

强跟踪修正 SRCKF 算法在单站无源跟踪中的应用

张卓然, 叶广强, 赵晓林

(空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038)

摘 要: 为提升平方根容积卡尔曼滤波 (SRCKF) 算法在单站无源跟踪中对机动目标的跟踪性能, 提出一种强跟踪修正 SRCKF 算法。利用标准卡尔曼滤波对状态变量及误差协方差矩阵平方根进行预测, 替代原有的容积点加权求和的近似计算方法。使用一次状态估计值构造新的测量方程, 并结合标准卡尔曼滤波进行二次滤波估计, 从而提高滤波精度。借鉴强跟踪滤波器思想, 将时变渐消因子引入状态预测误差协方差阵的平方根中, 实时调整增益矩阵, 从而使算法具有自适应跟踪目标能力, 增强其应对突变机动的鲁棒性。仿真结果表明, 与 SRCKF 算法相比, 该算法在常规机动以及突变机动下都具有更高的跟踪精度。

关键词: 单站无源跟踪; 强跟踪滤波器; 平方根容积卡尔曼滤波; 状态估计; 渐消因子

中文引用格式: 张卓然, 叶广强, 赵晓林. 强跟踪修正 SRCKF 算法在单站无源跟踪中的应用[J]. 计算机工程, 2016, 42(7): 315-321.

英文引用格式: Zhang Zhuoran, Ye Guangqiang, Zhao Xiaolin. Application of Strong Tracking Modified SRCKF Algorithm in Single Observer Passive Tracking[J]. Computer Engineering, 2016, 42(7): 315-321.

Application of Strong Tracking Modified SRCKF Algorithm in Single Observer Passive Tracking

ZHANG Zhuoran, YE Guangqiang, ZHAO Xiaolin

(College of Aeronautics and Astronautics Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

【Abstract】 In order to improve the performance of Square Root Cubature Kalman Filtering (STSRCKF) algorithm to track maneuvering target in single observer passive tracking, a Strong Tracking Modified SRCKF (ST-MSRCKF) algorithm is presented. Target state variables and the square root of error covariance matrix are predicted by standard Kalman filtering replacing the method of approximate calculation with weighted sum of Cubature point. A new measurement equation is established with the first estimate value of state and the target state is estimated secondly by standard Kalman filtering, thus improving the filtering accuracy. Meanwhile, with reference to the Strong Tracking Filter (STF), by adjusting the gain matrix in real-time with introducing a time-varying fading factor into the square root of the error covariance matrix, the ST-MSRCKF has the capability of adaptive target tracking and its robustness to deal with sudden change maneuver is enhanced. Simulation results show that this algorithm has higher tracking accuracy than SRCKF algorithm in case of normal maneuver and sudden change maneuver.

【Key words】 single observer passive tracking; Strong Tracking Filter (STF); Square Root Cubature Kalman Filtering (SRCKF); state estimation; fading factor

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2016.07.053

1 概述

单站无源跟踪技术无需考虑多站跟踪中时间同步以及信息融合等复杂问题, 具有机动性强、隐蔽性好的优势^[1], 成为现代电子战的研究热点。目标跟踪的实质是一个非线性滤波过程。解决非线性滤波的

传统方法是扩展卡尔曼滤波 (Extend Kalman Filtering, EKF) 及其衍生的各修正算法, 但此类算法在非线性的程度较高时, 容易存在较大的线性化误差, 从而导致协方差矩阵易出现病态, 引起滤波发散^[2]。文献[3]提出了一种基于无迹变换的卡尔曼滤波 (Unscented Kalman Filtering, UKF) 算法, 该算法通过

基金项目: 国家部委基金资助项目。

作者简介: 张卓然 (1990 -), 男, 硕士研究生, 主研方向为单站无源定位与跟踪; 叶广强, 副教授、硕士; 赵晓林, 讲师、博士。

收稿日期: 2015-06-23 **修回日期:** 2015-07-21 **E-mail:** zhuoran1009@163.com

选择一组确定性加权采样点,更好地近似状态变量经过非线性变换后的均值以及协方差,避免了求微分造成的线性化误差,计算精度至少达到二阶 Taylor 展开。然而由于无迹变换对协方差估计不足,使得滤波收敛速度较慢,且该算法在处理高维系统时,会存在“维数灾难”问题^[4-5]。文献[6]提出一种容积卡尔曼滤波(Cubature Kalman Filtering, CKF)算法。该算法利用 Spherical-Radial 准则来近似估计贝叶斯滤波中的概率积分,进一步优化 UKF 算法中采样点选取方法以及权重分配策略,解决了高维系统下 UKF 算法滤波效果不好的问题^[7]。但与 UKF 算法相似的是,CKF 在滤波过程中同样需要对误差协方差进行矩阵分解和求逆,这就要求误差协方差矩阵需有严格的对称性和正定性,而这一条件在实际工程应用中往往难以满足,从而影响算法的稳定性^[8-9]。因此,文献[10]提出平方根容积卡尔曼滤波(Square Root Cubature Kalman Filtering, SRCKF)算法,该算法通过 QR 分解来回避直接对协方差矩阵的开方运算,确保了协方差矩阵的对称性和正定型,提高了滤波器的稳定性和精度。然而,目标跟踪中的状态方程大多是线性化方程,SRCKF 算法利用容积点加权近似计算会带来一定的近似误差,且由于无源跟踪只能依靠自身传感器被动地接收来自目标辐射源的信息,因此一些测量参数(如角度、角速度、多普勒频率等)的测量精度并不高^[11],这也直接制约了 SRCKF 算法的跟踪精度。此外还需全面考虑目标的机动情况,如文献[12]虽将 SRCKF 算法应用到目标跟踪中且取得了较好的跟踪效果,但并没有考虑到目标在运动过程中可能出现突发性强机动状况,而突发机动往往会导致跟踪算法滤波恶化甚至发散^[13-14]。

