

基于无约束空间中邻域信息的序列分类方法

王行甫, 汪宇琪

(中国科学技术大学计算机科学与技术学院, 合肥 230027)

摘 要: 为达到更好的分类效果, 提出一种基于邻域相似则序列相似猜想的序列分类方法, 将样本序列所定义的有约束隐马尔可夫模型(HMM)空间转换到无约束 HMM 空间, 在标准 HMM 处提取邻域信息, 并将所有邻域信息导入到 SVM 中进行分类。实验结果表明, 与其他经典序列分类方法相比, 该方法能较大程度地提高分类效果及速度, 同时也验证了最初猜想的正确性。

关键词: 序列分类; 无约束空间; 邻域信息; 隐马尔可夫模型; 支持向量机

中文引用格式: 王行甫, 汪宇琪. 基于无约束空间中邻域信息的序列分类方法[J]. 计算机工程, 2016, 42(1): 311-315.

英文引用格式: Wang Xingfu, Wang Yuqi. Sequence Classification Method Based on Neighborhood Information in Unconstrained Space[J]. Computer Engineering, 2016, 42(1): 311-315.

Sequence Classification Method Based on Neighborhood Information in Unconstrained Space

WANG Xingfu, WANG Yuqi

(School of Computer Science and Technology, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

【Abstract】 A sequence classification methodology is proposed based on a conjecture that neighborhood's similarity results in sequence's similarity. The constrained Hidden Markov Model(HMM) space defined by sample is transformed to unconstrained HMM space. The neighborhood information is extracted at the standard HMM, and is imported to the SVM. Experimental results show that compared with other classical sequence classification methods, the proposed methodology can indeed greatly improve accuracy or speed. Meanwhile, the results also validate the original conjecture.

【Key words】 sequence classification; unconstrained space; neighborhood information; Hidden Markov Model(HMM); Support Vector Machine(SVM)

DOI:10.3969/j.issn.1000-3428.2016.01.055

1 概述

现实生活中的原始样本本质上都是变长的序列, 因为数据总是会在时空维度上有所伸展。而且相对于序列中的绝对位置信息, 人类往往对于相对位置信息更加敏感, 在这些序列分类问题中, 要求分类器能忽略掉绝对位置信息, 而只保留相对位置信息, 即要求分类器具有对于样本的时空伸缩不变性^[1]。但是, 判别模型不具有时空伸缩不变性且只能对等长样本分类。而生成模型却能建模样本的生成过程, 因此能自然地克服上述缺点, 但是其决策边界较简单导致分类能力较弱^[2]。近年来, 研究者关注于如何将生成和判别模型结合在一起进行分类, 以期达到更好的分类效果^[2-3]。

在传统的基于隐马尔可夫模型(Hidden Markov Model, HMM)的序列分类方法中, 首先训练出每个类别的 HMM 以导出类条件概率, 然后直接导入贝叶斯分类器进行分类。为了进一步提高分类效果, 研究者往往将贝叶斯分类器替换为支持向量机(Support Vector Machine, SVM)进行更复杂的分类。为了充分利用 SVM 的强分类能力, 需要从 HMM 中提取更多有用信息, 而不仅仅是 HMM 所输出的类条件概率。本文提出一种基于无约束 HMM 空间中邻域信息的序列分类方法。

2 HMM 的参数结构

由 λ 所确定的 HMM 建模了序列 v 的概率分布:

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61472382, 61272472, 61232018); 国家科技重大专项基金资助项目(2012ZX10004-301-609)。

作者简介: 王行甫(1964-), 男, 副教授, 主研方向为传感器网络、机器学习; 汪宇琪, 硕士研究生。

收稿日期: 2015-01-04 **修回日期:** 2015-03-02 **E-mail:** wang17cs@163.com

$$P(v|\lambda) = \sum_h \prod_{t=1}^T P(h_t|h_{t-1})P(v_t|h_t)$$

为了简明公式,记 $P(h_1|h_0) = P(h_1)$ 。

另外,对于离散 HMM 有如下约定。

隐变量序列: $h = \langle h_1, h_2, \dots, h_T \rangle$;

