第 43 卷 第 10 期 计 算 机 工 程 2017 年 10 月
Vol. 43 No. 10 Computer Engineering October 2017

·移动互联与通信技术· 文章编号：1000-3428(2017)10-0062-06 文献标志码：A 中图分类号：TP391

结合 Tucker 张量分解与交替最小二乘的 ULA 盲识别

胡 丹[1]，郭英杰[2]

（1. 贵州大学 大数据与信息工程学院，贵阳 550025；2. 悉尼科技大学 全球大数据技术中心，悉尼 2007）

摘 要： 为提高均匀线性阵列（ULA）系统盲识别过程的计算效率，提出一种改进的 ULA 盲识别算法。建立 ULA 信号传播模型，针对该传播模型给出广义生成函数的代数结构以及参数估计方式，利用交替最小二乘法对 ULA 广义生成函数进行求解，并在此基础上引入 Tucker 张量分解改进交替最小二乘法，实现广义生成函数的降维处理。实验结果表明，与经典 DUET 算法、欠定混叠盲辨识分解算法等相比，该算法具有更高的计算效率以及更好的 ULA 盲识别效果。

关键词： Tucker 张量分解；广义生成函数；交替最小二乘；均匀线性阵列；盲识别

中文引用格式： 胡 丹，郭英杰. 结合 Tucker 张量分解与交替最小二乘的 ULA 盲识别[J]. 计算机工程，2017，43(10)：62-67.

英文引用格式： HU Dan，GUO Yingjie. ULA Blind Identification Combining Tucker Tensor Decomposition and Alternating Least Squares[J]. Computer Engineering，2017，43(10)：62-67.

ULA Blind Identification Combining Tucker Tensor Decomposition and Alternating Least Squares

HU Dan[1]，GUO Yingjie[2]

（1. College of Big Data and Information Engineering，Guizhou University，Guiyang 550025，China；
2. Globle Big Data Technologies Centre，University of Technology Sydney，Sydney 2007，Australia）

【Abstract】 In order to improve the computational efficiency of Blind Identification（BI） of Uniform Linear Array（ULA） system，an improved ULA BI algorithm is proposed. Firstly，the signal propagation model of ULA system is established. Then，the algebraic structure and parameter estimation method of the Generalized Generating Function（GGF） are given. Secondly，it uses alternating least squares to obtain GGF of ULA system，and then uses the Tucker tensor decomposition to improve alternating least squares，achieving dimensional reduction of GGF. Experimental results show that，compared with classic DUET algorithm and underdetermined aliasing BI decomposition algorithm，the proposed algorithm has higher computational efficiency and better ULA BI effects.

【Key words】 Tucker tensor decomposition；Generalized Generating Function（GGF）；alternating least squares；Uniform Linear Array（ULA）；Blind Identification（BI）

DOI： 10.3969/j.issn.1000-3428.2017.10.011

0 概述

盲识别（Blind Identification，BI）技术可在没有任何先验知识的情况下，从观测信号混合数据中对未知来源数据进行恢复，已被广泛应用于语音和图像处理、生物医学工程、数字通信等领域[1-2]。目前，针对均匀线性阵列（Uniform Linear Array，ULA）系统复杂信号来源情况下的欠定混合盲识别问题成为研究的热点。

对于欠定混合盲识别问题，已有许多成熟的解决方案，例如假设信号来源满足稀疏性质，或可在另一个域中满足稀疏性假设等[3-5]。需要注意的是，虽然一些信号如语音有一定稀疏性，但大多数 ULA 信号不具备该属性，即传感器的数量一般小于信号源的数量。因此，设计不施加任何稀疏约束条件的欠定混合盲识别算法对于 ULA 盲识别问题的求解十分重要[6]。欠定混合盲识别问题的求解需借助不同的数据结构，如相关和高阶累积量矩阵的各种分解方法[7-8]。这些算法的主要思想是在张量基础上，进行观测的累积量的构造，然后通过该张量分解实现混合矩阵的估计。然而，此类方法均是利用统计信息中包含的数据进行二阶或高阶统

基金项目： 贵州省科技计划项目（黔科合 LH 字[2014]7627）。

作者简介： 胡 丹（1979—），女，讲师、硕士，主研方向为信道编译码；郭英杰，教授、博士。

收稿日期： 2016-09-23 **修回日期：** 2016-10-26 **E-mail：** hudan0609@qq.com

计量计算,会增加计算复杂度[9]。为了更有效地利用统计信息,学者利用特征函数(Characteristic Function,CAF)或生成函数(Generating Function,GF)对盲识别技术进行改进。由此可知,混合矩阵估计可由 GF 的偏导数张量进行不确定性分解,实现缩放和不确定性排列。文献[10]中所提算法只适用于涉及真值源的 BI 问题。文献[11]中将所提 CAF 方法推广到数字通信中常发生复数源混合情况,并且需要将混合矩阵的实虚结合,因为混合矩阵的实部和虚部分别进行处理,会增加计算成本,造成处理矩阵的维数增加。