针对上述问题,本文提出一种强跟踪修正 SRCKF 算法(ST-MSRCKF),该算法先利用线性卡尔曼滤波描述 SRCKF 算法中的状态及误差协方差矩阵平方根的预测,将其一次滤波估计值视作观测值并设计新的线性观测方程,再利用标准卡尔曼滤波对系统状态进行二次滤波估计。同时,借鉴强跟踪滤波器(Strong Tracking Filter, STF)^[15]的思想,推导出一种新的求取渐消因子的方法,并将其引入到一次滤波估计的状态预测误差协方差矩阵的平方根中,在线调整增益矩阵,输出残差序列相互正交,解决系统在发生突变机动时跟踪效果差的问题。

2 跟踪模型的建立

考虑二维平面的目标跟踪,以观测站 O 为原点建立相对坐标系,定义 k 时刻观测站位置为 x_{Ok}, y_{Ok} ,速度 v_{Ok} 在 x, y 轴的分量为 $\dot{x}_{Ok}, \dot{y}_{Ok}$,相应的加速度为 $\ddot{x}_{Ok}, \ddot{y}_{Ok}$,则有 k 时刻观测站的状态矢量为 $\mathbf{X}_{Ok} = [x_{Ok} \ \dot{x}_{Ok} \ \ddot{x}_{Ok} \ y_{Ok} \ \dot{y}_{Ok} \ \ddot{y}_{Ok}]^T$,同理,目标的状态矢量

为 $\mathbf{X}_{Tk} = [x_{Tk} \ \dot{x}_{Tk} \ \ddot{x}_{Tk} \ y_{Tk} \ \dot{y}_{Tk} \ \ddot{y}_{Tk}]^T$ 。则目标相对于观测站的运动状态为 $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{Tk} - \mathbf{X}_{Ok} = [x_k \ \dot{x}_k \ \ddot{x}_k \ y_k \ \dot{y}_k \ \ddot{y}_k]^T$ 。

2.1 测量模型的建立

基于空频域信息的单站无源跟踪,充分利用了目标与观测站间因相对运动而产生的切向信息和径向信息,能得到较高的跟踪精度和较快的收敛速度^[16],因此,本文以该方法建立量测模型。对于二维平面的目标跟踪,空域信息选取 k 时刻的方位角 β_k 和其变化率 $\dot{\beta}_k$,频域信息选取 k 时刻的多普勒频率变化率 \dot{f}_{dk} 。则有:

$$\beta_k = \arctan\left(\frac{x_k}{y_k}\right) \quad (1)$$

$$\dot{\beta}_k = \frac{\dot{x}_k y_k - x_k \dot{y}_k}{x_k^2 + y_k^2} \quad (2)$$

$$\dot{f}_{dk} = -\frac{f_T}{c}(r_k \dot{\beta}_k^2) = -\frac{f_T (\dot{x}_k y_k - x_k \dot{y}_k)^2}{c(x_k^2 + y_k^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

其中, f_T 为目标发射的信号频率; c 为电磁波的传播速度; k 时刻目标与观测站的径向距离 $r_k = \sqrt{x_k^2 + y_k^2}$ 。

令 $\mathbf{h}(\mathbf{X}_k) = [\beta_k \ \dot{\beta}_k \ \dot{f}_{dk}]^T$, 则系统量测方程为:

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \quad (4)$$

其中, $\mathbf{V}_k = [\delta_{\beta_k} \ \delta_{\dot{\beta}_k} \ \delta_{\dot{f}_{dk}}]^T$ 为量测噪声; $\delta_{\beta_k}, \delta_{\dot{\beta}_k}, \delta_{\dot{f}_{dk}}$ 相互独立, $\mathbf{V}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 。观测站与目标之间相对位置关系如图 1 所示。

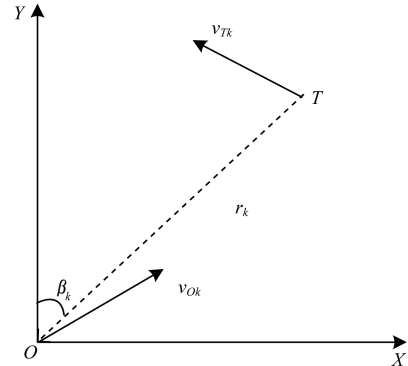


图 1 观测站与目标的相对位置示意图

2.2 机动模型的建立

建立与目标实际运动状态相匹配的机动模型是目标跟踪的关键环节。当前统计(Current Statistical, CS)模型^[17]利用非零均值以及修正的 Rayleigh 分布来描述目标机动加速度特征,是目前较为有效的机动目标跟踪模型。