隐符号集合: $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$;

显变量序列: $v = \langle v_1, v_2, \dots, v_T \rangle$;

显符号集合: $O = \{O_1, O_2, \dots, O_M\}$;

转移参数矩阵: $\tau = \{\tau_{ij}\}, \tau_{ij} = \tau_{j|i} = P(h_t = S_j | h_{t-1} = S_i)$;

发射参数矩阵: $\varepsilon = \{\varepsilon_{ij}\}, \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{j|i} = P(v_t = O_j | h_t = S_i)$;

初始状态参数向量: $\pi = \{\pi_i\}, \pi_i = P(h_1 = S_i)$;

参数空间/HMM 空间: $\lambda = (\tau, \varepsilon, \pi)$ 。

因此,一个特定的 HMM 可由其参数 λ 完全确定,从而由 λ 所表示的空间可视为 HMM 的空间。

3 基于 HMM 的序列分类方法

3.1 核函数 SVM 的导出

该方法首先利用 HMM 定义出 2 个序列之间的距离,然后由此导出一个核函数,最后将其导入到 SVM 中分类。目前,主要有以下核函数:费舍尔核^[2],概率乘积核^[4],中间匹配核^[5]等。其中最经典是费舍尔核: $K(v_i, v_j) = U_{v_i}^T I^{-1} U_{v_j}$ 。其中, $U_v = \nabla_\lambda \log P(v|\lambda)$ 是费舍尔得分; $I = E_v[U_v U_v^T]$ 是费舍尔信息矩阵。

在实践中, I^{-1} 的计算复杂度很高,近似为单位矩阵^[2]。另外,由于存在相互约束的参数,也无法直接计算 U_v ,因此通常采用有限差分法^[2]或特殊符号法^[6]进行近似计算。其中,有限差分法即是用每个参数的差商逼近该参数导数的数值近似方法,即:

$$U_v \simeq [\log P(v|\lambda + \Delta\lambda) - \log P(v|\lambda)] / \Delta\lambda$$

3.2 特征函数 SVM 的导出

该方法首先利用 HMM 将变长序列映射为等长特征,然后导入到 SVM 中分类。该方法本质是一种从 HMM 中提取特征的方法,本文方法属于此类。目前,主要有以下特征函数:HMM 诱导空间^[7],基于 HMM 的特征表示^[8]。其中,最近提出的是基于 HMM 的特征表示。它首先对每个样本都训练出一个 HMM,然后将任意序列映射为等长特征,映射函数如下:

$$F(v) = (P(v|\lambda_1), P(v|\lambda_2), \dots, P(v|\lambda_L))$$

其中, L 为训练集的大小; λ_i 为第 i 个样本训练出的 HMM。

虽然这种方法将样本扩展到很高的 L 维,似乎提取出了充分的信息,但是实际效果并不理想^[8]。另外,它对每个样本都会训练一次 HMM 和求 L 次

边缘概率,其计算量也是巨大的。

4 基于无约束空间中邻域信息的分类方法

4.1 设计思想

如果 2 个序列 $v_1 v_2$ 完全相同,则不仅在 λ 处的似然值相同,而且在 λ 邻域处的似然值也完全相同。反之,若仅知道在 λ 处的似然值相同,则 $v_1 v_2$ 相同的概率会很小,但若还知道在 λ 邻域处的似然值也完全相同,则 $v_1 v_2$ 相同的概率就会变得比较大,而且至少在 λ 所确定的 HMM 下, $v_1 v_2$ 具有相似的生成过程。即有邻域相似则序列相似的猜想:

$$\begin{aligned} P(v_1|\lambda) &= P(v_2|\lambda) \wedge P(v_1|\lambda + \Delta\lambda) \\ &= P(v_2|\lambda + \Delta\lambda) \Rightarrow v_1 \stackrel{P(v|\lambda)}{\approx} v_2, \|\Delta\lambda\| < \delta \end{aligned}$$

