·人工智能及识别技术·　　文章编号：1000-3428(2017)11-0173-09　　文献标志码：A　　中图分类号：TP391

FMEA环境下区间梯形二型模糊群体判断聚合方法研究

王铁旦，邵小十，彭定洪
（昆明理工大学 质量发展研究院，昆明 650093）

摘　要：针对失效模式和影响分析高度不确定的复杂群体判断环境，提出一种新的区间梯形二型模糊(IT2 TF)群体判断聚合方法。通过深度挖掘数据信息求解信息的集中趋势和波动范围，构建隶属函数参数模型，将含有个体判断不确定性的一组区间判断信息聚合成IT2 TF群体判断结果，从而量化群体判断的一致性意见并记录实际存在的不确定性信息。算例分析结果验证了该聚合方法的有效性及实用性，并表明其能提高群体判断结果的准确度。

关键词：失效模式和影响分析；区间梯形二型模糊；群体判断聚合方法；隶属函数；不确定性

中文引用格式：王铁旦，邵小十，彭定洪. FMEA环境下区间梯形二型模糊群体判断聚合方法研究[J]. 计算机工程，2017，43(11)：173-181.

英文引用格式：WANG Tiedan，SHAO Xiaoshi，PENG Dinghong. Research on Interval Type-2 Trapezoidal Fuzzy Group Judgment Aggregation Method Under FMEA Environment[J]. Computer Engineering，2017，43(11)：173-181.

Research on Interval Type-2 Trapezoidal Fuzzy Group Judgment Aggregation Method Under FMEA Environment

WANG Tiedan，SHAO Xiaoshi，PENG Dinghong
(Institute of Quality Development，Kunming University of Science and Technology，Kunming 650093，China)

【Abstract】 According to the highly uncertainty group judgment complexity environment bring by Failure Mode and Effects Analysis(FMEA)，this paper proposes an novel Interval Type-2 Trapezoidal Fuzzy(IT2 TF) group judgment aggregation method to compute the centralized tendency and fluctuation range of the membership function through the deep mining data information. Based on it，the IT2 TF membership function parameter model is obtained. The model aggregates a set of interval individual judgment with uncertainty information into IT2 TF group judgment result，thereby quantifies the group judgment consensus as well as the uncertainty information by integration of individual judgment. The practicability and effectiveness of the proposed method is demonstrated by an illustrative example and comparative analysis，and indicates it can improve the accuracy of the gourp judgement result.

【Key words】 Failure Mode and Effects Analysis(FMEA)；Interval Type-2 Trapezoidal Fuzzy(IT2 TF)；group judgment aggregation method；membership function；uncertainty

DOI：10.3969/j.issn.1000-3428.2017.11.028

0　概述

失效模式和影响分析(Failure Mode and Effects Analysis，FMEA)是一种针对高风险环节的前瞻性风险分析技术。根据来自流程相关的各领域专家的专业知识、已有工作文件和实际工作经验，自底而上、由因及果排查产品设计或服务过程中所有可能存在的失效或故障模式。通过判断其后果的严重程度、发生频度和可探测度3个维度的等级，确定每一失效模式的潜在危害情况。将3个风险因素判断值相乘得到风险优先数(Risk Priority Number，RPN)，找到高RPN失效模式为重点的改进需求[1]。之后再次评估产品或工作流程的各项指标数是否存在改进：若无改进，则进一步分析原因，直至有所改善；或者得出受客观条件限制无法改进的结论[2]。为了发挥FMEA方法的优势，达到风险分析的目的，判断失效模式的风险因素时必须从流程所及各领域的不同角度分析其现存及潜在的危害状况，需组建FMEA小组进行群体决策以满足分析需求。但是，随之而来的是FMEA小组群体决策所具有的高度不确定性

基金项目：国家自然科学基金(61364016)；中国博士后科学基金(2014M550473，2015T80990)；云南省应用基础研究计划项目(2014FB136)。

作者简介：王铁旦(1966—)，男，高级工程师、博士研究生，主研方向为模糊决策；邵小十，硕士研究生；彭定洪(通信作者)，副教授、博士。

收稿日期：2016-09-23　　**修回日期**：2016-11-16　　**E-mail**：pengdinghong 2006@163.com

影响，即问题的复杂性增加了个体判断的不确定性。由背景差异较大的专家团队进行的多角度群体判断，增加了群体判断结果的不确定性。因此，判断结果必须考虑不确定信息。

在高度不确定环境下，需要适度保留不确定性信息，以获取更加精确的结果，因此自模糊集理论提出以来，不断有学者将其引入到 FMEA 中。文献[3]提出将模糊逻辑知识应用于 FMEA 分析方法，并提出模糊 RPN 值计算方法。文献[4]提出基于模糊 AHP 的 TOPSIS 方法对失效模式风险等级进行排序。文献[5]使用模糊 MULTIMOORA 方法对目标函数进行优化，区分失效模式的风险程度。文献[6]根据风险因素的灰色关联度求解模糊风险等级系数。然而，上述方法在引入模糊集理论时，皆采用主观定义隶属函数的方法刻画评价等级标准界定的不确定性。这种方式不仅不够客观，而且针对的对象是评价等级的标准，而非不确定性产生的根源——人判断的不确定性，因此没有从根本上解决高度不确定环境下不确定性信息对判断结果准确性的直接影响。并且，在现有研究中[3-6]采用的模糊数形式多为一型模糊，其对不确定性程度的刻画能力远不及二型模糊集理论。虽然文献[7]根据二型模糊集的几何含义，提出在均匀分布前提下将区间数转换为区间二型三角模糊数的方法，但是显然均匀分布的前提不具有一般性，实际应用时必然会产生较大误差。

为解决在 FMEA 高度不确定环境下人为判断的不确定性对结果准确性的影响，本文提出一种新的构造区间梯形二型模糊隶属函数的方法刻画不确定性。该方法不仅选择采用区间梯形二型模糊的形式提高准确度，而且在构造隶属函数的过程中形成聚合个体判断的群体判断结果。此结果包含了群体的智慧，降低了因判断失误造成失真的风险。同时，该聚合过程考虑了个体意见的不一致、不同个体对同一标准判断的差异等个体间的不确定性因素。

1 基础理论

1.1 信息不确定性及其定量表示方法

文献[8]认为不确定性是信息的一种属性，并提出广义不确定性理论(Generalized Theory of Uncertainty, GTU)分析该现象。文献[9]指出一旦信息的不确定性能够有效测量，就可以用来推断证据，评估给定小组变量间的强度关系以及给定的输入变量对输出变量的影响，测量出在化简系统时所造成的信息损失等。不同人对同一事物的判断有不同的理解，所以人的判断势必存在不确定性，包括个人对该事物判断的不确定性以及不同人对同一事物理解上的不确定性。在 FMEA 方法中，在查找失效模式并对该结果进行影响分析时，需要由流程涉及的各领域的专家或直接负责人组成综合性 FMEA 小组对其进行评判，因此，信息的不确定性更加明显。