假设机动加速度 $a(t)$ 满足 $a(t) = \tilde{a}(t) + \bar{a}(t)$, $\tilde{a}(t)$ 为零均值一阶 Markov 过程, $\bar{a}(t)$ 为加速度均值且在每个采样周期内无变化。以一维状态 $\mathbf{X}_k = [x_k \ \dot{x}_k \ \ddot{x}_k]^T$ 为例,可得 CS 模型在离散时间系统中的状态方程:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \Phi_k \mathbf{X}_k + \mathbf{U}_k \bar{a}_k + \mathbf{w}_k \quad (5)$$

状态转移矩阵如下:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T & (-1 + \alpha T + e^{-\alpha T})/\alpha^2 \\ 0 & 1 & (1 - e^{-\alpha T})/\alpha \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (6)$$

输入控制矩阵如下:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} (-\alpha T + \alpha^2 T^2/2 + 1 - e^{-\alpha T})/\alpha^2 \\ (\alpha T - 1 + e^{-\alpha T})/\alpha \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中, T 为采样周期; \bar{a} 为机动加速度均值; α 为机动频率, 反映机动的快速程度。

\mathbf{w}_k 为零均值的高斯白噪声, 其方差为:

$$\mathbf{Q}_k = E[\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] = 2\alpha\sigma_a^2 \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{bmatrix} \quad (8)$$

在式(8)中, 各项系数分别为:

$$\begin{aligned} q_{11} &= \frac{1}{2\alpha^5} [1 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 2\alpha^2 T^2 - 4\alpha T e^{-\alpha T}] \\ q_{12} &= \frac{1}{2\alpha^4} [e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} - 2\alpha T - \alpha^2 T^2] \\ q_{13} &= \frac{1}{2\alpha^3} [1 - e^{-2\alpha T} - 2\alpha T e^{-\alpha T}] \\ q_{22} &= \frac{1}{2\alpha^3} [4e^{-\alpha T} - 3 - e^{-2\alpha T} + 2\alpha T] \\ q_{23} &= \frac{1}{2\alpha^2} [e^{-2\alpha T} + 1 - 2e^{-\alpha T}] \\ q_{33} &= \frac{1}{2\alpha} [1 - e^{-2\alpha T}] \end{aligned} \quad (9)$$

σ_a^2 为机动加速度方差, 其表达式为:

$$\sigma_a^2 = \begin{cases} \frac{4-\pi}{\pi} [a_{\max} - \bar{a}_k]^2 & \bar{a}_k \geq 0 \\ \frac{4-\pi}{\pi} [a_{-\max} + \bar{a}_k]^2 & \bar{a}_k < 0 \end{cases} \quad (10)$$

其中, a_{\max} , $a_{-\max}$ 分别为目标加速度正负极限值。由于实际中 \bar{a}_k 无法直接获得, 因此选择滤波算法中加速度的一步预测值 $\hat{x}_{k/k-1}$ 来替代, 则式(10)改写为:

$$\sigma_a^2 = \begin{cases} \frac{4-\pi}{\pi} [a_{\max} - \hat{x}_{k/k-1}]^2 & \hat{x}_{k/k-1} \geq 0 \\ \frac{4-\pi}{\pi} [a_{-\max} + \hat{x}_{k/k-1}]^2 & \hat{x}_{k/k-1} < 0 \end{cases} \quad (11)$$

3 SRCKF 算法修正

3.1 SRCKF 算法

SRCKF 算法引入了 QR 分解, 在递推计算中回避 CKF 算法对矩阵的直接开方, 提高了滤波稳定性^[18], 结合本文模型, 算法步骤如下所示。

(1) 滤波初始化

给出状态初始均值及初始误差协方差矩阵 $\hat{\mathbf{X}}_{0|0}$ 和 $\mathbf{P}_{0|0}$, 对 $\mathbf{P}_{0|0}$ 进行 Cholesky 分解, 得其平方根:

$$\mathbf{S}_{0|0} = \text{chol}(\mathbf{P}_{0|0})^T \quad (12)$$

(2) 时间更新

1) 计算容积点 ($i = 1, 2, \dots, m$):

$$\mathbf{X}_{i,k-1|k-1} = \mathbf{S}_{k-1|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1} \quad (13)$$

其中, 参数 ξ_i 为基本容积点, 其表达式为:

$$\xi_i = \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_i & i = 1, 2, \dots, n_x \\ -\sqrt{\frac{m}{2}} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{i-n_x} & i = n_x + 1, n_x + 2, \dots, 2n_x \end{cases} \quad (14)$$

其中, $m = 2n_x$, m 表示 k 时刻容积点数; n_x 为状态量的维数; $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 为 n_x 阶单位向量。

2) 求传播后的容积点:

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1}^* = \Phi \mathbf{X}_{i,k-1|k-1} + \mathbf{U} \bar{a}_{k-1} \quad (15)$$

3) 估计状态预测值:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{X}_{i,k|k-1}^* \quad (16)$$

4) 计算状态预测误差协方差矩阵的平方根:

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \text{Tria}([\mathbf{X}_{k|k-1}^* \quad \mathbf{S}_{Q,k-1}]) \quad (17)$$

其中:

$$\mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{S}_{Q,k-1} \mathbf{S}_{Q,k-1}^T \quad (18)$$

$$\mathbf{X}_{k|k-1}^* = \frac{1}{\sqrt{m}} [\mathbf{X}_{1,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \quad \mathbf{X}_{2,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \cdots \mathbf{X}_{m,k|k-1}^* - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}] \quad (19)$$

