这个式子里面  $d_{ij}$  指第  $i$  个和第  $j$  个节点的间距。第 2 步把  $P^2(X)$  双重中心化。在这里,对于矩阵的双重中心化,即把目标矩阵的各元素依次将其所在行/列的行/列均值减去。在此基础上,将矩阵元素的总体均值加上,然后乘  $-1/2$ ,即  $P^2(X)$  两边乘上中心矩阵  $J$ ,从而获得双重中心化后距离矩阵  $B$ 。 $J$  可以通过式(2)进行描述,而  $B$  具体可以通过式(3)进行描述:

$$J = I - e \times e^T/n \quad (2)$$

其中, $e$  指长度是  $m$  的单位向量; $I$  表示  $m \times m$  维的单位矩阵:

$$B = -\frac{1}{2}JP^2J \quad (3)$$

节点的坐标是  $X = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T$ , $B$  具体能够通过式(4)进行描述:

$$B = XX^T \quad (4)$$

所以,对  $B$  进行奇异值分解,就能够获得式(5):

$$B = Q\Lambda Q^T \quad (5)$$

其中, $\Lambda$  是对角矩阵(特征值构成); $Q$  指正交矩阵(特征值的特征向量构成),其列向量是特征向量。所以就能够得到最大的  $w$  个正特征值  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_w$  及其  $w$  个特征向量  $e_1, e_2, \dots, e_w$ ,其中, $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_w$  构成  $w$  维对角矩阵  $\Lambda$ , $e_1, e_2, \dots, e_w$  构成  $n \times w$  维矩阵  $Q$ ,按式(4)与式(5)就能够获得全部点的相对坐标,具体可通过式(6)表示:

$$X = Q \cdot \Lambda^{1/2} \quad (6)$$

例如二维空间中的 3 点,在坐标系中的矩阵是:

$$\begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \end{bmatrix}$$

$X = \begin{bmatrix} x_{31} \\ x_{22} \\ x_{32} \end{bmatrix}$ ,其中, $x_{11}, x_{21}, x_{31}$  依次是指第 3 个节点的横

$$x_{22}$$

$$\begin{bmatrix} x_{32} \end{bmatrix}$$

坐标, $x_{12}, x_{22}, x_{32}$  依次是指 3 个节点的纵坐标。

本文以  $P^2(X)$  来指代距离平方矩阵。在这种情况下, $P^2(X)$  就能够通过下式进行描述:

$$P^2(X) = \begin{bmatrix} 0 & d_{12}^2 & d_{13}^2 \\ d_{21}^2 & 0 & d_{23}^2 \\ d_{31}^2 & d_{32}^2 & 0 \end{bmatrix}$$

对其相互间的欧氏距离的平方,具体能够通过式(7)进行描述:

$$d_{ij}^2(X) = d_{ij}^2 = \sum_{a=1}^m (x_{ia} - x_{ja})^2 = \sum_{a=1}^m (x_{ia}^2 + x_{ja}^2 - 2x_{ia}x_{ja}) \quad (7)$$

由:

$$P^2(X) = \sum_{a=1}^2 x_{ia}^2 + \sum_{a=1}^2 x_{ja}^2 - 2 \sum_{a=1}^2 x_{ia}x_{ja} =$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{a=1}^2 x_{1a}^2 \\ \sum_{a=1}^2 x_{2a}^2 \\ \sum_{a=1}^2 x_{3a}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{a=1}^2 x_{1a}^2 \\ \sum_{a=1}^2 x_{2a}^2 \\ \sum_{a=1}^2 x_{3a}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{a=1}^2 x_{1a}^2 & \sum_{a=1}^2 x_{2a}^2 & \sum_{a=1}^2 x_{3a}^2 \end{bmatrix} -$$

$$2 \sum_{a=1}^2 x_a x_a^T = cI^T + Ic^T - 2 \sum_{a=1}^2 x_a x_a^T$$

可得:

$$P^2(X) = cI^T + Ic^T - 2 \sum_{a=1}^2 x_a x_a^T \quad (8)$$

与之相同,在  $m$  维空间之中则有:

$$P^2(X) = cI^T + Ic^T - 2 \sum_{a=1}^m x_a x_a^T = cI^T + Ic^T - 2XX^T \quad (9)$$