这种显著的不确定信息使得人在判断时难以用单一准确值准确刻画自己的判断意见，同时为了降低判断失误的风险，人们趋向于给出带有一定波动范围的描述，因此，用区间数表示个体判断信息最为合适。鉴于此，本文仍采用传统 FMEA 方法的 10 个等级评价准则，但有所不同的是，评价刻度扩展为 0～10区间内连续的数值范围。专家们在这个范围内给出的区间个体判断值，既是对被判断项所属等级的判断，同时也是自身对判断结果自信程度以及对相邻等级偏向性的判断。需要强调的是，虽然区间数蕴含了较多信息，但在数据应用时却只能挖掘出端点信息，而区间二型模糊数可以更准确地刻画不确定性信息。然而，做出判断的专家们往往并非模糊集理论的研究者，因此，无法直接给出模糊数形式。综上所述，既要考虑个体判断的不确定性，又要在高度不确定环境下聚合成精确刻画不确定性的群体判断定量结果，其本质上就是将一组区间型个体判断值聚合成更为复杂的区间梯形二型模糊群体判断值的过程。

1.2 区间二型模糊数及隶属函数

文献[10]提出模糊理论对数据中存在的模糊性进行刻画。文献[11]进一步对模糊数隶属度的模糊性进行刻画，提出区间二型模糊集理论。为表现严谨性，现声明本文中所研究的区间二型模糊集(Interval Type-2 Fuzzy Set, IT2 FS)皆为闭区间二型模糊集。因此，模糊数的迹将完全保留并表示出该模糊数的不确定性。

定义 1 二型模糊数 $\tilde{A}$ 表示为[12]：

$$\begin{aligned}\tilde{A} &= \iint \mu_{\tilde{A}}(x,u)/(x,u) \\ &= \{((x,u),\mu_{\tilde{A}_x}\mu(x,u)) \mid x \in X, \forall u \in [0,1]\}\end{aligned} \tag{1}$$

令 $\mu_{\tilde{A}}(x,u)=1$，则二型模糊数 $\tilde{A}$ 简化成区间二型模糊集。

$$\tilde{A} = \int_{x \in X}\int_{u \in J_x} 1/(x,u) = \int_{x \in X}\left[\int_{u \in J_x} 1/u\right]/x \tag{2}$$

其中，$J_x = \{(x,u) \mid u \in [0,1], \mu_{\tilde{A}}(x,u) > 0\} = \{(x,u): u \in [\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x), \bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)]\}$ 为 IT2 FS $\tilde{A}$ 的主隶属函数。对于每个 $x \in X$，J_x 为[0,1]上的一个子集。

此时，区间二型模糊数 $\tilde{A}$ 的上隶属函数(Upper Membership Function, UMF)和下隶属函数(Lower Membership Function, LMF)皆为一型模糊数，$\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ 和 $\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)$ 分别为这 2 个一型模糊的隶属度函数，上下隶属函数反映了次隶属度(Secondary Membership, SM)对主隶属度(Primary Membership, PM)不确定性程度的刻画范围。其中：

$$\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)=\sup\{u \mid u\in[0,1],\mu_{\tilde{A}}(x,u)>0\}$$
$$\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x)=\inf\{u \mid u\in[0,1],\mu_{\tilde{A}}(x,u)>0\}$$

显然,两者皆是由基变量 x 决定的关于二次变量 u 的函数。

定义 2　区间二型模糊数 $\tilde{A}$ 的迹为[12]:

$$FOU(\tilde{A})=\{(x,\ u)\mid x\in X,u\in[\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x),\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x)]\} \tag{3}$$

如图 1 所示,当 x 在 X 上取任意一点 x_0 时,$u\to[\underline{\mu}_{\tilde{A}}(x_0),\bar{\mu}_{\tilde{A}}(x_0)]$;当 x 取遍 X 上所有点时,u 取到的所有点的区域就是该模糊数具有的不确定性足迹(Footprint of Uncertainty,FOU)。

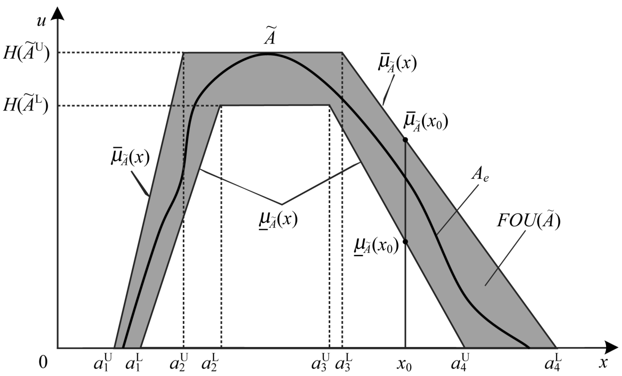

图 1　区间梯形二型模糊数 $\tilde{A}$

定义 3　区间梯形二型模糊集(Interval Type-2 Trapezoidal Fuzzy Set,IT2 TFS)的参数表达式为[13]:

$$\begin{aligned}\tilde{\tilde{A}}&=(\tilde{A}^{\mathrm{U}},\tilde{A}^{\mathrm{L}})\\&=((a_1^{\mathrm{L}},a_2^{\mathrm{L}},a_3^{\mathrm{L}},a_4^{\mathrm{L}};H(\tilde{A}^{\mathrm{L}})),(a_1^{\mathrm{U}},a_2^{\mathrm{U}},a_3^{\mathrm{U}},a_4^{\mathrm{U}};H(\tilde{A}^{\mathrm{U}})))\end{aligned} \tag{4}$$

在区间梯形二型模糊数中,求解出其参数形式,得到各顶点坐标,再根据顶点坐标求解出隶属函数的线性表达式。因此,IT2 TFS 隶属函数的参数形式与函数形式之间的转换满足不确定性表达准则的同等表达性,本文中为便于计算,采用其参数形式。

2　IT2 TF 群体判断聚合方法构建

聚合区间个体判断的区间梯形二型模糊群体判断方法本质上是将一组区间型隶属值集结成更为复杂的 IT2 TFS 隶属函数。集结过程中存在的一致性冲突导致集结结果不是一个简单的区间型数值,而应该是既能刻画出群体一致性,又能刻画出个体间的差异性的更为复杂的 IT2 TFS 值,其中群体一致性共识保证了聚合后群体值的有效性。同时,通过 IT2 TFS 隶属函数保留下的个体间的差异性,记录了群体判断实际存在且不可避免的不确定性,进而使得聚合后的群体判断值更符合实际,客观数值可更准确地表达主观判断。

因此,求解区间梯形二型模糊隶属函数的过程就是个体判断聚合成群体判断的过程。现有研究中存在不同的隶属度函数确定方法,常用方法主要有:

1)直接给出隶属函数的参数值,即根据直接相关或间接相关的对应标准,将数据对应成特定的模糊数,无需计算求解。

2)主观定义隶属函数形状或其表达式,根据数据与给定函数的映射关系,得到模糊数的值,如模糊综合评价法,或在工学研究中根据其特定的物理或几何含义建立映射关系[14]。