因此若不仅用 HMM 空间中,在 λ 处的信息 $P(v|\lambda)$ 进行分类,而且也加入 λ 邻域处的信息 $P(v|\lambda + \Delta\lambda)$ 进行分类,则目标样本 v 就更有可能被划分到与之相似的样本所对应的类别中,这样就能提高分类效果。因此,本文设计了采用如下特征提取方法:

$$F(v) = \begin{pmatrix} P(v|\lambda_+^*), P(v|\lambda_-^*), \\ P(v|\lambda_+^* + \Delta\lambda), P(v|\lambda_-^* + \Delta\lambda) \end{pmatrix}$$

$$\|\Delta\lambda\| < \delta$$

其中, $\lambda_+^*, (\lambda_-^*)$ 为用正类(负类)样本基于最大似然准则训练出的 HMM,即正类的标准序列所定义的 HMM。

4.2 导数邻域信息

4.2.1 基于无约束空间的求导方法

在函数逼近论中,往往使用泰勒公式逼近函数在某点处的邻域。因此,函数在某点处的各阶导数值可以概括出该点处的邻域信息。这就是提出导数邻域信息(Derivative Neighborhood Information, DNI)的动机和理论基础。本文中的 DNI 仅使用一阶导数信息,因此该求导问题可以形式化为:序列 v 所定义的 HMM 空间为 $f_v(\lambda)P(v|\lambda)$ 且有如下约束,求 $\nabla_\lambda f_v(\lambda)$:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \tau_{ij} &= 1, i \in [1, N] \\ \sum_{j=1}^M \varepsilon_{ij} &= 1, i \in [1, N]; \sum_{i=1}^N \pi_i = 1 \end{aligned}$$

由于变量之间相互约束,因此在对一个变量求偏导时不能把其他变量都固定住。这种情况下,偏导数的几何意义和数值依赖于将哪些变量定义为因变量,哪些变量定义为自变量,而这需要根据具体问题定义^[9]。但是,在目前问题中,每个约束中的变量都是对称的,没有理由将其中一个当作因变量,而其他仍视为自变量。为了解决该约束空间中的求导问题,本文提出一种基于无约束空间的求导方法。具

体的,引入无约束 HMM 空间 $\bar{\lambda} = (\bar{\tau}, \bar{\varepsilon}, \bar{\pi})$ 如下:

无约束转移参数矩阵:

$$\begin{aligned}\bar{\tau} &= \{\bar{\tau}_{ij}\} \\ \frac{\bar{\tau}_{ij}}{\sum_{j=1}^N \bar{\tau}_{ij}} &= \tau_{ij} = P(h_t = S_j | h_{t-1} = S_i) \\ &= \frac{\tau_{S_j, S_i}}{\sum_{j=1}^N \tau_{S_j, S_i}} = \tau_{S_j | S_i}\end{aligned}$$

无约束发射参数矩阵:

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon} &= \{\bar{\varepsilon}_{ij}\} \\ \frac{\bar{\varepsilon}_{ij}}{\sum_{j=1}^M \bar{\varepsilon}_{ij}} \varepsilon_{ij} &= P(v_t = O_j | h_t = S_i) \\ &= \frac{\varepsilon_{O_j, S_i}}{\sum_{j=1}^M \varepsilon_{O_j, S_i}} = \varepsilon_{O_j | S_i}\end{aligned}$$

无约束初始状态参数向量:

$$\begin{aligned}\bar{\pi} &= \{\bar{\pi}_i\} \\ \frac{\bar{\pi}_i}{\sum_{i=1}^N \bar{\pi}_i} &= \pi_i = P(h_1 = S_i) = \frac{\bar{\pi}_{S_i}}{\sum_{i=1}^N \bar{\pi}_{S_i}} = \pi_{S_i}\end{aligned}$$