其中, $\text{Tria}(\cdot)$ 表示矩阵的 QR 分解。

(3) 测量更新

1) 计算容积点 ($i = 1, 2, \dots, m$):

$$\mathbf{X}_{i,k|k-1} = \mathbf{S}_{k|k-1} \xi_i + \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} \quad (20)$$

2) 求传播后的容积点:

$$\mathbf{Z}_{i,k|k-1} = \mathbf{h}(\mathbf{X}_{i,k|k-1}) \quad (21)$$

3) 估计测量预测值:

$$\hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \mathbf{Z}_{i,k|k-1} \quad (22)$$

4) 计算新息协方差矩阵平方根:

$$\mathbf{S}_{ZZ,k|k-1} = \text{Tria}([\boldsymbol{\eta}_{k|k-1} \quad \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (23)$$

其中:

$$\mathbf{R}_k = \mathbf{S}_{R,k} \mathbf{S}_{R,k}^T \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\eta}_{k|k-1} = \frac{1}{\sqrt{m}} [\mathbf{Z}_{1,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \quad \mathbf{Z}_{2,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1} \cdots \mathbf{Z}_{m,k|k-1} - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}] \quad (25)$$

5) 计算互协方差矩阵:

$$\mathbf{P}_{XZ,k|k-1} = \mathbf{X}_{k|k-1} \boldsymbol{\eta}_{k|k-1}^T \quad (26)$$

6) 计算卡尔曼增益:

$$\mathbf{K}_k = (\mathbf{P}_{XZ,k|k-1} / \mathbf{S}_{ZZ,k|k-1}^T) \mathbf{S}_{ZZ,k|k-1} \quad (27)$$

7) 状态更新:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \quad (28)$$

8) 状态误差协方差矩阵平方根的更新:

$$\mathbf{S}_{k|k} = \text{Tria}([\mathbf{X}_{k|k-1} - \mathbf{K}_k \boldsymbol{\eta}_{k|k-1} \quad \mathbf{K}_k \mathbf{S}_{R,k}]) \quad (29)$$

3.2 MSRCKF 算法原理

SRCKF 算法描述对象均为非线性方程,但在目标跟踪的组合模型中,测量方程是非线性的而状态方程却往往是线性的,这导致该算法与跟踪模型不匹配,因此,利用容积点近似计算获得的状态估计并不是最优估计。此外,由于无源跟踪的被动工作模式,目标本身散发的辐射信号较微弱,再加上外界环境干扰以及自身观测系统精度有限等因素影响,系统对相关参数的测量精度不高,进而制约 SRCKF 算法的跟踪精度,因此本文利用标准卡尔曼滤波对 SRCKF 算法进行修正,提出一种修正 SRCKF (Modified SRCKF) 算法,该算法分 2 次滤波估计阶段,分别来解决上述两方面问题。

3.2.1 一次滤波估计

SRCKF 算法对于 CS 模型中的线性状态方程仍利用容积点加权求和的近似方法计算,会带来一定的近似误差。对于线性方程而言,标准卡尔曼滤波估计是一种最优估计^[19-20],因此,本文先利用标准卡尔曼滤波替代原有的容积点加权和近似计算,对状态变量及误差协方差阵的平方根进行预测,然后利用得到的预测值 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$, $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 构造容积点,再用容积点加权求和获得测量预测值,进而完成测量更新。步骤如下:

(1) 时间更新

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \Phi \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1} + \mathbf{U} \bar{a}_{k-1} \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \Phi \mathbf{P}_{k-1|k-1} \Phi^T + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (31)$$

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \text{chol}(\mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (32)$$

(2) 测量更新

按照式 (20) ~ 式 (29) 进行计算后,再计算下式:

$$\mathbf{P}_{k|k} = \mathbf{S}_{k|k} \mathbf{S}_{k|k}^T \quad (33)$$

3.2.2 二次滤波估计

二次滤波估计的思路是先经过一次滤波估计求得滤波状态更新值,然后构造一个新的线性测量方程,将滤波得到的状态更新值转化为新设计的测量方程的观测值,最后结合标准卡尔曼滤波对目标状态再次进行滤波估计。

SRCKF 的状态更新值可视是为状态一步预测值与一个随机误差的和,即:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \Lambda_k \quad (34)$$

其中, Λ_k 为随机误差, $\Lambda_k \sim N(0, \Gamma_k)$ 。在二次滤波估计中,原状态方程保持不变,将一次滤波的状态更

新值视作此阶段的观测值,则式 (34) 可改写为:

$$\mathbf{Z}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \mathbf{F} \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \Lambda_k \quad (35)$$

上式即为二次滤波中新构造的线性测量方程,其中, \mathbf{F} 为 n 阶单位矩阵。在滤波阶段,系统的状态方程及状态矢量皆保持不变,因此,可省略状态预测步骤,直接进入测量更新环节。由于新的测量方程是线性的,因此同样可结合标准卡尔曼滤波对后验估计值进行修正,得到状态的最优估计,进一步提高滤波精度。具体步骤如下:

$$\mathbf{P}_{k|k-1}'' = \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (36)$$

$$\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}'' = \mathbf{F} \mathbf{P}_{k|k-1}'' \mathbf{F}^T + \Gamma_k = \mathbf{P}_{k|k-1}'' + \Gamma_k \quad (37)$$

$$\mathbf{P}_{XZ,k|k-1}'' = \mathbf{P}_{k|k-1}'' \mathbf{F}^T = \mathbf{P}_{k|k-1}'' \quad (38)$$

$$\mathbf{K}_k'' = \mathbf{P}_{XZ,k|k-1}'' (\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}'')^{-1} \quad (39)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k}'' = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k'' (\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}) \quad (40)$$