其中, $x_a$  表示矩阵  $X$  的第  $a$  列; $c$  指元素是  $\sum_{a=1}^m x_{ia}^2$  的列向量;向量  $I$  指元素均是 1 的列向量。

将式(9)双重中心化之后就可以得到下式:

$$-\frac{1}{2}JP^2J = -\frac{1}{2}(cI^T + Ic^T - 2XX^T)J = -\frac{1}{2}JcI^TJ - \frac{1}{2}JIc^TJ + \frac{1}{2}J(2XX^T)J \quad (10)$$

在  $m$  维空间中,利用坐标平移把  $n$  个点的第  $i$  维坐标之和置为 0,也就是使用 MDS 技术过程

中,可以提前假设全部点的质心坐标被平移到原点。设  $X$  的各列元素之和均是 0, 设  $B = XX^T$ 。

对式(9)能够加以转化:

$$-\frac{1}{2}JP^2J = -\frac{1}{2}JcI^TJ - \frac{1}{2}JIc^TJ + \frac{1}{2}J(2B)J \quad (11)$$

由于  $J = I - e \times e^T/n$ , 式(8)能够进行化简:

$$-\frac{1}{2}JP^2J = -\frac{1}{2}Jc0^T - \frac{1}{2}0c^TJ + JBJ = JBJ \quad (12)$$

$$JBJ = \frac{(nI - A)XX^T(nI - A)}{n^2} = \frac{(nIX - AX)(nX^TI - A)}{n^2} = \frac{(nX - AX)(nX - AX)^T}{n^2}$$

其中,  $A$  是元素均是 1 的  $n \times n$  方阵, 上面利用平移使矩阵  $X$  的所有列元素之和为 0, 那么则有:  $AX = 0$ , 式(6)能够进行简化, 得到式(13):

$$JBJ = \frac{(nX - 0)(nX - 0)^T}{n^2} = XX^T = B \quad (13)$$

### 3 算法步骤

应用于无线传感器网络中的基于多维定标的 MDS-MAP 算法, 按照相邻节点间的通信性信息, 能够在 Range-Based 与 Range-Free 条件下进行。该算法主要是探讨 Range-Free 下的定位算法改进与仿真。本文改进的 MDS-MAP 算法流程如图 1 所示。

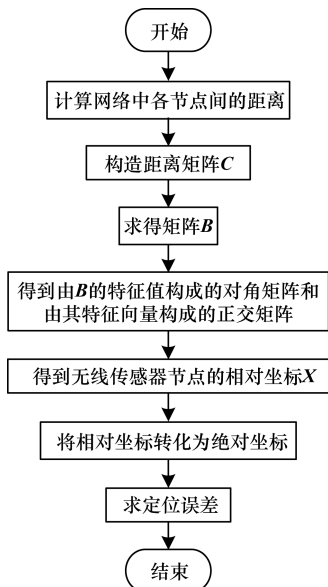


图1 快速改进型 MDS-MAP 算法流程

该算法的主要步骤如下:

(1) 对网络中各节点的距离进行计算。

(2) 按照最短路径算法对节点相互之间最短路径进行求解, 在此基础上, 得到每一个点相互之间的最短跳数距离。

(3) 按照锚节点间的跳数及其具体距离对平均每跳的距离进行估算, 接着按照每一个节点相互间构建的跳数矩阵, 对节点间的距离进行求解, 从而获得其距离矩阵  $C$ 。

计算锚节点平均每跳的距离具体可以通过式(14)进行:

$$HopSize = \sum |X_i - X_j| / \sum hop(i, j) \quad (14)$$

(4) 按照式(3), 矩阵双重中心化  $C$  之后获得  $B$ 。

(5) 对  $B$  进行奇异值分解, 依次获得由其特征值与特征向量构成的对角矩阵  $\Lambda$  与正交矩阵  $Q$ 。

(6) 按照式(6), 获得  $X$ , 即无线传感器节点的相对坐标。

(7) 把相对坐标转变成绝对坐标。

(8) 求解定位误差。

### 4 仿真分析

在正方形 (边长 50 m) 范围中, 随机抛洒节点 100 个, 设置锚节点 20 个。节点通信半径是 20 m。通过仿真实验得到图 2 ~ 图 5。图 2 中“o”是传感器节点未知节点位置; “\*”是网络节点锚节点位置。在图 3 中, “-”是节点间距离。图 4、图 5 中“o”是节点预估位置。