因此,一个特定的 HMM 可由无约束参数 $\bar{\lambda}$ 完全确定,从而由无约束参数 $\bar{\lambda}$ 所表示的空间可视为 HMM 的无约束空间。这样原问题就变为:样本序列 v 所定义的无约束 HMM 空间为 $f_v(\bar{\lambda}) = P(v | \bar{\lambda})$, 求 $\nabla_{\bar{\lambda}} f_v(\bar{\lambda})$ 。

在 \ln 空间中求导得到的结果如下:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \ln f_v(\bar{\lambda})}{\partial \varepsilon_{i,j}} &= \frac{1}{\varepsilon_{O_j, S_i}} \\ &\cdot \sum_{t=1}^T \{P(h_t = S_i | v, \bar{\lambda}) [\mathbb{I}[v_t = O_j] - \varepsilon_{O_j | S_i}]\} \\ \frac{\partial \ln f_v(\bar{\lambda})}{\partial \tau_{i,j}} &= \frac{1}{\tau_{S_j, S_i}} \sum_{t=2}^T \left\{ P(h_t = S_j, h_{t-1} = S_i | v, \bar{\lambda}) \right. \\ &\quad \left. - \tau_{S_j | S_i} P(h_{t-1} = S_i | v, \bar{\lambda}) \right\} \\ \frac{\partial \ln f_v(\bar{\lambda})}{\partial \pi_i} &= \frac{1}{\pi_{S_i}} \{P(h_1 = S_i | v, \bar{\lambda}) - \pi_{S_i}\}\end{aligned}$$

其中, $\mathbb{I}[\cdot]$ 是 Iverson Bracket, 定义如下:

$$\mathbb{I}[P] = \begin{cases} 1 & P \text{ 为真} \\ 0 & P \text{ 为假} \end{cases}$$

另外,在上述公式中仍需要求解 2 种边缘概率,即单隐变量的边缘概率和相邻 2 个隐变量的边缘概率。前者可以直接采用前向后向算法^[10]得到,而后者只需要再进行一些变形即可。计算结果如下:

$$\begin{aligned}P(v) &= \sum_{i=1}^N \alpha_i(i) \beta_i(i) \\ P(h_t = S_i | v) &= \alpha_t(i) \beta_t(i) / P(v) \\ P(h_t = S_j, h_{t-1} = S_i | v, \bar{\lambda}) \\ &= \alpha_{t-1}(i) \beta_t(j) \varepsilon_{v_t | S_j} \tau_{S_j | S_i} / P(v)\end{aligned}$$

其中, α, β 分别是前向和后向变量。

最后,在实践中,由于计算机表示精度的限制,对 α, β 的计算往往产生溢出,因此需要采用尺度修整^[10]后的 $\hat{\alpha}, \hat{\beta}$ 。尺度修整的结果如下:

$$\begin{aligned}\ln P(v) &= - \sum_{t=1}^T \ln c_t \\ P(h_t = S_i | v) &= \hat{\alpha}_t(i) \hat{\beta}_t(i) \\ P(h_t = S_j, h_{t-1} = S_i | v) \\ &= \hat{\alpha}_{t-1}(i) \hat{\beta}_t(j) \varepsilon_{v_t | S_j} \tau_{S_j | S_i} c_t\end{aligned}$$

其中, c 为尺度系数。

4.2.2 时间复杂度分析

本文提出的解析方法只需要执行一次前向后向算法就可以求得所有参数的导数,而在传统的有限差分法中,每求一个参数的导数都要执行以一次前向后向算法。具体的,设 HMM 总的参数个数为 $P = N + N^2 + NM$, 则有:前向后向算法的时间复杂度为 $O(TN^2)$; 有限差分法的时间复杂度为 $O(PTN^2)$; 基于无约束空间的求导方法的时间复杂度为 $O(TN^2 + (TN + TN^2) + TP)$ 。因此,本文方法相对于传统的方法大约提高了 $O(N^2)$ 倍的速度。