为解决上述问题,本文提出利用广义生成函数(Generalized Generating Function,GGF)进行 ULA 系统复数随机变量信息统计的方法。GGF 可以以更有效的方式进行 ULA 系统复数随机变量的信息统计。此外,对于混合矩阵估计,基于张量分解给出一个简单的推导方法,从而获得观测矩阵 GGF 的 Hessian 矩阵。

1　ULA 系统模型

ULA 系统由相邻间距为 d 的 M 组线性天线构成。信号向量为[12]:

$$\boldsymbol{s}(t)=[s_1(t),s_2(t),\cdots,s_n(t),\cdots,s_P(t)]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

式(1)表示在时刻 t 的 P 组窄带信源。假定信号位于阵列的远场,接收模型可为一个平面波的传播模型,这意味着只有时间延迟被认为是没有振幅衰减的。传播方向为:

$$\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_N,\theta_n\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right] \tag{2}$$

其中,$n\in[1,N]$。

对 N 个信号源的平面波传播,可得到 ULA 系统的信号传播模型:

$$\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t)+\boldsymbol{w}(t) \tag{3}$$

其中,$\boldsymbol{z}(t)=[z_1(t),z_2(t),\cdots,z_Q(t)]^{\mathrm{T}}$ 表示所观察到的信号向量,其包含 M 组数据;$\boldsymbol{w}(t)\in\mathbb{C}^Q$ 表示加性噪声。未知的复值混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 表征信息源的获取方式,可表示为:

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1 & 1 & \cdots & 1\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\sin(\theta_1)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\sin(\theta_2)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\sin(\theta_N)}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(M-1)\sin(\theta_1)} & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(M-1)\sin(\theta_2)} & \cdots & \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi(M-1)\sin(\theta_N)}\end{bmatrix} \tag{4}$$

其中,复值混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 可通过对传播方向 $\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_N$ 进行估计获得。本文中假定 $\theta_i\neq\theta_j(\forall i\neq j)$,矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是满(行)秩的,信号源数量 P 未知,传感器数量小于信号源数量,即 $Q<P$。ULA 系统模型如图 1 所示。

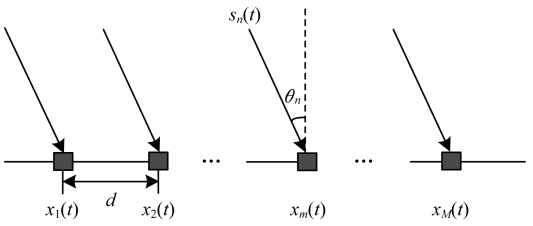


图 1　ULA 系统模型

2　基于广义生成函数的代数结构

2.1　基于广义生成函数的核方程

对于真正的随机向量 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{R}^Q$,生成函数 $\phi_x(\boldsymbol{u})$ 可根据特征函数定义[13-14]:

$$\phi_x(\boldsymbol{u})=E[\exp(\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})] \tag{5}$$

其中,$\boldsymbol{u}\in\mathbb{R}^Q$ 是相对于处理点的任意向量;$E[\cdot]$表示期望算子。由于本文中所讨论的观测向量 $\boldsymbol{z}$ 和混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 属于复数域,因此需给出其复数域的生成函数定义:

$$\begin{aligned}\phi_z(\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}),\boldsymbol{J}(\boldsymbol{u}))&=E[\exp(\boldsymbol{R}(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{z}))]\\&=E[\exp(\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})\boldsymbol{R}(\boldsymbol{z})+\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{u})J(\boldsymbol{z}))]\end{aligned} \tag{6}$$

其中,$R(\boldsymbol{u})$和 $J(\boldsymbol{u})$分别表示输入 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{u}\in\mathbb{C}^Q)$的实部和虚部,形成同一维数的真值向量。因此,式(6)中所示的复变量的生成函数可定义为实部和虚部的广义生成函数:

$$\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})=E[\exp(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{z})] \tag{7}$$

需注意,生成函数的统计信息与处理点的数目有关。理论上讲,完整的概率密度函数的统计描述要求生成函数评价所有的处理点,但在实际中,这样的统计信息大多是通过生成函数在有限数量的处理点上近似评价获得。因此,式(7)所示的广义生成函数相对于标准的生成函数可更有效地保持相同的处理点数目。对 $\boldsymbol{z}$ 进行模型替代,并忽略噪声项可得:

$$\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})=E[\exp(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{s})]=\varphi_3(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}) \tag{8}$$