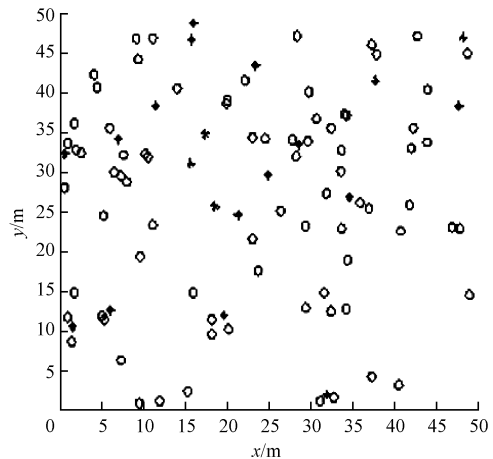


图2 初始节点分布

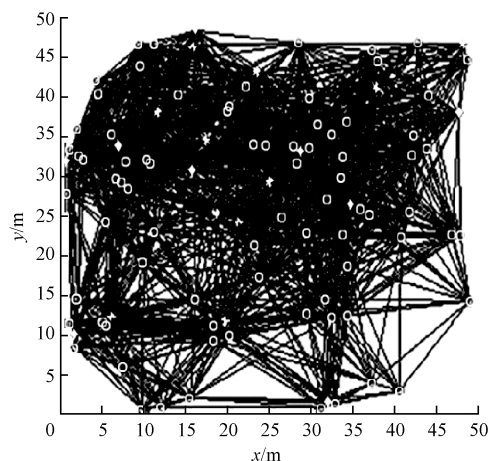


图3 邻居关系

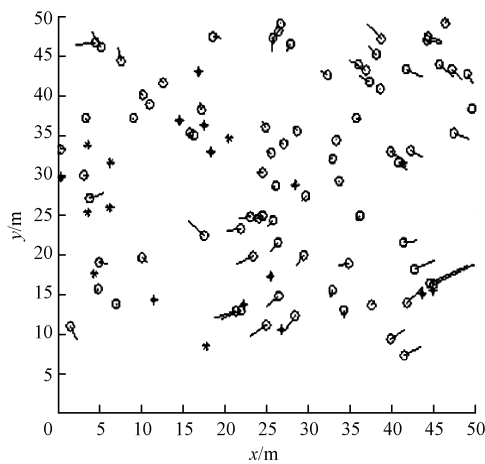


图4 算法改进前的定位误差

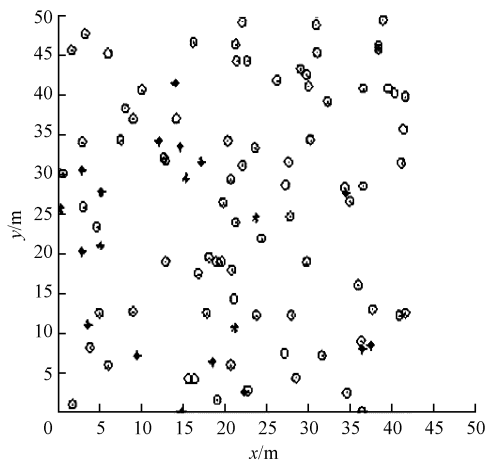


图5 算法改进后的定位误差

通过仿真实验可以看出,这一个定位算法使网络平均连通度为 35.6,邻居锚节点平均数是 7.92,平均定位误差是 0.005 1 m。在节点分布相同的条件下,对传感器的感知半径进行改变,定位误差也伴随其改变,具体见图 6。