4.3 频域邻域信息

为了能捕获到邻域在频域方面的信息,频域邻域信息 (Frequency-domain Neighborhood Information, FNI) 使用傅里叶级数逼近目标函数在目标点邻域处的值。由于难以求得解析解,因此这里使用采样方法进行近似。首先为了解除变量间的约束,仍需要在无约束 HMM 空间 $P(v | \bar{\lambda})$ 中进行采样,即先在 $\bar{\lambda}^*$ 周围的各个维度里进行采样,然后用离散傅里叶变换将这些采样点转化为频率域中各种频率的幅值,最后用这些频率域的幅值近似表示原 HMM 空间 $P(v | \bar{\lambda})$ 在 $\bar{\lambda}^*$ 处的邻域信息,即:

$$\| DFT([F(0), F(1), \dots, F(K-1)]) \| \xrightarrow{\text{approx}} P(v | \bar{\lambda}^* + \Delta \bar{\lambda}), \|\Delta \bar{\lambda}\| < \delta$$

其中, $F(k) = P(v | \bar{\lambda}^* + k * \Delta \bar{\lambda})$; K 为采样数。

4.4 伪代码描述

以基于 DNI 的分类进行描述,基于 FNI 的分类方法可以简单类推出来^[11]。

4.4.1 DNI 特征提取方法

输入 原始样本集: set; 正/负类 HMM: pos_hmm/neg_hmm

输出 DNI 特征集 fea

```
ExDNIFea(set, pos_hmm, neg_hmm)
//提取每个样本的 DNI 作为该样本的特征
fea = {};
for vseq in set
//求  $\nabla_{\lambda} \ln P(v|\lambda)|_{\lambda^*}$  和  $\ln P(v|\lambda^*)$ 
[ pos_val, pos_dev ] = DNI(vseq, pos_hmm);
[ neg_val, neg_dev ] = DNI(vseq, neg_hmm);
fea = fea  $\cup$  { ( pos_val, pos_dev, neg_val, neg_dev ) };
endfor
return fea;
```

4.4.2 基于 DNI 的序列分类算法

输入 正/负类训练集: pos_trset/neg_trset; 测试集: tset

输出 测试集预测类标签: pred_tset

```
PredBasedOnDNI( pos_trset, neg_trset, tset)
//使用正/负类训练集训练得到正/负类 HMM
pos_hmm = TrainHMM( pos_trset );
neg_hmm = TrainHMM( neg_trset );
//提取样本集的 DNI 特征
pos_trfea = ExDNIFea( pos_trset, pos_hmm, neg_hmm );
neg_trfea = ExDNIFea( neg_trset, pos_hmm, neg_hmm );
testfea = ExtractDNIFea( tset, pos_hmm, neg_hmm );
//使用样本特征训练得到 SVM
svm = TrainSVM( pos_trfea, neg_trfea );
//使用 SVM 预测测试集的类标签
pred_tset = Predict( svm, testfea );
return pred_tset;
```

5 实验结果及分析

实验分为 2 个部分,第 1 部分验证基于无约束空间的求导方法的正确性和效率。该实验首先随机生成了一个具有 50 个隐符号和 50 个显符号的 HMM,记为 λ^* 。然后从此 HMM 中采样得到一个长度为 100 的样本序列,记为 v 。最后,使用有限差分法和本文提出的方法分别计算 $\nabla_{\lambda} P(v|\lambda)|_{\lambda^*}$ 。结果发现,两者求得的导数向量距离为 5.834 4,因此每个导数的平均差异为 0.001 2。另外,本文求导方法耗时为 0.60 s,有限差分法耗时为 88.23 s,前者大约是后者速度的 147 倍。上述实验验证了本文求导方法的正确性和高效性。

实验的第 2 部分测试了整个基于邻域信息的序列分类方法的分类效果。该实验数据使用 HS³D 中的 exons 和 introns 数据集。其中,每个样本都是一条由 ATCG 等字符组成的变长字符串(长度从几十到几万不等),同时每个样本也都具有一个类标签 exons 或 introns,表示该样本属于外显子(正类)还是内含子(负类)。分类任务就是根据基因序列预测出它所属的类别。