3)当数据满足某种分布时,采用拟合法求解给定分布的隶属函数参数值,其中以正态隶属函数最为常见[15]。

然而,上述方法存在主观性较强,灵活性差,无法有针对性地表达不同个体判断的不确定性程度,对数据量及数据分布有限制的问题。因此,皆不适用于本文的研究。

文献[16]提出模糊统计概念,指出其含义是从数据收集到建立数据模糊集模型的过程中,应用统计方法进行定量表示事物内在随机不确定性,部分学者开始引入统计方法处理数据构建隶属函数。针对 FMEA 小组评价数据的特点,本文采用应用统计中探索性数据分析(Exploratory Data Analysis,EDA)方法[17],摈弃数据假设或限定,基于原始数据探索其内在规律性,研究得到一种新颖的区间梯形二型模糊群体判断的聚合方法,针对性地解决高度不确定环境下的群体判断中复杂不确定信息的聚合问题。首先,剔除影响聚合后群体判断结果准确度的异常值。然后,对这一组区间值的左右端点分别计算集中趋势最显著的范围,确定区间梯形二型模糊隶属函数上下界的波动范围。最后,通过对全数据的堆叠累加计算出群体判断的核心取值,即该区间梯形二型模糊隶属函数主隶属度最高值的域及其次隶属度的波动范围。整合以上结果,构造出群体判断聚合结果的区间梯形二型模糊隶属函数参数模型。所得客观数据结果既表达出了群体判断的一致性意见,又包含了现实中不可避免的不确定性信息,更精准地量化出真实主观信息。

2.1　个体判断数据处理

由 K 个不同领域专家组成的 FMEA 小组对自底向上查找出的 n 个失效模式的严重程度、发生频度和可探测度 3 个风险因素进行判断,依据 FMEA 方法中给出的 10 个等级评价准则[6],在[0,10]连续范围内任意取值。其中第 k 个专家给出的第 i 个($i=1,2,\cdots,n$)失效模式的第 j 个($j=1,2,3$)风险因素的区间型评价值为 $A_{ij}^k=[a_{ij}^k,b_{ij}^k]$($k=1,2,\cdots,K$)。

根据 K 个区间型数据构建区间梯形二型模糊隶属函数的过程,就是将 K 个个体评价值聚合成一个群体评价值的过程。最终求得的隶属函数将包含 K 个个体评价值的不确定信息,即包含 FMEA 小组

对第 i 个失效模式的第 j 个风险因素情况判断信息的量化数据值。

对于群体判断来说,期望得到共识性程度较高的最终结果,进而既保证群体判断的有效性(即在独立判断前提下个体间的核心判断趋向于与核心结论量化取值一致),又保证群体判断的准确性(一致的量化值是被广泛认同的,进而认可该数值域与实际情况相吻合,即该数值可准确表达实际情况)。因此,为了提高聚合后群体值的精确度,减少极端值对共识性程度的影响,需要剔除掉严重偏离共识范围的数据。依据文献[18],通过全数据端点值的均值和方差,计算出共识度最高的中心点。若某一数据完全不包含此中心点,则该数据处于群体共识范围之外,会使群体判断结果存在误差,因此需要剔除该数据。

$$\begin{cases}2\mu_a-\xi\leqslant a_{ij}^k<\xi\\ \xi<b_{ij}^k\leqslant 2\mu_b-\xi\end{cases}\tag{5}$$

其中,$k=1,2,\cdots,K$,$\mu_a=\frac{\sum_{k=1}^{K}a_{ij}^k}{K}$,$\sigma_a^2=\frac{\sum_{k=1}^{K}(a_{ij}^k-\mu_a)^2}{K}$,$\mu_b=\frac{\sum_{k=1}^{K}b_{ij}^k}{K}$,$\sigma_b^2=\frac{\sum_{k=1}^{K}(b_{ij}^k-\mu_b)^2}{K}$。

式(1)中 ξ 求解如下:

$$\xi=\frac{(\mu_b\sigma_a^2-\mu_a\sigma_b^2)-\sigma_a\sigma_b\left[(\mu_a-\mu_b)^2+2(\sigma_a^2-\sigma_b^2)\ln(\sigma_a/\sigma_b)\right]^{1/2}}{\sigma_a^2-\sigma_b^2}\tag{6}$$

其中,ξ 满足 $\mu_a\leqslant\xi\leqslant\mu_b$。

根据式(6)对 K 个评价值进行判断。剔除 $r(0\leqslant r\leqslant K)$ 个不满足式(5)的评价值,对保留的 $V=K-r(0\leqslant V\leqslant K)$ 个有效数据 $A_{ij}^v=[a_{ij}^v,b_{ij}^v]$ $(v=1,2,\cdots,V)$ 进行建模。

根据建模理论要求,所建模型需要权衡数据(信息)保留程度与所得模型的计算复杂度之间的关系,并且可以适用的模型往往不止一种,因此需要选择和应用背景更为适配的模型。在本文中,根据探索性数据分析中四分数分析在保留数据(信息)集趋势上的优势,限定有效的界值波动范围;根据堆叠累积思想原理找到全部数据(信息)共识度最高的域,以保证数据的核心信息能够完整保留的基础上,确定核心信息的波动范围。由此得到的区间梯形二型模糊隶属函数的参数模型能够兼顾信息的保留程度,并以最小的计算量得到最有效的结果。

2.2 群体判断界值范围限定

在聚合个体判断成群体判断时,首先需要对聚合成的群体判断隶属函数的界值范围进行限定,以确定该群体判断的最大隶属范围。考虑到精确程度的均衡问题,该范围既要包含最集中的趋势信息,同时要对其进行一定的优化。若直接存留全部不确定性信息,会因过度模糊而造成具体含义不明。因此,为精确表达群体综合意见,需采用四分数来限定最有效的不确定信息范围。

探索性数据分析中的术语四分数与传统统计中的四分位数不尽相同,通过对数据深度进行求解并对数据无限定性假设,因此更强调挖掘数据本身的内在规律性。在求解过程中,需要对区间评价值的左右端点分别分析和计算。由于两端采用的分析计算方法一致,不失一般性,以下将以左端点为例对其计算方法进行阐述。

保留的 V 个评价值的左端点形成集合 $L_0=\{a_{ij}^1,a_{ij}^1,\cdots,a_{ij}^v\}(v=1,2,\cdots,V)$,对其进行递增排序,即:

$$a_1^{ij}=\min\{a_{ij}^v,v=1,2,\cdots,V\},L_1=\{a_1^{ij}\}\tag{7}$$

$$a_n^{ij}=\min\{a_{ij}^v\mid a_{ij}^v\in L_0-L_{n-1}\}\tag{8}$$

其中,$L_n=L_{n-1}\cup\{a_n^{ij}\}(n=2,3,\cdots,V)$。在得到次序统计量 $L=\{a_1^{ij},a_2^{ij},\cdots,a_V^{ij}\}$后,易得 $a_1^{ij}\leqslant a_2^{ij}\leqslant\cdots\leqslant a_V^{ij}$。