定义 $\phi_z(\boldsymbol{u})=\lg\psi_z(\boldsymbol{u})$,使用独立性信号源,GGF 的观测值可改写为:

$$\varphi_z(\boldsymbol{u})=\sum_{p=1}^{P}\varphi_{s_p}(\boldsymbol{a}_p^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}) \tag{9}$$

通过计算共轭梯度 $\psi_z(\boldsymbol{u})$,可得到核方程的 Hessian 矩阵 $\varphi_z(\boldsymbol{u})$[15-16]:

$$\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\psi}_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u})\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}} \tag{10}$$

进而可得到如下关系：

$$\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})=\nabla_{\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}}[\nabla_{\boldsymbol{u}}\cdot\varphi_z(\boldsymbol{u})]=\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}}\left[\frac{\partial\varphi_z(\boldsymbol{u})}{\partial\boldsymbol{u}^{*}}\right] \tag{11}$$

其中，$(\cdot)^{*}$ 表示共轭算子；$\boldsymbol{\psi}_s(\quad)$ 是对角矩阵。

2.2 $\varphi_z(\boldsymbol{u})$ 估计方法

本节将讨论如何进行 Hessian 矩阵 $\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})$ 一致性估计。在遍历性假设下，随机变量均值可通过时间平均估计。因此，广义生成函数的观测向量可估算为：

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_z(\boldsymbol{u})=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\exp(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{z}(t)) \tag{12}$$

共轭梯度 $\zeta_z(\boldsymbol{u})=\partial\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})/\partial\boldsymbol{u}^{*}$ 为 $Q\times1$ 向量：

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}_z(\boldsymbol{u})=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\exp(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{z}(t))\boldsymbol{z}(t) \tag{13}$$

类似地，梯度 $\boldsymbol{\zeta}_z(\boldsymbol{u})=\partial\zeta_z(\boldsymbol{u})/\partial\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}$ 为 $Q\times Q$ 向量：

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}}_z(\boldsymbol{u})=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\exp(\boldsymbol{u}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{z}(t))\boldsymbol{z}(t)\boldsymbol{z}^{\mathrm{H}}(t) \tag{14}$$

由此可得，$\phi_z(\boldsymbol{u})$ 的 Hessian 矩阵 $\psi_z(\boldsymbol{u})$ 估计为：

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}_z(\boldsymbol{u})=\frac{\hat{\boldsymbol{\zeta}}_z(\boldsymbol{u})}{\hat{\boldsymbol{\psi}}_z(\boldsymbol{u})}-\frac{\hat{\boldsymbol{\zeta}}_z(\boldsymbol{u})\hat{\boldsymbol{\zeta}}_z\boldsymbol{H}(\boldsymbol{u})}{\hat{\boldsymbol{\psi}}_z^2(\boldsymbol{u})} \tag{15}$$

3 基于 Tucker 张量分解的盲识别

3.1 交替最小二乘求解

对于上文提出的广义生成函数的代数结构，本节引入交替最小二乘法进行求解，并在此基础上引入 Tucker 分解对交替最小二乘进行改进，实现广义生成函数的降维处理。利用式(10)在处理点 $\boldsymbol{u}_1,\boldsymbol{u}_2,\cdots,\boldsymbol{u}_K$ 上计算广义生成函数的 Hessian 矩阵 $\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u})$，可得联合对角问题：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_1)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\psi}_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}_1)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\\ \boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_2)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\psi}_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}_2)A^{\mathrm{H}}\\ \vdots\\ \boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_K)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{\psi}_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}_K)\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\end{cases} \tag{16}$$

其中，$\boldsymbol{\psi}_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}_k)$ 为对角形式，$k=1,2,\cdots,K$。需解决的问题是基于集合 $\{\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_1),\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_2),\cdots,\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_K)\}$ 求解混合矩阵 $\boldsymbol{A}$。传统算法如 AC-DC 方法，在求解混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 时，$Q\geqslant P$，即满足欠定情形，然而实际中难满足。

式(16)可视为特定情况下的平行因子分解，也被称为三阶张量 $M\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$ 典型分解，其由 K 个矩阵 $\boldsymbol{\psi}_x(\boldsymbol{u}_k)$ 构成。张量 $M\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$ 是通过 $\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_1),\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_2),\cdots,\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_K)$ 堆积构成：$(M)_{ijk}=(\boldsymbol{\psi}_z(\boldsymbol{u}_k))_{ij}$，$i=1,2,\cdots,Q;j=1,2,\cdots,Q;k=1,2,\cdots,K$。定义矩阵 $\boldsymbol{D}\in\mathbb{C}^{K\times P}$，其中，$(\boldsymbol{D})_{kl}=(\boldsymbol{\psi}_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}_K))_{kl}$，$l=1,2,\cdots,P,k=1,2,\cdots,K$。由此可得：

$$m_{ijk}=\sum_{l=1}^{P}a_{il}a_{jl}^{*}d_{kl} \tag{17}$$

可表示为如下形式：

$$\boldsymbol{M}=\sum_{l=1}^{P}\boldsymbol{a}_l\circ\boldsymbol{a}_l^{*}\circ\boldsymbol{d}_l \tag{18}$$