随机地从原始数据集中提取出 275 个外显子和

275 个内含子作为实验数据集。接下来将实验数据集按 6:2:2 的比例分成 3 份,并保证每一份中外显子与内含子的占比相同。其中,第 1 份作为训练集;第 2 份作为验证集用于超参数选择;第 3 份作为测试集。

每种序列分类方法均使用相同的 HMM 的配置。其中,隐符号个数 $N=5$;显符号个数 $M=4$ 。实验中主要使用的 Matlab 的工具函数有:hmmtrain 用于训练 HMM,hmmdecode 用于执行前向后向算法,fitcsvm 用于训练 SVM,predict 用于基于 SVM 的分类。在 FNI 中,采样数 K 设置为 8, $\Delta\lambda$ 设置为 0.2。另外,不是由 HMM 导出的核函数的 SVM 均使用高斯核函数。

实验首先在验证集上对各种方法中的 SVM 进行超参选择。由于篇幅有限,这里仅列出本文方法的超参选择图,如图 1、图 2 所示,其中灰度的深浅表示分类误差的大小;sigma 为高斯核函数的尺度参数;cost 为正则项的系数。

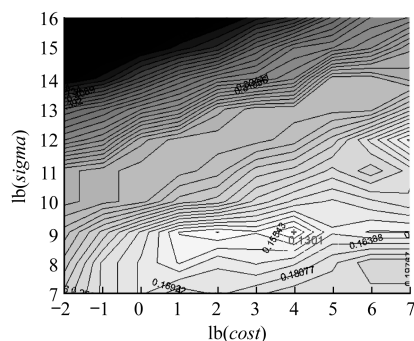


图 1 DNI-SVM 在验证集上的超参选择图

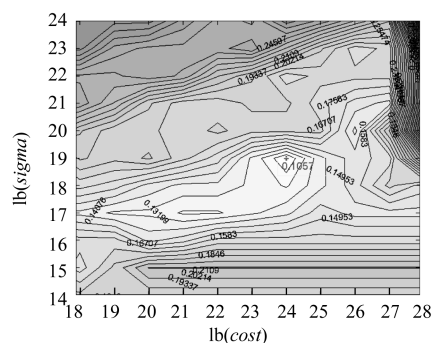


图 2 FNI-SVM 在验证集上的超参选择图

实验然后在测试集上对各种方法进行测试,结果如表 1 所示。另外,在 MMK^[12] 中也有些测试结果。从表中可以看出本文方法的分类错误率要明显低于其他方法,同时这也验证了最初的猜想。另外,注意到不用邻域信息相当于不对邻域采样,DNI 相当于对每个维度的邻域采样 1 个点,而 FNI 对每个维度的邻域采样 8 个点。这说明从 HMM 中提取越多的有用信息,并使用越强大的判别模型,分类错

误率就会越小。

表 1 测试集上各种分类方法的分类错误率

分类方法	分类错误率
基于类条件概率的贝叶斯分类器	0.263 6
基于类条件概率的 SVM	0.251 8
基于 HMM 的特征表示	0.158 1
基于费舍尔核的 SVM	0.146 3
基于 DNI 的 SVM	0.133 3
基于 FNI 的 SVM	0.113 6

6 结束语

基于邻域相似则序列相似的猜想,本文提出一种基于无约束空间中邻域信息的序列分类方法。该方法能将原本具有变化结构的样本导入到判别模型中进行复杂的分类,并且不丢失样本的内部结构信息。实验结果表明,该方法相对于其他分类方法,具有分类效果或速度上的绝对优势,验证了猜想的正确性以及基于猜想设计的 2 种邻域信息的有效性。在今后工作中,一方面需要在理论上研究邻域信息与序列信息的对应关系,以此设计出其他邻域信息;另一方面需要研究高阶求导和频域变换的高效求解算法。

参考文献

- [1] Bishop C M. Pattern Recognition and Machine Learning[M]. Berlin, Germany: Springer, 2007.
- [2] Jaakkola T, Haussler D. Exploiting Generative Models in Discriminative Classifiers[C]//Proceedings of Conference on Advances in Neural Information Processing Systems. Berlin, Germany: Springer, 1999: 487-493.
- [3] Lasserre J A, Bishop C M, Minka T P. Principled Hybrids

of Generative and Discriminative Models[C]//Proceedings of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2006: 87-94.