对次序统计量 L 中数据按其排列的顺序,由小到大赋予的次序值为该数据值的升秩;同理,由大到小赋予的次序值为该数据值的降秩。

$$d^+(a_x^{ij})=x;d^-(a_x^{ij})=V-x+1\tag{9}$$

该数据的深度是它的升秩及降秩两者中的最小值,即:

$$d(a_x^{ij})=\min\{d^+(a_x^{ij});d^-(a_x^{ij})\}\tag{10}$$

易证得数据的深度有如下性质:

1)次序统计量中存在 2 个数据的深度值相等:

$d(a_{V-x+1}^{ij})=d(a_x^{ij})=x$

2)深度最小的为次序统计量中极值 a_1^{ij} 和 a_V^{ij} 的深度,即:

$d(a_1^{ij})=d(a_V^{ij})=1$

3)深度最大的为次序统计量中中位数 M_L 的深度。中位数 M_L 的值为:

$$M_L=\begin{cases}a_l^{ij},V=2l-1\\ \dfrac{a_l^{ij}+a_{l+1}^{ij}}{2},V=2l\end{cases}\tag{11}$$

中位数 M_L 的深度为:

$$d(M_L)=\frac{V+1}{2}=\begin{cases}l_1,V=2l_1-1\\ l_1+\dfrac{1}{2},V=2l_1\end{cases}\tag{12}$$

式(11)中的 l 和式(12)中的 l_1 为中间数值变量。

根据文献[17],上下四分数之间的数据值既记录了该组数据的集中趋势,又位于集中趋势的合理波动范围之内。因此,为保证求得的隶属函数能够更加高效地记录数据的有效信息,本文采用上下四分数对其边界限进行界定。

计算出 L 中的$\frac{1}{2}$深度值,根据四分数定义,L 中深度为$\frac{1}{2}$深度的 2 个值即为上下四分数,其中较大的为上四分数 F^{U},较小的为下四分数 F^{L}。因此,L 中$\frac{1}{2}$深度值为:

$$d(F_L^{\mathrm{U}}) = d(F_L^{\mathrm{L}}) = \frac{[d(M_L)]+1}{2} = \begin{cases} l_2, [d(M_L)] = 2l_2 - 1 \\ l_2 + \frac{1}{2}, [d(M_L)] = 2l_2 \end{cases} \tag{13}$$

其中,$[d(M_L)]$为对式(12)求解出的 $d(M_L)$进行取整运算。

当 $d(F_L^{\mathrm{U}}) = d(F_L^{\mathrm{L}})$为整数时:

$$F_L^{\mathrm{L}} = a_{d(F_L^{\mathrm{L}})}^{ij}, F_L^{\mathrm{U}} = a_{V-d(F_L^{\mathrm{L}})+1}^{ij} \tag{14}$$

当 $d(F_L^{\mathrm{U}}) = d(F_L^{\mathrm{L}})$为小数时,对其进行取整运算得$[d(F_L^{\mathrm{U}})] = [d(F_L^{\mathrm{L}})] = l_3$,则:

$$F_L^{\mathrm{L}} = \frac{a_{l_3}^{ij} + a_{l_3+1}^{ij}}{2}, F_L^{\mathrm{U}} = \frac{a_{V-l_3+1}^{ij} + a_{V-l_3+2}^{ij}}{2} \tag{15}$$

在探索性数据分析中,散布是反映数据离散状况的度量,其中最常用的就是四分散布。计算次序统计量 L 的四分散布为:

$$d_F^{\mathrm{L}} = F_L^{\mathrm{U}} - F_L^{\mathrm{L}} \tag{16}$$

在探索性数据分析中,通过四分数确定的数据空间为数据深度大于中间值的部分,这部分数据可更精确地记录数据集的集中趋势及波动范围,但在群体决策时会出现四分散布为 0 的情况,即群体成员对该评价对象的边界判断较为统一。在这种情况下,需要更加精确区分离散程度的细微差异。因此,本文对传统临界值方法进行精确度的修正,以增加模型的健壮性。

$$Cv_L^{\mathrm{L}} = F_L^{\mathrm{L}} - 1.5\left(\frac{3d_F^{\mathrm{L}}}{12} + \frac{F_L^{\mathrm{L}} - a_1^{ij}}{12}\right) \tag{17}$$

$$Cv_L^{\mathrm{U}} = F_L^{\mathrm{U}} + 1.5\left(\frac{3d_F^{\mathrm{L}}}{12} + \frac{a_V^{ij} - F_L^{\mathrm{U}}}{12}\right) \tag{18}$$

同理,对保留的 V 个评价值的右端点进行分析计算,可以得到次序统计量 R 以及 $F_R^{\mathrm{L}}, F_R^{\mathrm{U}}, Cv_L^{\mathrm{L}}, Cv_L^{\mathrm{U}}$ 等。

需要说明的是,当确定需要优先处理的失效模式后,对该失效模式进行进一步分析时,可以再次利用已求得的探索性数据分析结果,根据四分数与极值绘制箱线图,通过比对其拖尾形式,掌握专家们对风险因素状态的具体定位,制定有针对性的改进策略,但这部分内容不是本文的重点,因此不在此做详细介绍。

2.3　群体判断主隶属域确定

每个区间判断值中都包含了个体判断的不确定信息,为更加精确地聚合这些不确定信息,需要对完整的判断值进行堆叠累积。通过堆叠累积,不仅能够直观地找到群体意见共识程度最高的部分,也就是最终所得群体隶属函数的主隶属程度(即该模糊数的核心本质),同时能够体现出个体间的差异性,也就是次隶属程度的波动情况(即该模糊数的模糊程度)。根据累积结果计算出全范围内数据出现的比率,比率越高的区域在群体判断结果中的隶属程度越高。最后根据堆叠图计算群体判断中不同等级的隶属程度波动范围。需要注意的是,在本节计算中,异常值不会对结果造成误差,反而能进一步记录更多的不确定信息,因此计算时需要对全部数据进行统计。

为减少计算量,首先确定有效数据区间作为全数据范围。对于 K 个评价值 $A_{ij}^k = [a_{ij}^k, b_{ij}^k]$,计算出该组评价值的最大与最小参数为:

$$M = \max\{a_{ij}^k, b_{ij}^k \mid (k = 1, 2, \cdots, K)\} \tag{19}$$

$$m = \min\{a_{ij}^k, b_{ij}^k \mid (k = 1, 2, \cdots, K)\} \tag{20}$$

第 i 个失效模式的第 j 个风险因素的有效数据区间为$[m, M]$。将$[m, M]$上的所有点排列成次序统计量 $X = \{x_{ij}^1, x_{ij}^2, \cdots, x_{ij}^n, x_{ij}^{n+1}\}$且 $x_{ij}^q < x_{ij}^{q+1}$, $q = 1, 2, \cdots, n$。x_{ij}^q 和 x_{ij}^{q+1} 之间相差 Δt,即将$[m, M]$分成 n 段,每段长 Δt,且 Δt 的取值决定数据的精度。Δt 越趋近于 0,精度越高,但计算量也越大。并且当 $\Delta t < 0.001$时,对精度的影响趋于平缓,而计算量仍呈几何级数增加。因此,根据不同情况,Δt 在$[0.001, 1]$范围内取值,计算效率更高。