3.3 MSRCKF 算法的实现

结合前文所述,MSRCKF 算法实现流程如下:

(1) 设定初始值 $\hat{\mathbf{X}}_{0|0}$, $\mathbf{P}_{0|0}$, \mathbf{Q}_0 以及 \mathbf{R}_0 , 并计算出基本容积点 ξ_i 。

(2) 按照式 (30) ~ 式 (32) 完成时间更新环节,求得状态变量及误差协方差矩阵的平方根的一步预测值 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$, $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 。

(3) 利用 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$, $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 计算式 (20) ~ 式 (29) 及式 (33) 完成测量更新环节,求得状态变量更新值 $\hat{\mathbf{X}}_{k|k}$ 及误差协方差矩阵更新值 $\mathbf{P}_{k|k}$ 。

(4) 建立新的测量方程,即式 (35),并利用标准卡尔曼滤波按照式 (36) ~ 式 (40) 对状态变量进行二次滤波估计。

总地来看,MSRCKF 算法是一个预测到更新再二次更新的滤波过程,因此,算法不仅含有前一刻的先验信息,同时还含有当前时刻的后验信息,相比于只用前一刻的先验信息作为输入的 SRCKF 算法,滤波精度将得到提高。

4 强跟踪修正 SRCKF 算法

在实际环境中,目标极有可能出现突变机动,为提升 MSRCKF 算法对突变状态的跟踪能力,借鉴强跟踪滤波器思想,提出强跟踪修正 SRCKF 算法,该算法在 MSRCKF 一次滤波阶段的状态预测误差方差阵的平方根中引入渐消因子,动态调整增益矩阵,进而提高算法自适应跟踪状态突变的能力。

4.1 渐消因子的传统求法

强跟踪滤波器基于正交性原理,将渐消因子引入状态预测误差协方差阵中,强迫输出残差序列保持相互正交,尽可能地提取残差中有用信息,最终达到滤波器能够自适应地应对状态突变的目的^[21]。

在实际工程中,多采用一种时变的次优渐消因子 λ_k , 来降低以往数据对当前滤波值的影响,使当前滤波值更具时效性。选取方法如下:

$$\lambda_k = \begin{cases} c_k & c_k > 1 \\ 1 & c_k \leq 1 \end{cases} \quad c_k = \frac{\text{tr}[\mathbf{N}_k]}{\text{tr}[\mathbf{M}_k]} \quad (41)$$

$$\mathbf{N}_k = \mathbf{G}_k - \beta \mathbf{R}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T \quad (42)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{H}_k \Phi \mathbf{P}_k \Phi^T \mathbf{H}_k^T \quad (43)$$

其中, $\text{tr}[\cdot]$ 表示矩阵求迹; $\beta \geq 1$ 为弱化因子,意在让状态估计更加平滑。文献[22]对其具体取值进行了研究,证明了当测量维数不大于 5 时, β 取 3 可保证滤波的最优效果; \mathbf{H}_k 为测量方程的线性化矩阵; 矩阵 \mathbf{G}_k 为实际输出残差序列的协方差,可经下式近似得到:

$$\mathbf{G}_k = \begin{cases} \gamma_1 \gamma_1^T & k=1 \\ \frac{\rho \mathbf{G}_{k-1} + \gamma_k \gamma_k^T}{1+\rho} & k>1 \end{cases} \quad (44)$$

其中, γ_k 为理论输出残差序列, $\gamma_k = \mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1}$; $0 < \rho \leq 1$ 为遗忘因子,由文献[23]可知,通常取值为 0.95。

4.2 MSRCKF 下渐消因子的求法

传统求取渐消因子的方法需计算繁杂的 Jacobian 矩阵 \mathbf{H}_k , 而 MSRCKF 的一次滤波阶段是一种求积近似高斯滤波,计算过程中并无确定的 \mathbf{H}_k , 所以,求取渐消因子的方法不能直接应用于 MSRCKF 中。因此,本文推导出一种在 MSRCKF 算法下求取渐消因子的新方法。

设 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)}$, $\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)}$, $\mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)}$ 分别为引入时变渐消因子前的状态预测误差协方差矩阵、输出预测协方差矩阵以及互协方差矩阵,则有:

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} = E[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})^T] \quad (45)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)} &= E[(\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})(\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})^T] \\ &= \mathbf{H}_k E[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})^T] \mathbf{H}_k^T \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} \mathbf{H}_k^T \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)} &= E[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})(\mathbf{Z}_k - \hat{\mathbf{Z}}_{k|k-1})^T] \\ &= E[(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})(\mathbf{X}_k - \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1})^T] \mathbf{H}_k^T \\ &= \mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} \mathbf{H}_k^T \end{aligned} \quad (47)$$

由式(47)变换可得:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_k &= [(\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)})^{-1} \mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)}]^T \\ &= (\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)})^{-1} (\mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)})^T \end{aligned} \quad (48)$$