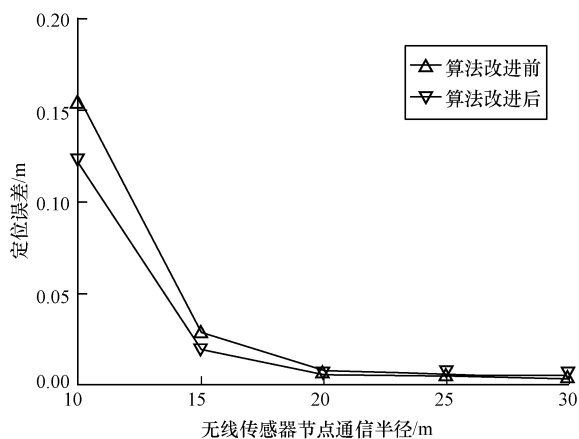


图6 通信半径对节点定位误差的影响

通过图 6 可以看出,伴随通信半径不断提高,定位误差不断降低。这是由于伴随通信半径的不断提高,在节点分布相同的条件下,无线传感器节点的覆盖区域同样不断增加,并且使邻居节点平均数与网

络的平均连通度同样不断增加的原因。

## 5 结束语

本文以非测距的 MDS-MAP 算法为基础,提出一种优化的 MDS-MAP 算法,构造节点间距离的矩阵,在此基础上,计算各节点间的最短跳数距离,按照锚节点间的跳数及具体距离对其平均每跳的距离进行估算,并根据节点间的跳数矩阵求解其间的距离,从而获得其相对和绝对坐标。定位精度和锚节点的数量关系为正相关,即锚节点的数量越多,定位精度越高;锚节点的数量越少,定位精度越低。从相对距离到绝对距离的计算过程误差在 0.001 m ~ 0.012 m 之间,平均误差为 0.005 1 m。仿真实验结果显示,该算法在设定的误差下具有非常理想的精度。进一步优化的方向为减少单个节点的定位误差,以提高单个节点的定位精度,进而提高整个网络的节点定位精度。

## 参考文献

- [1] Shang Y, Ruml W, Zhang Y, et al. Localization from Connectivity in Sensor Networks[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed System, 2004, 5(1): 961-974.
- [2] 冯爱丽, 乔钢柱, 曾建潮. 基于信标节点间距离的改进 RSSI 定位算法[J]. 太原科技大学学报, 2012, 33(1): 6-9.
- [3] Xu Jiuqiang, Liu Wei, Lang Fenggao, et al. Distance Measurement Model Based on RSSI in WSN [J]. Wireless Sensor Network, 2010, 22(2): 606-611.
- [4] 朱晓娟, 孟祥瑞. 基于加权质心的无线传感器网络移动节点定位算法[J]. 计算机工程与科学, 2011, 33(11): 15-19.
- [5] 邵丽鹏, 朱梅冬, 杨丹. 基于 ZigBee 的加权质心定位算法的仿真与实现[J]. 传感器技术学报, 2010, 23(1): 149-152.
- [6] 戴国华, 易灵芝, 王根卓. 一种新的基于 ZigBee 技术定位算法[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(4): 1105-1107.
- [7] Wang Xinwei, Yuan Shaoping, Laur R, et al. Dynamic Localization Based on Spatial Reasoning with RSSI in Wireless Sensor Networks for Transport Logistics [J]. Sensors and Actuators A: Physical, 2011, 17(1): 421-428.
- [8] 石为人, 贾传江, 梁焕焕. 一种改进的无线传感器网络 DV-Hop 定位算法[J]. 传感器技术学报, 2011, 24(1): 83-87.
- [9] 沈明玉, 张寅. 基于改进的平均跳距和估计距离的 DV-Hop 定位算法[J]. 计算机应用研究, 2011, 28(2): 648-650.
- [10] 周祖德, 胡鹏, 刘泉, 等. 一种基于 MDS 的无线传感器网络快速定位算法[J]. 传感技术学报, 2007, 20(10): 2303-2307.
- [11] 叶飞虎, 白光伟, 沈航. 无线传感器网络距离自调整的 MDS 定位算法[J]. 计算机科学, 2012, 39(5): 40-43.
- [12] 易平, 钟俊, 石家骏. 无线传感器网络中基于 MDS 的迭代定位算法优化[J]. 传感器与微系统, 2010, 29(12): 48-50.
- [13] Shang Y, Ruml W, Zhang Y, et al. Localization from Mere Connectivity [C]//Proceedings of ACM MobiHoc '03. New York, USA: ACM Press, 2003: 201-212.