比较区间上的每一个点与所给的评价值,得出该点所包含的所有评价值。

$$I_q = \sum_{k=1}^{K} e_{Lq}, e_{Lq} = \begin{cases} 1, a_{ij}^k \leqslant x_{ij}^q \\ 0, a_{ij}^k > x_{ij}^q \end{cases} \tag{21}$$

$$O_q = \sum_{k=1}^{K} e_{Rq}, e_{Rq} = \begin{cases} 1, b_{ij}^k < x_{ij}^q \\ 0, b_{ij}^k \geqslant x_{ij}^q \end{cases} \tag{22}$$

其中,Q_q 即为点 x_{ij}^q相对于最高支持数的比率。

$$Q_q = \frac{f_q}{K} \tag{23}$$

其中,$q = 1, 2, \cdots, n, f_q = I_q - O_q$。

求得最高比率 $Q_{\max}$及次高比率 $Q'_{\max}$:

$$Q_{\max} = \max(Q_q), Q'_{\max} = \max(Q_q \mid Q_q < Q_{\max}) \tag{24}$$

计算得到该组评价值集中趋势最显著的区间段$[Ct_m^{\mathrm{U}}, Ct_M^{\mathrm{U}}]$及相邻区间段$[Ct_m^{\mathrm{L}'}, Ct_m^{\mathrm{L}'}]$:

$$Ct_M^{\mathrm{U}} = x_{ij}^{\max\{q \mid Q_q = Q_{\max}\}}, Ct_m^{\mathrm{U}} = x_{ij}^{\min\{q \mid Q_q = Q_{\max}\}} \tag{25}$$

$$Ct_M^{\mathrm{L}'} = x_{ij}^{\max\{q \mid Q_q = Q'_{\max}\}}, Ct_m^{\mathrm{L}'} = x_{ij}^{\min\{q \mid Q_q = Q'_{\max}\}} \tag{26}$$

需要注意的是,当 $Ct_M^{\mathrm{U}} - Ct_m^{\mathrm{U}} < 1.5\Delta t$ 时,需要对 $Q_{\max}$进行显著性判断及修正。

$$(Ct_M^{L'}-Ct_m^{L'})-(Ct_M^{U}-Ct_m^{U})>(1+\frac{1}{10Q_{\max}})(Ct_M^{U}-Ct_m^{U}) \tag{27}$$

当 $Q_{\max}$ 满足判断式(27)时,证明其不具有显著性,应进行修正。令 $Q''_{\max}=\max(Q_q \mid Q_q<Q_{\max})$ 并将修正后的 $Q''_{\max}$ 替换 $Q_{\max}$ 带入式(25)中计算求解 $[Ct_m^U,Ct_M^U]$。

由此可见,$[Ct_m^U,Ct_M^U]$ 区间段得分比率最高,是该组评价值集中趋势最显著的范围,即专家组意见最集中的区域,因此该项评值的隶属函数在此段的隶属度最高。而对于此区域的不确定信息则体现在次高比率区间段内,$[Ct_m^{L'},Ct_M^{L'}]$ 区间段是对 $[Ct_m^U,Ct_M^U]$ 区间段的延续和补充,由此可得到集中趋势最显著的范围中隶属度最低的区域 $[Ct_m^L,Ct_M^L]$。

$$Ct_m^L=Ct_m^{L'}+\frac{Ct_M^U-Ct_m^U}{2} \tag{28}$$

$$Ct_M^L=Ct_M^{L'}-\frac{Ct_M^U-Ct_m^U}{2} \tag{29}$$

2.4 区间梯形二型模糊群体判断隶属函数参数模型

根据上述模型的构建原理及过程,可以得到对于第 i 个($i=1,2,\cdots,n$)失效模式的第 j 个($j=1,2,3$)风险因素的区间梯形二型模糊群体判断参数形式为:

$$\tilde{\tilde{A}}=(\tilde{A}_{ij}^L,\tilde{A}_{ij}^U)$$
$$=((a_{ij1}^L,a_{ij2}^L,a_{ij3}^L,a_{ij4}^L;H(\tilde{A}_{ij}^L)),(a_{ij1}^U,a_{ij2}^U,a_{ij3}^U,a_{ij4}^U;H(\tilde{A}_{ij}^U)))$$

对应的参数取值如下:

$$a_{ij1}^U=Cv_L^L,a_{ij2}^U=Ct_m^U,a_{ij3}^U=Ct_M^U,a_{ij4}^U=Cv_R^L,H(\tilde{A}_{ij}^U)=Q_{\max}$$

$$a_{ij1}^L=Cv_L^U,a_{ij2}^L=Ct_m^L,a_{ij3}^L=Ct_M^L,a_{ij4}^L=Cv_R^L,H(\tilde{A}_{ij}^L)=Q'_{\max}$$

综上所述,聚合成的区间梯形二型模糊群体判断值为:

$$\tilde{\tilde{A}}_{ij}=[\tilde{A}_{ij}^L,\tilde{A}_{ij}^U]$$

其中:

$$\tilde{A}_{ij}^U=(Cv_L^L,Ct_m^U,Ct_M^U,Cv_R^U;Q_{\max})$$

$$\tilde{A}_{ij}^L=(Cv_L^U,Ct_m^L,Ct_M^L,Cv_R^L;Q'_{\max})$$

3 FMEA 环境下群体判断聚合实例分析

根据文献[6]中的数据,为了识别潜在的失效模式,10 位来自不同领域的专家组成 FMEA 小组,根据部分有效数据信息和现场状况,结合自身的不同经验,自底向上对一家全球邮轮船舶管理公司的邮轮设备故障进行分析,最终 FMEA 小组查找出如表 1所示的 12 个潜在失效模式。对这 12 个失效模式的发生频度、严重程度和可探测度 3 个风险因素进行判断,依据文献[6]中标准,在[0,10]连续范围内取值。

表 1 邮轮设备失效模式

编号	失效模式
1	辅助发动机(Auxiliary engine)
2	辅助机器(Auxiliary machinery)
3	锅炉(Boiler)
4	货船泵(Cargo pump)
5	货油系统(Cargo system)
6	甲板机械(Deck machinery)
7	电气(Electrical)
8	应急设备(Emergency equipment)
9	船体部分(Hull part)
10	液压系统(Hydraulic system)
11	惰性气体系统(Inert gas system)
12	主发动机(Main engine)