将上式代入式(42)、式(43)得:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k &= \mathbf{G}_k - \beta \mathbf{R}_k - \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T \\ &= \mathbf{G}_k - \beta \mathbf{R}_k - (\mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)})^T (\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)})^{-1} \\ &\quad \cdot \mathbf{Q}_{k-1} (\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)})^{-1} \mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)} \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_k &= \mathbf{H}_k \Phi \mathbf{P}_k \Phi^T \mathbf{H}_k^T \\ &= \mathbf{H}_k (\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} - \mathbf{Q}_{k-1}) \mathbf{H}_k^T \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} \mathbf{H}_k^T - \mathbf{H}_k \mathbf{Q}_{k-1} \mathbf{H}_k^T \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{N}_k - \mathbf{G}_k + \beta \mathbf{R}_k \\ &= \mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)} - \mathbf{R}_k + \mathbf{N}_k - \mathbf{G}_k + \beta \mathbf{R}_k \\ &= \mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)} + \mathbf{N}_k - \mathbf{G}_k - (1-\beta) \mathbf{R}_k \end{aligned} \quad (50)$$

由于 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)}$ 以及 $\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)}$ 均由与其对应的平方根 $\mathbf{S}_{k|k-1}$ 以及 $\mathbf{S}_{ZZ,k|k-1}$ 计算得到,因此:

$$\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)} = \mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T \quad (51)$$

$$\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)} = \mathbf{S}_{ZZ,k|k-1} \mathbf{S}_{ZZ,k|k-1}^T \quad (52)$$

\mathbf{N}_k 和 \mathbf{M}_k 表达式更新为:

$$\begin{aligned} \mathbf{N}_k &= \mathbf{G}_k - \beta \mathbf{R}_k - (\mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)})^T (\mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T)^{-1} \\ &\quad \cdot \mathbf{Q}_{k-1} (\mathbf{S}_{k|k-1} \mathbf{S}_{k|k-1}^T)^{-1} \mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\mathbf{M}_k = \mathbf{S}_{ZZ,k|k-1} \mathbf{S}_{ZZ,k|k-1}^T + \mathbf{N}_k - \mathbf{G}_k - (1-\beta) \mathbf{R}_k \quad (54)$$

已知 $\mathbf{P}_{k|k-1}^{(I)}$, $\mathbf{P}_{ZZ,k|k-1}^{(I)}$, $\mathbf{P}_{XZ,k|k-1}^{(I)}$, 通过式(41)、式(44)、式(53)、式(54)可求得时变渐消因子 λ_k 。若将 λ_k 引入到一次滤波估计的状态预测误差协方差矩阵平方根中,即:

$$\mathbf{S}_{k|k-1} = \sqrt{\lambda_k} \cdot \text{chol}(\mathbf{P}_{k|k-1}) \quad (55)$$

再将上式替代 MSRCKF 算法中式(32),即可得到 ST-MSRCKF 算法。

5 仿真分析

5.1 仿真场景设计

假设在二维直角坐标系中,观测站固定于坐标系原点(0,0);目标辐射源初始状态 $\hat{\mathbf{X}}_{0|0} = [10 \text{ km} \ 50 \text{ m/s} \ 0 \text{ m/s}^2 \ 20 \text{ km} \ -80 \text{ m/s} \ 0 \text{ m/s}^2]^T$;状态误差协方差矩阵的初值 $\mathbf{P}_{0|0} = \text{diag}[1 \ 000 \ 100 \ 10 \ 1 \ 000 \ 100 \ 10]$;观测周期 $T = 1 \text{ s}$;观测时间 $N = 120 \text{ s}$;目标辐射频率 $f_r = 10 \text{ GHz}$;方位角、方位角变化率、多普勒频率变化率的测量精度分别为 26 mrad , 0.2 mrad/s , 5 Hz/s ;机动频率 $\alpha = 0.5$; X 轴方向加速度正负极限值为 $a_{x\max} = 30 \text{ m/s}^2$, $a_{x\min} = -30 \text{ m/s}^2$; Y 轴方向加速度正负极限值为 $a_{y\max} = 30 \text{ m/s}^2$, $a_{y\min} = -30 \text{ m/s}^2$;弱化因子 $\beta = 1$;遗忘因子 $\rho = 0.95$;二次滤波估计中,各观测量的测量误差服从均值为 0,标准差分别为 1 m , 0.5 m/s , 0.1 m/s^2 , 1 m , 0.5 m/s , 0.1 m/s^2 的 Gaussian 分布。

为充分考虑目标实际机动状况,将其运动情景设计为 5 个阶段,如下所示。

(1) $1 \text{ s} \sim 35 \text{ s}$: 目标自初始位置做匀速直线运动。

(2) $36 \text{ s} \sim 50 \text{ s}$: 匀加速运动, $(a_x, a_y) = (-3 \text{ m/s}^2, -4 \text{ m/s}^2)$ 。

(3) 51 s ~ 80 s: 匀加速运动, $(a_x, a_y) = (4 \text{ m/s}^2, 5 \text{ m/s}^2)$ 。

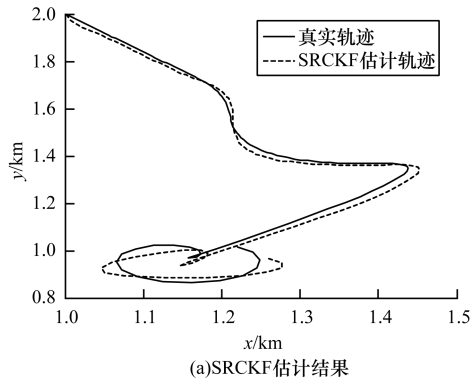
(4) 81 s ~ 100 s: 匀加速运动, $(a_x, a_y) = (-25 \text{ m/s}^2, -21 \text{ m/s}^2)$ 。