其中，$\circ$ 表示张量的外积；$\boldsymbol{a}_l$ 和 $\boldsymbol{d}_l$ 分别代表矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{D}$ 的第 1 列。混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 可以通过以下方式进行估计。给定三阶张量 $M\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$，可以用秩张量的最佳近似进行计算：

$$\min_{\boldsymbol{A},\boldsymbol{D}}\|\boldsymbol{M}-\sum_{l=1}^{P}\boldsymbol{a}_p\circ\boldsymbol{a}_p^{*}\circ\boldsymbol{d}_p\|_{\mathrm{F}}^{2} \tag{19}$$

其中，$\|\ \|_{\mathrm{F}}$ 是 Frobenius 范数。目前已有多种张量分解的计算方法，交替最小二乘方法是一种标准的求解方法，并衍生出多种改进版本，例如增强线搜索算法、外推方向搜索算法等，可实现交替最小二乘算法的加速收敛。

在很大程度上，张量分解的重要性源于它的唯一性。因此，若任何其他矩阵 $\boldsymbol{A}'$ 和 $\boldsymbol{D}'$ 相对于 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{D}$ 满足式(18)，则认为张量分解式(18)基本上是唯一的，并可表示为：

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}'\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Delta}_1,\boldsymbol{D}=\boldsymbol{D}'\boldsymbol{P}\boldsymbol{\Delta}_2 \tag{20}$$

其中，$\boldsymbol{\Delta}_1,\boldsymbol{\Delta}_2\in\mathbb{C}^{P\times P}$ 为对角矩阵，满足 $\boldsymbol{\Delta}_1\boldsymbol{\Delta}_1\boldsymbol{\Delta}_2=\boldsymbol{I}$，$\boldsymbol{P}\in\mathbb{R}^{P\times P}$ 为置换矩阵。

矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的 Kruskal 等级或 k 秩可表示为 k_A，是满足矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的 λ 列线性无关的最大 λ 取值，可得如下张量分解唯一性定理。

定理 1 张量分解是唯一性的，需满足如下条件：

$$2k_A+k_D\geqslant2(P+1) \tag{21}$$

在实际应用中，选取 $k_A=\min(Q,P)$，$k_D=\min(K,P)$。例如，对于 $Q\geqslant P$ 且 $P\geqslant2$，则可得张量分解的唯一性条件为 $K\geqslant2$；当 $Q<P$ 且 $K\geqslant P$ 时，则可得张量分解的唯一性条件为 $P\leqslant2Q-2$；当 $K<P$ 时，则可得张量分解的唯一性条件为 $P<Q-1+K/2$。

3.2 基于 Tucker 张量分解的改进求解

为保证广义生成函数交替最小二乘求解算法的鲁棒性，通常在张量 $\boldsymbol{M}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$ 中选取较大的 K 值，然而这将造成严重的计算负担。为了降低计算复杂度，Tucker 分解首先被用于表示低级别核心张量，其

尺寸比张量 $\boldsymbol{M}$ 小得多,然后利用交替最小二乘对核心张量进行求解。通过这种方式可降低计算复杂度。

在多维张量矩阵的展开或压缩过程中,张量 $\boldsymbol{F}\in\mathbb{C}^{I_1,I_2,\cdots,I_N}$可表示为 $\boldsymbol{F}_{(n)}$,利用模式 n 的向量获得矩阵的列,并将张量元素$(i_1,i_2,\cdots,i_N)$映射到矩阵元素(i_n,j),其中:

$$j=1+\sum_{k=1,k\neq n}^{N}(i_k-1)J_k \tag{22}$$

且有:

$$J_k=\prod_{m=1,m\neq n}^{k-1}I_m$$

令 $\boldsymbol{F}$ 为 N 阶张量,其规模为 $I_1\times I_2\times\cdots\times I_N$,则 $\boldsymbol{F}$ 的 n 秩表示为 $rank_n(\boldsymbol{F})$,是 $\boldsymbol{F}_{(n)}$的列秩。例如,令 $r_n=rank_n(\boldsymbol{F})$,$n=1,2,\cdots,N$,则可得 $\boldsymbol{F}$ 为 $r_1,r_2,\cdots,r_N$ 秩向量。