3.1 区间梯形二型模糊群体判断隶属函数计算

该案例是由多领域的专家根据部分既往数据和大量主观经验通过群体决策做出前瞻性的判断,因此具有高度的不确定性和模糊性。根据上文构建的处理在高度不确定环境下群体判断问题的聚合方法,对 12 个失效模式的三大风险因素的群体评价值建立唯一的隶属函数。不失一般性,现以 1 号失效模式为例。根据文献[6]中的数据,得到 10 位专家的评价值如下:

$$O_1=\begin{pmatrix}[2.8,4.6]\\ [2.6,4.9]\\ [2.5,4.8]\\ [3.2,4.6]\\ [3.5,4.3]\\ [3.8,4.7]\\ [2.6,4.4]\\ [3.4,5.0]\\ [3.0,4.8]\\ [3.1,3.7]\end{pmatrix},S_1=\begin{pmatrix}[4.4,6.3]\\ [5.0,6.4]\\ [3.4,5.4]\\ [5.5,6.4]\\ [5.0,7.2]\\ [4.7,5.7]\\ [4.5,6.8]\\ [3.2,6.0]\\ [5.1,6.4]\\ [5.5,7.9]\end{pmatrix},D_1=\begin{pmatrix}[4.0,5.9]\\ [3.5,5.3]\\ [4.8,6.7]\\ [4.0,5.8]\\ [5.0,6.4]\\ [4.4,5.7]\\ [3.8,5.6]\\ [4.4,6.8]\\ [4.3,5.7]\\ [5.8,6.5]\end{pmatrix}$$

根据式(6)求得 $\xi_O=3.855$;$\xi_S=5.556$;$\xi_D=5.276$,因此,每组评价值各被剔除一对数据。对剩余的每组的 9 对数据按照式(7)~式(15)计算求得优化后的 1 号失效模式 O,S,D 风险因素的下界的四分数域和上界的四分数域,作为聚合后的群体判断 1 号失效模式 O,S,D 风险因素的下界和上界的波动范围。该范围的边界值分别对应于群体判断上下隶属函数的边界值,具体计算结果如下:$Cv_{OL}^L=2.2875=a_{111}^U$,$Cv_{OL}^U=3.75=a_{111}^L$,$Cv_{OR}^L=4.4875=a_{114}^L$,$Cv_{OR}^U=4.9=a_{114}^U$,$Cv_{SL}^L=4.1125=a_{121}^U$,$Cv_{SL}^U=5.375=a_{121}^L$,$Cv_{SR}^L=6.0375=a_{124}^L$,$Cv_{SR}^U=7.125=a_{124}^U$,$Cv_{DL}^L=3.7875=a_{131}^U$,$Cv_{DL}^U=4.625=a_{131}^L$,$Cv_{DR}^L=5.3875=a_{134}^L$,$Cv_{DR}^U=6.7125=a_{134}^U$。

在临界值 Cv 系列参数 Cv_{OL}^L 中,下标中的 O,S,D 对应不同风险因素的临界值;下标中的 L,R 分别代表左端点和右端点的计算结果;上标 L,U 分别代

表该侧端点波动范围的下界和上界。系列参数 a_{111}^{U} 对应于聚合后的区间梯形二型模糊群体判断中的参数,上标 L,U 分别代表下隶属函数和上隶属函数的参数;下标的 3 个数字:第 1 位在 1 ~12 之间取值代表失效模式编号,第 2 位在 1 ~3 中取值代表三大风险因素,第 3 位在 1 ~4 之间取值代表隶属函数中 4 个横坐标参数。

限定群体判断的临界波动范围之后,需要求解出聚合个体判断中共识度最高的范围,即群体判断的核心信息。考虑到数据量及篇幅的限制,本文取 $\Delta t=0.1$作为计算的精度。根据式(19) ~式(29)计算可得:$Ct_{Om}^{L}=3.8=a_{112}^{L}$,$Ct_{OM}^{L}=4=a_{113}^{L}$,$Ct_{Om}^{U}=3.5=a_{112}^{U}$,$Ct_{OM}^{U}=4.3=a_{113}^{U}$,$Q'_{O\max}=0.8=H(\tilde{A}_{11}^{L})$,$Q_{O\max}=0.9=H(\tilde{A}_{11}^{U})$;$Ct_{Sm}^{L}=5.45=a_{122}^{L}$,$Ct_{SM}^{L}=5.85=a_{123}^{L}$,$Ct_{Sm}^{U}=5.2=a_{122}^{U}$,$Ct_{SM}^{U}=5.9=a_{123}^{U}$,$Q'_{S\max}=0.7=H(\tilde{A}_{12}^{L})$,$Q_{S\max}=0.9=H(\tilde{A}_{12}^{U})$;$Ct_{Dm}^{L}=4.95=a_{112}^{L}$,$Ct_{DM}^{L}=5.45=a_{133}^{L}$,$Ct_{Dm}^{U}=5=a_{132}^{U}$,$Ct_{DM}^{U}=5.3=a_{133}^{U}$,$Q'_{D\max}=0.8=H(\tilde{A}_{13}^{L})$,$Q_{D\max}=0.9=H(\tilde{A}_{13}^{U})$。

在代表最大主隶属度区域区间的 Ct 系列参数 Ct_{Om}^{L}中,下标中的 O,S,D 对应不同风险因素在聚合个体判断中共识度最高的范围;下标中的 m,M 分别代表描述主隶属度不确定性程度的次隶属度波动范围的下界和上界;上标 L,U 分别代表下隶属函数和上隶属函数的参数。

图 2 ~图 4 分别为 1 号失效模式的 O,S,D 风险因素群体判断的柱状图。需要特殊说明的是,对于 1 号失效模式严重程度的评价值在做堆叠图统计时出现 $(5.9-5.2)-(5.7-5.5)=0.5>\left(1+\frac{1}{9}\right)(5.7-5.5)=0.22$,符合修正条件,因此需要对 $Q_{S\max}$进行修正。此处所列结果为修正后的结果。