(5) 101 s ~ 120 s: 匀速圆周运动, 转弯率 $\omega = 0.24 \text{ rad/s}$

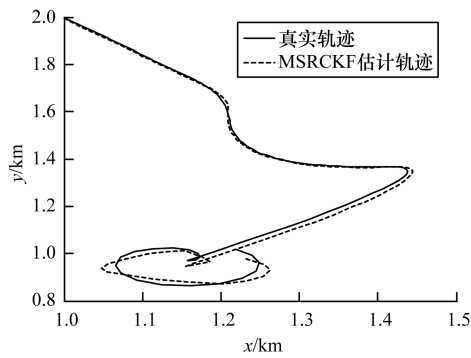
在前 80 s 中, 各相邻阶段加速度差值不大, 视为常规机动。在后 40 s 中, 阶段(4)相对于阶段(3), 2 个方向加速度差值都达到 25 m/s^2 以上, 其实质是一个急转弯的强机动, 可视为一次突变机动。阶段(5)相对于阶段(4), 运动模型发生突变, 也视为一次突变机动。

5.2 仿真实验与分析

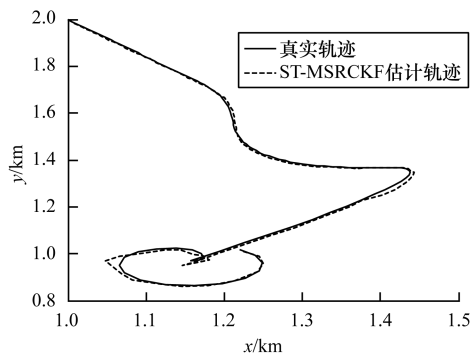
分别用 CKF, MSRCKF, ST-MSRCKF 算法估计单次跟踪的目标轨迹, 并与真实轨迹对比, 结果如图 2 所示。



(a)SRCKF估计结果



(b)MSRCKF估计结果



(c)ST-MSRCKF估计结果

图 2 各算法的目标估计轨迹

从图 2 可以看出, ST-MSRCKF 算法对轨迹跟踪效果最好, MSRCKF 次之, SRCKF 算法最差。且 SRCKF 与 MSRCKF 在目标法发生突变机动后都出现了不同程度的发散。相较而言, ST-MSRCKF 算法从始至终都能较好地跟踪目标, 在发生突变机动时, 其跟踪优势尤其明显。

对 SRCKF, MSRCKF, ST-MSRCKF 3 种算法分别进行 100 次 Monte-Carlo 仿真实验, 并比较其性能。实验结果采用均方根误差 (Root Mean Square Error, RMSE) 进行评价, 其表达式为:

$$R_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{k=1}^M (x_k - \hat{x}_k)^2 + (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (56)$$

其中, M 为 Monte-Carlo 仿真次数; x_k, y_k 为 k 时刻目标状态真值; \hat{x}_k, \hat{y}_k 为滤波估计值。仿真结果如图 3、图 4 及表 1 所示。

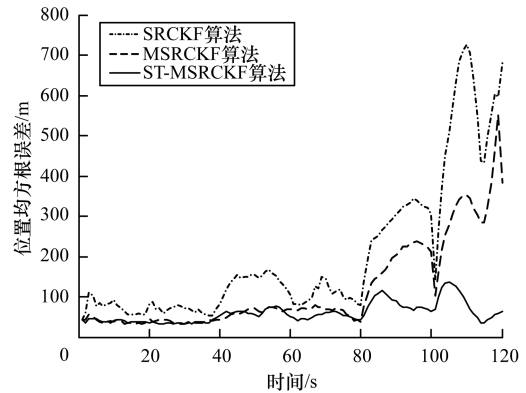


图 3 各算法的位置 RMSE 对比

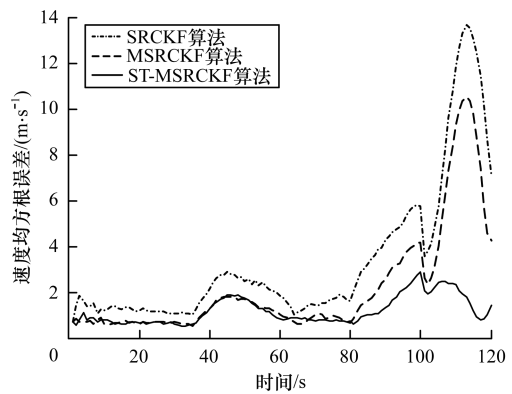


图 4 各算法的速度 RMSE 对比

表 1 算法估计精度对比

滤波算法	位置 RMSE/m		速度 RMSE/(m · s ⁻¹)	
	均值	标准差	均值	标准差
SRCKF	200.470 8	179.611 6	3.725 1	3.576 0
MSRCKF	117.684 3	108.269 5	2.431 2	2.190 7
ST-MSRCKF	59.893 3	25.402 1	1.525 8	0.755 4