张量 $\boldsymbol{F}\in\mathbb{C}^{I_1\times I_2\times\cdots\times I_N}$对于矩阵 $\boldsymbol{U}^{J\times I_n}$的 n 模式乘积可表示为 $\boldsymbol{F}\times_n\boldsymbol{U}$,其规模为 $I_1\times I_2\times\cdots\times I_{n-1}\times J\times I_{n+1}\times\cdots\times I_N$,可得:

$$(\boldsymbol{F}\times_n\boldsymbol{U})_{i_1,i_2,\cdots,i_{n-1},j,i_{n+1},\cdots,i_N}=\sum_{i_n=1}^{I_n}f_{i_1,i_2,\cdots,i_N}u_{ji_n} \tag{23}$$

Tucker 分解使用高阶主成分分析(Principal Component Analysis,PCA)方法,将张量分解成核心张量,并沿每个模式乘以一个矩阵。因此,在三通情况下,可得:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F}&=\boldsymbol{G}\times_1\boldsymbol{A}^{(1)}\times_2\boldsymbol{A}^{(2)}\times_3\boldsymbol{A}^{(3)}+\boldsymbol{U}\\&=\sum_{j_1=1}^{J_1}\sum_{j_2=1}^{J_2}\sum_{j_3=1}^{J_3}g_{j_1j_2j_3}(\boldsymbol{a}_{j_1}^{(1)}\circ\boldsymbol{a}_{j_2}^{(2)}\circ\boldsymbol{a}_{j_3}^{(3)})\end{aligned} \tag{24}$$

其中,$\boldsymbol{G}\in\mathbb{C}^{J_1\times J_2\times J_3}$是核心张量;$\boldsymbol{A}^{(1)}\in\mathbb{C}^{I_1\times J_1}$,$\boldsymbol{A}^{(2)}\in\mathbb{C}^{I_2\times J_2}$,$\boldsymbol{A}^{(3)}\in\mathbb{C}^{I_3\times J_3}$是因子矩阵;$\boldsymbol{U}\in\mathbb{C}^{I_1\times I_2\times I_3}$表示错误或噪声。

基于 Tucker 分解过程,由 Hessian 矩阵 $\psi_z(\boldsymbol{u}_k)$ 组成的张量 $\boldsymbol{M}$ 可实现数据压缩。因为混合矩阵 $\boldsymbol{A}$ 是满秩的,且 Hessian 矩阵 $\psi_s(\boldsymbol{A}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{u}_k)$为对角阵,所以张量 $\boldsymbol{M}$ 的模式 n,$n=1,2,3$ 矩阵为 $\boldsymbol{M}_{(1)}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$,$\boldsymbol{M}_{(2)}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$,$\boldsymbol{M}_{(3)}\in\mathbb{C}^{K\times Q\times Q}$,同时 $\boldsymbol{M}_{(1)}$ 和 $\boldsymbol{M}_{(2)}$ 的 n 秩为:

$$\begin{aligned}rank_1(\boldsymbol{M})&=rank_2(\boldsymbol{M})=rank(\boldsymbol{M}_{(1)})\\&=rank(\boldsymbol{M}_{(2)})=Q\end{aligned} \tag{25}$$

此外,假设 $rank_3(\boldsymbol{M})=L$,$L\leqslant K$,则张量 $\boldsymbol{M}$ 为(Q,Q,L)秩张量。因此,张量 $\boldsymbol{M}$ 的 Tucker 分解为:

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{T}\times_1\boldsymbol{I}\times_2\boldsymbol{I}\times_3\boldsymbol{G} \tag{26}$$

其中,$\boldsymbol{T}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times L}$为核心张量;$\boldsymbol{I}\in\mathbb{R}^{Q\times Q}$为单位矩阵;$\boldsymbol{G}\in\mathbb{C}^{K\times L}$为列酉矩阵,相当于二维主成分分析。

$$\boldsymbol{M}_{(3)}=\boldsymbol{G}\times\boldsymbol{T}_{(3)} \tag{27}$$

其中,$\boldsymbol{T}_{(3)}\in\mathbb{C}^{L\times Q\times Q}$是模式 3 的核心张量 $\boldsymbol{T}$ 矩阵。由此可知式(27)对应于 $\boldsymbol{M}_{(3)}$的主成分分析。因此,$\boldsymbol{G}\in\mathbb{C}^{K\times L}$是 $\boldsymbol{M}_{(3)}$的左奇异向量。因为 $K>L$,且 $\boldsymbol{G}$ 为列酉矩阵,所以可推导得到:

$$\boldsymbol{T}_{(3)}=\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}}\times\boldsymbol{M}_{(3)} \tag{28}$$