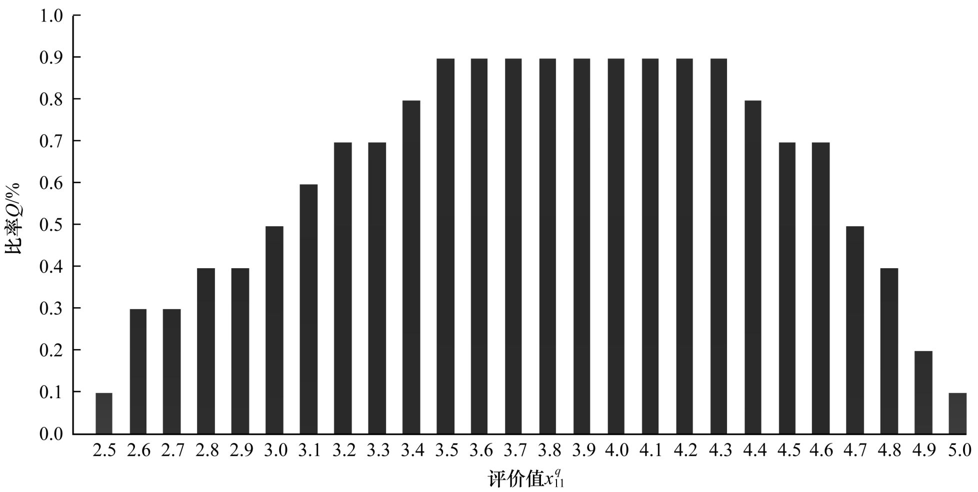

图 2　1 号失效因素 O 的柱状图

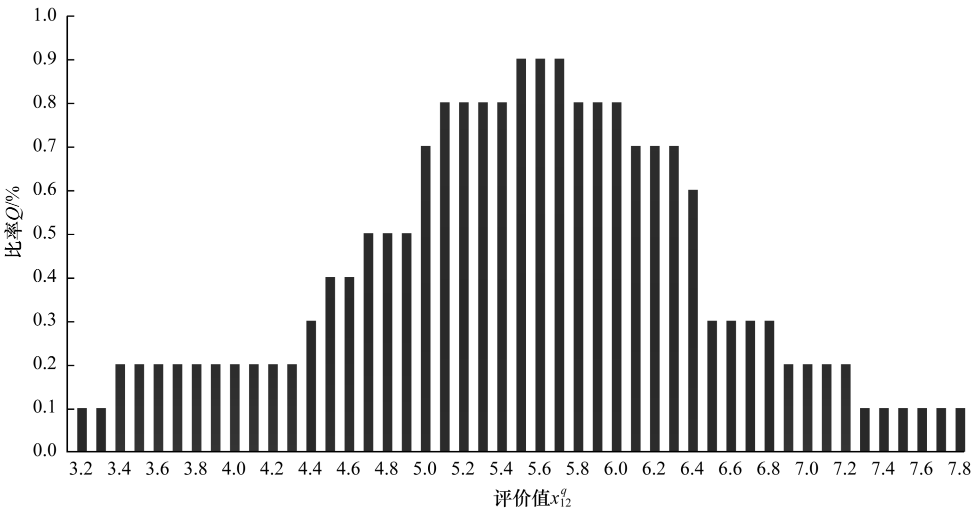

图 3　1 号失效因素 S 的柱状图

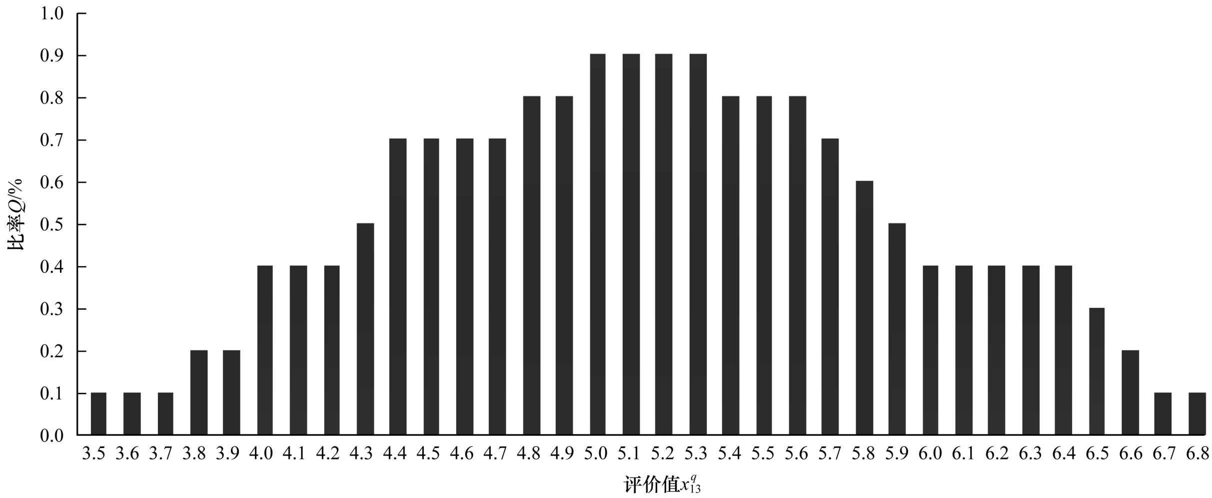

图 4 1 号失效因素 D 的柱状图

综上可得,聚合 10 位专家个体判断的 1 号失效模式三大风险因素的区间梯形二型模糊群体判断隶属函数参数模型的构建结果如下:

$\tilde{\tilde{A}}_{11}=((3.75,3.8,4,4.4875;0.8),(2.2875,3.5,4.3,4.9;0.9))$

$\tilde{\tilde{A}}_{12}=((5.375,5.45,5.85,6.0375;0.7),(4.1125,5.2,5.9,7.125;0.9))$

$\tilde{\tilde{A}}_{13}=((4.625,4.8,5.3,5.3875;0.8),(3.7875,5,5.3,6.7125;0.9))$

以上为根据本文提出方法求得的对 1 号失效模式 3 个风险因素的群体判断结果。为更好地证明本文方法的准确性与优越性,将与文献[6]提出方法以及常规的 FRPN 方法的结果进行比较。因此,下文将本文所得区间梯形二型模糊判断结果代入到常规的 FRPN 方法中完成后续计算,以便于方法间的比较分析。根据文献[6]中提到的常规 FRPN 计算方法,求得三因素区间梯形二型模糊评价值的乘积值,即区间梯形二型模糊 RPN 值。同理,可计算出其余 11 个失效模式的风险优先数(RPN)。

$$IT2\ TF-RPN_1=\tilde{\tilde{A}}_{11}*\tilde{\tilde{A}}_{12}*\tilde{\tilde{A}}_{13}=6.572\ 011*9.008\ 67*8.713\ 496=515.883\ 2$$

3.2 结果与讨论

基于上述计算,所得本文方法与文献[6]中 FG 和 FRPN 方法的比较结果如表 2 所示。本文所提方法可将 10 位专家的个体判断不确定信息聚合在区间梯形二型模糊隶属函数中,形成一个区间梯形二型模糊群体判断结果。该结果既记录了不同个体判断的一致性意见,又包含个体判断的不确定性信息,使得聚合后的群体判断结果更加贴近 FMEA 小组的真实判断意见,对主观判断的客观量化更加精确。

表 2 各群体判断聚合方法的评价结果比较

失效模式编号	本文方法		FG 方法		FRPN 方法	
	计算结果	排序结果	计算结果	排序结果	计算结果	排序结果
1	515.883 210 20	5	0.55	5	4.44	5
2	627.340 925 90	3	0.54	3	4.57	3
3	626.457 023 00	4	0.54	4	4.52	4
4	197.087 699 00	10	0.73	10	2.73	10
5	96.352 092 36	12	0.84	12	2.03	12
6	1 445.186 757 00	2	0.50	2	5.24	2
7	450.756 102 30	7	0.61	7	3.74	6
8	342.488 670 90	8	0.66	8	3.18	8
9	169.986 831 00	11	0.77	11	2.42	11
10	338.759 781 70	9	0.68	9	3.04	9
11	461.047 519 50	6	0.61	6	3.67	7
12	2 644.887 204 00	1	0.38	1	8.07	1