从仿真结果可以看出,在前 80 s,目标进行常规机动。ST-MSRCKF 和 MSRCKF 算法跟踪性能要优于 SRCKF 算法。其中,ST-MSRCKF 算法与 MSRCKF 算法跟踪性能较为接近,这是因为此阶段 ST-MSRCKF 算法的实际输出残差序列协方差很小,致使时变渐消因子趋近于 1,ST-MSRCKF 算法从而逐渐退化成 MSRCKF 算法。

后 40 s 目标发生突变机动,SRCKF 和 MSRCKF 算法滤波效果迅速恶化,而 ST-MSRCKF 算法仍能保持较高的跟踪精度。这是因为在运动状态趋于平稳后,SRCKF 和 MSRCKF 算法的增益随之趋于极小值,若此时运动状态突变,将导致实际预测残差增大,但此刻增益却仍保持极小值,不随之变化,导致滤波效果变差。而 ST-MSRCKF 算法中渐消因子是动态变化的,可随预测残差增大而增大,动态调节误差协方差的平方根,进而实时调整系统增益矩阵,强迫残差序列相互正交,使系统具有自适应跟踪目标能力,稳定性得到提高。

总的来看,相较于传统的 SRCKF 算法,ST-MSRCKF 算法无论在常规机动还是突变机动情况下,都具有更优越的跟踪效果。

6 结束语

本文提出一种强跟踪修正 SRCKF 算法。该算法用标准卡尔曼滤波对 SRCKF 算法前后进行了 2 次修正,提高了算法的滤波精度,并且在算法递推更新中引入时变渐消因子,自适应调整增益矩阵,增强了算法应对目标突变机动的跟踪能力。仿真结果表明,该算法具有较高的跟踪精度和较强应对突变机动的能力。

参考文献

- [1] 杨晓君,陆芳,郭金库,等.模糊单站无源定位方法[J].清华大学学报:自然科学版,2011,51(1):25-29.
- [2] 袁罡,陈鲸.基于UKF的单站无源定位与跟踪算法[J].电子与信息学报,2008,30(9):2020-2023.
- [3] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented Filtering and Nonlinear Estimation[J]. Proceedings of the IEEE, 2004,92(3):407-422.
- [4] Daum F. Nonlinear Filters: Beyond the Kalman Filter[J]. IEEE Transactions on Aerospace Electronic System, 2005, 20(8):57-69.
- [5] 王祖麟,秦菰,梁毓明.基于噪声缩放的自适应UKF-SLAM算法[J].计算机工程,2014,40(10):143-149.
- [6] Arasaratnam I, Haykin S. Cubature Kalman Filters[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(6): 1254-1269.
- [7] Leong P, Arulampalam S, Lamehewa T, et al. A Gaussian SUM Based Cubature Kalman Filter for Bearings-only Tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2013, 49(2): 1161-1176.
- [8] 张智,姜秋喜,潘继飞.边缘化迭代容积卡尔曼滤波的单站无源定位算法[J].信号处理,2014,30(8):924-929.
- [9] 马丽丽,赵甜甜,陈金广.欠观测条件下的增量容积卡尔曼滤波[J].计算机工程,2014,40(10):228-231.
- [10] Arasaratnam I, Haykin S, Hurd T R. Cubature Kalman Filtering for Continuous Discrete Systems: Theory and Simulations[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(10):4977-4993.
- [11] 张洋,芮国胜,苗俊,等.扩展容积卡尔曼滤波定位技术研究[J].光电工程,2012,39(4):37-43.
- [12] 赵曦晶,汪立新,何志昆,等.平方根容积卡尔曼滤波在角测量跟踪中的应用[J].压电与声光,2014,36(3):445-449.
- [13] Ge Quanbo, Li Wenbin, Wen Chenglin. SCKF-STF-CN: A universal Nonlinear Filter for Maneuver Target Tracking[J]. Journal of Zhejiang University Science C: Computers & Electronics, 2011, 12(8):678-686.
- [14] 周聪,肖建.改进强跟踪滤波算法及其在汽车状态估计中的应用[J].自动化学报,2012,38(9):1520-1527.
- [15] 周东华,席裕庚,张钟俊.非线性系统带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波[J].控制与决策,1999,5(5):1-6.
- [16] 黄耀光,高博,李建新,等.基于空频域信息的固定单站无源定位技术研究[J].计算机工程,2012,38(24):247-250.
- [17] Zhou H R, Kumar K S P. A Current Statistical Model and Adaptive Algorithm for Estimating Maneuvering Targets[J]. Journal of Guidance, 1984, 7(5):596-602.
- [18] Arasaratnam I. Sensor Fusion with Square Root Cubature Information Filtering[J]. Intelligent Control & Automation, 2013, 4(1):11-17.
- [19] 郭晓松,李奕芃,郭君斌.贝叶斯目标跟踪方法的研究[J].计算机工程,2009,35(12):137-142.
- [20] 朱立新,孟葵,马春来. UKF 改进算法在组合导航 INS 误差校正中的应用[J].现代雷达,2014,36(2):35-41.
- [21] 王松艳,李敏,张迎春,等.基于强跟踪的平方根UKF的卫星姿态确定算法[J].电机与控制学报,2015,19(3):111-118.
- [22] 钱华明,葛磊,黄蔚.一种改进的强跟踪滤波算法[J].应用科学学报,2015,33(1):32-40.
- [23] 王熙赢,陈熙源.强跟踪滤波器在高动态GPS信号跟踪中的应用[J].东南大学学报:自然科学版,2014,44(5):946-951.