得到核心张量形式为:

$$\boldsymbol{T}=\boldsymbol{M}\times_1\boldsymbol{I}\times_2\boldsymbol{I}\times_3\boldsymbol{G}^{\mathrm{H}} \tag{29}$$

式(26)Tucker 分解为单位矩阵,核心张量 $\boldsymbol{T}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times L}$是对称张量,张量 $\boldsymbol{M}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$的核心张量为:

$$\boldsymbol{T}=\sum_{l=1}^{P}\boldsymbol{a}'_l\circ\boldsymbol{a}'^{*}_l\circ\boldsymbol{d}'_l \tag{30}$$

其中,$\boldsymbol{a}'_l$和 $\boldsymbol{d}'_l$分别为矩阵 $\boldsymbol{A}'$和 $\boldsymbol{D}'$的第 l 列。计算的目标是获得混合矩阵 $\boldsymbol{A}$,因为 Tucker 分解的第一因子和第二因子是单位矩阵,所以可推导得到:

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{I}\boldsymbol{A}'=\boldsymbol{A}' \tag{31}$$

3.3　计算复杂度分析

本节将分析本文所提算法的计算复杂度。对于利用交替最小二乘求解广义生成函数的方法,其交替最小二乘求解过程直接用于分解张量 $\boldsymbol{M}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$,因此每步迭代计算复杂度为 $O(3PKQ^2+QKP^2+Q^2P^2)$。而本文所提方法的计算复杂度取决于原始张量 $\boldsymbol{M}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times K}$的 Tucker 分解,可通过奇异值分解(Singular Value Decomposition,SVD)实现模式 3 的矩阵 $\boldsymbol{M}_{(3)}$,然后利用交替最小二乘求解核心张量 $\boldsymbol{T}\in\mathbb{C}^{Q\times Q\times L}$。上述步骤的迭代复杂度分别为 $O(Q^6)$和 $O(3PLQ^2+QLP^2+Q^2P^2)$。

在通常情况下,处理点数量 K 的取值一般较大,可实现统计信息的积累,而核心张量阶 L 的取值一般远小于 K。例如,在 $K=100$ 的情况下,$L=8$,这就实现了计算复杂度的大幅降低。

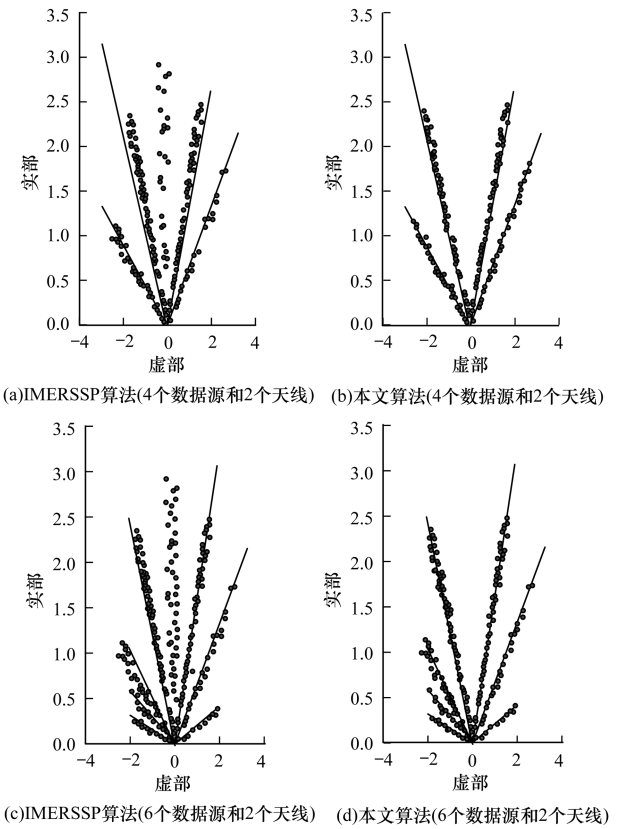
4　实验结果与分析

在本文实验中,选取的对比算法为 IMERSSP 算法、经典 DUET 算法和文献[13]算法,其中 IMERSSP 算法和经典 DUET 算法见文献[17]。设定参数:$d=1\ 000$,$p=30$,$L=1\ 024$。盲识别精度评价指标如下:

$$Error=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}|\theta_n-\hat{\theta}_n|^2} \tag{32}$$