对表 2 中数据进行比较分析可知,本文所得最终排序结果与其他 2 种方法的一致性较高,证明了该方法的有效性。同时,本文所提方法的结果在数值上更加精确,在相对趋势上更加显著。为了更加直观地对比 3 种方法所得结果的差异性,在对 3 组结果做相应的比率换算后,其相对数据分布情况如图 5 所示。由此可以看出,本文所提方法可以较显著地体现出不同失效模式之间的差异,有助于更精确地查找并确定高风险的失效模式。

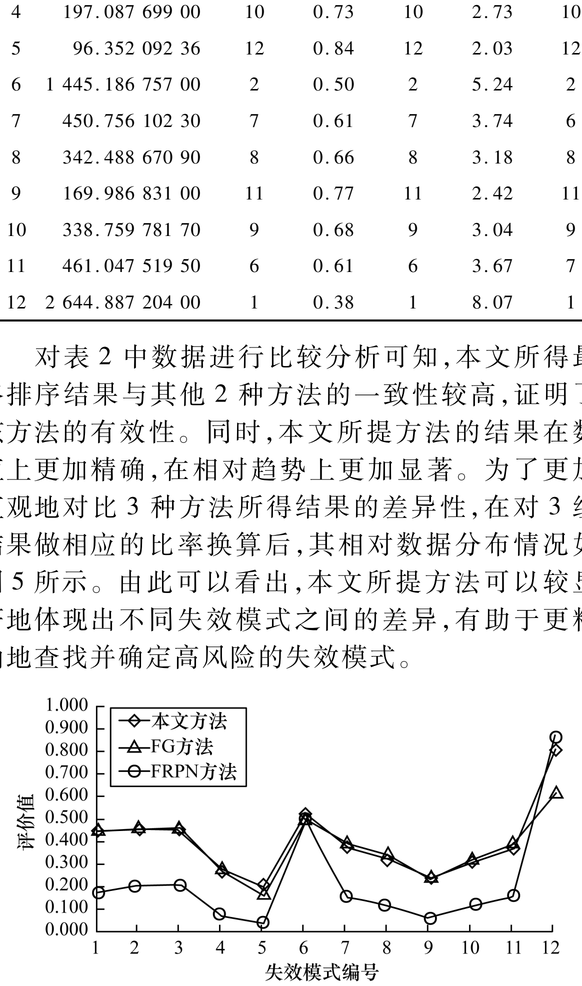

图 5 3 种 FMEA 方法对邮轮设备故障案例的分析结果对比

4　结束语

FMEA 方法在风险分析方面的优势明显,提高 FMEA 分析结果准确度和有效性的关键是解决 FMEA 在高度不确定环境下如何提高群体判断聚合结果精确度的问题。本文针对 FMEA 环境下群体判断存在复杂的高度不确定性问题,提出基于区间个体判断的区间梯形二型模糊群体判断聚合方法。通过区间梯形二型模糊隶属函数构建过程,记录不同个体判断之间的一致性判断结果以及个体判断的不确定性信息。本文方法比均值聚合更精确,且不需要拟合方法的大量数据计算及内存需求,满足了计算精度与实际操作中对计算量的要求。在 FMEA 方法持续改进的过程中,本文所构建的模型中间结果能够继续提供有用的信息。在用四分数进行分析时,可以进一步绘制箱线图,通过比对其拖尾形式,掌握专家对风险因素的具体判断,以帮助制定更有针对性的改进策略。下一步可将 FMEA 分析方法的流程进行优化,并实现 FMEA 环境下区间梯形二型模糊群体判断聚合模型的进一步开发利用,以提供更多决策支持数据。

参考文献

[1] CHEN S H. Determining the Service Demands of an Aging Population by Integrating QFD and FMEA Method[J]. Quality and Quantity, 2014, 50(1): 283-298.

[2] 尤筱玥,雷星晖,刘虎沉. 基于失效模式与后果分析扩展模型的外包风险分析[J]. 同济大学学报(自然科学版),2016,44(2):309-316.

[3] BOWLES J B, PELDEZ C E. Fuzzy Logic Prioritization of Failures in a System Failure Mode, Effects and Criticality Analysis[J]. Reliability Engineering and System Safety,1995,50(2):203-213.

[4] KUTLU A C, EKMEKCIOGLU M. Fuzzy Failure Modes and Effects Analysis by Using Fuzzy TOPSIS-based Fuzzy AHP[J]. Expert Systems with Applications,2012, 39(1):61-67.

[5] LIU Huchen, FAN Xiaojun, LI Ping, et al. Evaluating the Risk of Failure Modes with Extended MULTIMOORA Method Under Fuzzy Environment[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence,2014,34(C):168-177.

[6] ZHOU Qingji, THAI V V. Fuzzy and Grey Theories in Failure Mode and Effect Analysis for Tanker Equipment Failure Prediction[J]. Safety Science,2016,83:74-79.

[7] BOZDAG E, ASAN U, SOYER A, SERDARASAN S. Risk Prioritization in Failure Mode and Effects Analysis Using Interval Type-2 Fuzzy Sets[J]. Expert Systems with Applications,2015,42(8):4000-4015.

[8] ZADEH L A. Toward a Generalized Theory of Uncertainty(GTU)——An Outline[C]//Proceedings of 2005 IEEE International Conference on Granular Computing. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2005: 1-40.

[9] HIGASHI M, KLIR G J. Identification of Fuzzy Relation Systems[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics,1984,SMC-14(2):349-355.

[10] ZADEH L A. Fuzzy Sets[J]. Information and Control, 1965,8(3):338-353.

[11] MENDEL J M. Uncertain Rule-based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions[M]. Upper Saddle River, USA: Prentice Hall, Inc., 2001.

[12] MENDEL J M, RAJATI M R, SUSSNER P. On Clarifying Some Definitions and Notations Used for Type-2 Fuzzy Sets as Well as Some Recommended Changes[J]. Information Sciences, 2016, 340/341: 337-345.

[13] CHEN S M, CHEN J H. Fuzzy Risk Analysis Based on Ranking Generalized Fuzzy Numbers with Different Heights and Different Spreads[J]. Expert Systems with Applications,2009,36(3):6833-6842.

[14] 王喜刚,扶名福,胡小荣. 循环荷载作用下基于隶属度函数的边界面模型[J]. 哈尔滨工程大学学报,2015, 36(12):1560-1564.

[15] 吴子燕,张　瑜,曹　君. 基于模糊模式识别的结构损伤状态评估研究[J]. 西北工业大学学报,2009, 27(1):127-131.

[16] MENDEL J M. Computing with Words and Its Relationships with Fuzzistics[J]. Information Sciences, 2007,177(4):988-1006.

[17] LOVIE S. Exploratory Data Analysis[M]. Berlin, Germany: Springer, 2005.

[18] YANG Xiaojun, YAN Liaoliao, PENG Hui, et al. Encoding Words into Cloud Models from Interval-valued Data via Fuzzy Statistics and Membership Function Fitting[J]. Knowledge-Based Systems, 2014, 55: 114-124.

编辑　陆燕菲