- [4] Jebara T, Kondor R, Howard A. Probability Product Kernels[J]. Journal of Machine Learning Research, 2004, 5: 819-844.
- [5] Dileep A D, Sekhar C C. HMM Based Intermediate Matching Kernel for Classification of Sequential Patterns of Speech Using Support Vector Machines[J]. IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, 2013, 21(12): 2570-2582.
- [6] Saunders C, Vinokourov A, Shawe-Taylor J S. String Kernels, Fisher Kernels and Finite State Automata[C]//Proceedings of Advances in Neural Information Processing Systems. Berlin, Germany: Springer, 2002: 633-640.
- [7] Bicego M, Pekalska E, Tax D M J, et al. Component-based Discriminative Classification for Hidden Markov Models[J]. Pattern Recognition, 2009, 42(11): 2637-2648.
- [8] Collazos-Huertas D F, Giraldo-Forero A F, Cárdenas-Peña D, et al. Functional Protein Prediction Using HMM Based Feature Representation and Relevance Analysis[M]. Berlin, Germany: Springer, 2014.
- [9] Hass J, Weir M D, Giordano F R. Thomas Calculus: Early Transcendentals[M]. [S. l.]: Addison-Wesley, 2014.
- [10] Rabiner L. A Tutorial on Hidden Markov Models and Selected Applications in Speech Recognition[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(2): 257-286.
- [11] 罗年洁, 吕 钊. 一种混合的领域概念分类体系自动构建算法[J]. 计算机工程, 2014, 40(12): 57-62, 67.
- [12] Mehta N A, Gray A G. Generative and Latent Mean Map Kernels[Z]. 2010.

编辑 顾逸斐

(上接第 310 页)

- [5] Sun Chunghsun. T-S Fuzzy Model-based Switched Control for Two-wheeled Mobile Robot[J]. ICIC Express Letters, 2014, 8(3): 753-758.
- [6] 李红伟. 单级倒立摆的简化模糊控制及仿真研究[J]. 控制工程, 2010, 17(6): 769-773.
- [7] 郑海平, 钟晨星, 吴利平, 等. 基于增益调度型参数自调整的倒立摆模糊控制[J]. 华中科技大学学报: 自然科学版, 2013, 41(1): 5-8.
- [8] 项浚伍, 陈元春, 刘新铭. 基于模糊神经网络的倒立摆控制系统[J]. 计算机应用与软件, 2006, 23(10): 68-70.
- [9] Tsai Ching-Chih, Huang Hsu-Chih, Lin Shui-Chun. Adaptive Neural Network Control of a Self-balancing Two-wheeled Scooter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010, 57(1): 1420-1428.

- [10] 李 众, 李晓菁. 基于 ARM 的搬运机器人云模型控制器设计[J]. 科学技术与工程, 2012, 12(27): 7094-7098.
- [11] 卢秀和, 关洪亮, 郭志伟, 等. 模糊变结构控制的旋转倒立摆系统设计[J]. 微计算机信息, 2007, 23(12): 60-62.
- [12] Mija S J, Thomas S. Design of Optimal Discrete Sliding Mode Controllers[J]. Control and Intelligent Systems, 2012, 40(2): 119-124.
- [13] 刘学超. 两轮自平衡小车的设计与变结构控制研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2008.
- [14] 李 洋. 基于 LQR 算法两轮自平衡小车的系统设计与研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2011.
- [15] 茹斐斐. 双闭环控制方法在两轮自平衡小车中的应用研究[D]. 开封: 河南大学, 2013.

编辑 顾逸斐