其中,θ_n 为第 n 个原始方位;$\hat{\theta}_n$ 为第 n 个估计方位;θ_n 和 $\hat{\theta}_n$ 是均方根角度误差。

首先,选取 IMERSSP 算法进行对比,考虑 4 个数据源和 2 个天线情况,令 $M=2,N=4$,估计 $\hat{\boldsymbol{a}}_{2n}$,$n=1,2,3,4$ 的峰值检测散点图见图 2(a)、图 2(b)。然后,考虑 6 个数据源和 2 个天线情况,令 $M=2,N=6$,估计 $\hat{\boldsymbol{a}}_{2n}$,$n=1,2,\cdots,6$ 的峰值检测散点图见图 2(c)、图 2(d)。由此可知,本文算法相对于选取的 IMERSSP 算法,在峰值检测散点图估计上性能更优。在图 2(a)、图 2(b)所示对比图中,IMERSSP 算法的散点图在中间位置出现错误的估计分布,而本文算法相对更为准确地实现了 $\hat{\boldsymbol{a}}_{2n}$的估计。在图 2(c)、图 2(d)所示对比图中,IMERSSP 算法的散点图在中间位置同样出现错误的估计分布,而本文算法相对更为准确地实现了 $\hat{\boldsymbol{a}}_{2n}$的估计。其中,散点表示估计值;直线表示真实值。



(a)IMERSSP算法(4个数据源和2个天线) (b)本文算法(4个数据源和2个天线)

(c)IMERSSP算法(6个数据源和2个天线) (d)本文算法(6个数据源和2个天线)

图 2 峰值检测散点图对比情况

盲识别精度对比情况如图 3 所示,数据源数量为 $n=3,4,5,6$,天线数量为 $M=2$。对比算法为 IMERSSP 算法、经典 DUET 算法和文献[13]的欠定混叠盲辨识分解算法。这里选取 IMERSSP 算法和本文算法的信号到达角度估计结果进行对比,如表 1 所示。

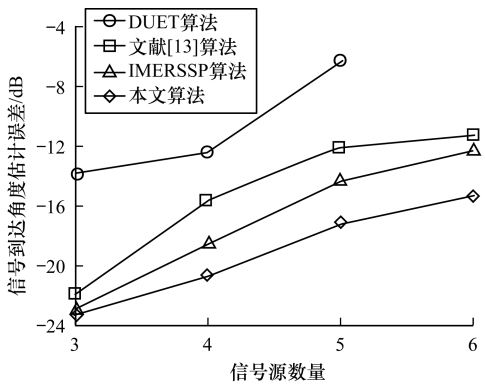


图 3 盲识别精度对比情况

表 1 信号到达角度估计结果对比 (°)

算法	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
IMERSSP 算法	14.956 8	15.734 9	14.423 5	14.298 5
	45.198 7	44.741 3	44.821 7	45.408 4
	−60.178 6	−59.987 5	−60.352 4	−57.379 1
	—	−74.812 7	−73.956 8	−75.365 8
	—	—	69.487 2	70.824 3
	—	—	—	−69.195 8
本文算法	15.012 3	15.265 8	14.786 7	14.356 8
	44.886 4	45.457 9	45.632 8	45.375 9
	−59.746 8	−59.987 6	−60.080 6	−59.072 6
	—	−74.935 6	−74.563 2	−74.213 7
	—	—	71.812 6	70.486 9
	—	—	—	−67.781 6

根据图 3 所示盲识别精度评价指标对比情况及表 1 所示信号到达角度估计结果对比数据可知,本文算法在盲识别精度上要优于选取的对比算法,其次为 IMERSSP 算法,经典 DUET 算法的盲识别精度最差,并且在信号源数量大于 5 时出现处理数据失败情况。本文算法在上述示例中的盲识别精度分别比 IMERSSP 算法、文献[13]算法和经典 DUET 算法提高 23.1%,25.9% 和 48.9%,上述对比结果验证了所提算法在盲识别精度上的优势。

考虑数据源数量为 $n=3,4,5,6$,天线数量为 $M=2$,对比算法为 IMERSSP 算法,经典 DUET 算法和文献[13]算法的情况下,4 种算法的盲识别计算时间对比情况如表 2 所示。

表 2 盲识别计算时间对比 s

算法	$n=3$	$n=4$	$n=5$	$n=6$
DUET 算法	2.6	3.4	4.6	5.3
文献[13]算法	4.8	5.9	7.3	8.6
IMERSSP 算法	5.9	6.7	8.8	9.7
本文算法	2.7	3.2	4.1	4.8

根据表 2 计算时间对比数据可知,本文算法与经典 DUET 算法的计算时间接近,甚至略优于

DUET 算法,文献[13]算法的计算时间要长于经典 DUET 算法和本文算法,而 IMERSSP 算法的计算所需时间最长。上述实验数据验证了所提算法的计算效率较优。

5　结束语

本文提出一种适用于均匀线性阵列系统的盲识别算法,给出均匀线性阵列系统的模型描述,并引入 Tucker 分解结合交替最小二乘方法实现了均匀线性阵列系统的盲识别。由于实验条件限制,本文仅在较少的数据源和天线数量情况下进行算法验证,因此下一步将对大规模线性阵列系统盲识别的实验创建和应用开发进行研究,提高盲识别效果。

参考文献

[1] 赵　博,郭　虹,刘勤让,等. 基于加权累积和检验的加密流量盲识别算法[J]. 软件学报,2013,24(6):1334-1345.

[2] NOVARA C,MOHAMMAD P N,VINCENT T,et al. A Nonlinear Blind Identification Approach to Modeling of Diabetic Patients[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology,2016,24(3):1092-1100.

[3] AVILA F R,CARVALHO H T,BISCAINHO L W P. Bayesian Blind Identification of Nonlinear Distortion with Memory for Audio Applications[J]. IEEE Signal Processing Letters,2016,23(4):414-418.

[4] SINGH S,ANTTILA L,EPP M,et al. Frequency Response Mismatches in 4-channel Time-interleaved ADCs:Analysis,Blind Identification,and Correction[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I:Regular Papers,2015,62(9):2268-2279.

[5] XIA Tian,WU Hsiao-chun. Novel Blind Identification of LDPC Codes Using Average LLR of Syndrome a Posteriori Probability[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2014,62(3):632-640.

[6] 闫文君,张立民,凌　青,等. 一种基于高阶累积量的正交空时分组码盲识别方法[J]. 电子学报,2016,44(5):1258-1264.

[7] ZHANG Mingjian, YU Simin, WEI Gang. Sequential Blind Identification of Underdetermined Mixtures Using a Novel Deflation Scheme[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems,2013,24(9):1503-1509.

[8] GU Fanglin, ZHANG Hang, WANG Wenwu, et al. PARAFAC-based Blind Identification of Underdetermined Mixtures Using Gaussian Mixture Model[J]. Circuits,Systems,and Signal Processing,2014,33(6):1841-1857.

[9] GU Fanglin, ZHANG Hang, WANG Wenwu, et al. A Promising Technique for Blind Identification:The Generic Statistics[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing,2016,35(7):2544-2562.

[10] QIAO Yantao, YIN Xiaoyu, XU Lina. Soft Iterative Detector and Semi-blind Identification for LDPC-coded MIMO Systems in Dispersive Fading Channels[C]// Proceedings of IEEE Wireless Communications and Networking Conference. Washington D. C. ,USA:IEEE Press,2016:152-159.

[11] XIA Tian,WU Hsiao-chun. Blind Identification of Nonbinary LDPC Codes Using Average LLR of Syndrome a Posteriori Probability[J]. IEEE Communications Letters,2013,17(7):1301-1304.

[12] 张立民,凌　青,闫文君. 基于高阶累积量的空时分组码盲识别算法研究[J]. 通信学报,2016,37(5):1-8.

[13] de ALMEIDA A L F, LUCIANI X, STEGEMAN A, et al. CONFAC Decomposition Approach to Blind Identification of Underdetermined Mixtures Based on Generating Function Derivatives[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2012,60(11):5698-5713.

[14] YU Chengpu, ZHANG Cishen, XIE Lihua. Blind Identification of Multi-Channel ARMA Models Based on Second-order Statistics[J]. IEEE Transactions on Signal Processing,2012,60(8):4415-4420.

[15] XIONG Ying,ZHANG Gaoyi,TANG Bin,et al. Blind Identification and DOA Estimation for Array Sources in Presence of Scattering[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics,2011,22(3):393-397.

[16] PENG Liang,MA Hong. Design and Implementation of Software-defined Radio Receiver Based on Blind Nonlinear System Identification and Compensation[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I:Regular Papers,2011,58(11):2775-2789.

[17] SU Q,SHEN Y,JIAN W,et al. Underdetermined Blind Identification for Uniform Linear Array by a New Time-frequency Method[J]. Circuits System Signal Process,2016,35(5):1-20.

编辑　陆燕菲

(上接第 61 页)

[13] 任晓岳,陈长兴. Underlay 认知无线电网络功率与允入控制优化算法[J]. 系统工程与电子技术,2016,38(10):2395-2404.

[14] MESODIAKAKI A, ADELANTADO F. Performance Analysis of a Cognitive Radio Contention-aware Channel Selection Algorithm[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology,2015,64(5):1958-1972.

[15] LIANG Y C,ZENG Yonghong,PEH E C Y,et al. Sensing-Throughput Tradeoff for Cognitive Radio Networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications,2008,7(4):1326-1337.

[16] ZHANG Lin,XIAO Ming,WU Gang,et al. Energy-efficient Cognitive Transmission with Imperfect Spectrum Sensing[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications,2015,4(3):14-21.

编辑　金胡考