



## 基于几何分析的正交圆轨道卫星星座设计方法

包 翔<sup>1,2</sup>, 雷 磊<sup>1,2</sup>, 沈高青<sup>1</sup>, 李志林<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 电子信息工程学院, 南京 210016;

2. 中国电子科技集团公司航天信息应用技术重点实验室, 石家庄 050081)

**摘 要:** 正交圆轨道星座结合极轨道星座和赤道轨道星座来实现全球连续覆盖,在一定程度上改善了纯粹极轨道星座在中低纬度的覆盖性能。但传统正交圆轨道星座设计方法是以纬度线来划分极轨道星座和赤道轨道星座所需覆盖的范围,是一种较为粗略的覆盖区域划分方法,未能充分利用两种星座的几何性质。对此,根据极轨道卫星的运动特性和覆盖特性,分析其在不满足连续覆盖要求的区域中所产生覆盖空隙的特点,并结合赤道轨道星座卫星的特点,提出一种正交圆轨道星座设计方法,通过解析法确定赤道卫星的最小对地覆盖半宽度角参数。给出具有代表性的星座方案与传统正交圆轨道星座设计方法进行对比,并通过 STK 仿真实验验证了该方法的有效性。

**关键词:** 星座;正交圆轨道星座;全球覆盖;几何分析;空隙覆盖

开放科学(资源服务)标志码(OSID):



**中文引用格式:**包翔,雷磊,沈高青,等. 基于几何分析的正交圆轨道卫星星座设计方法[J]. 计算机工程, 2020, 46(10):159-165.

**英文引用格式:**BAO Xiang, LEI Lei, SHEN Gaoqing, et al. Design method of orthogonal circular orbit satellite constellation based on geometric analysis[J]. Computer Engineering, 2020, 46(10):159-165.

## Design Method of Orthogonal Circular Orbit Satellite Constellation Based on Geometric Analysis

BAO Xiang<sup>1,2</sup>, LEI Lei<sup>1,2</sup>, SHEN Gaoqing<sup>1</sup>, LI Zhilin<sup>1</sup>

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Key Laboratory of Aerospace Information Applications of China Electronics Technology Group Corporation, Shijiazhuang 050081, China)

**[Abstract]** Orthogonal circular orbit constellation combines the advantages of polar orbit constellation and equatorial orbit constellation to achieve continuous global coverage, improving the coverage performance of pure polar orbit constellation at low and middle latitudes to some extent. However, the traditional design method of orthogonal circular orbit constellation is to divide the coverage of polar orbit constellation and equatorial orbit constellation by latitude lines, which is too rough to fully utilize geometric properties of two constellations. To solve this problem, according to the motion features and coverage features of the polar orbit constellation satellites, this paper analyzes the features of the coverage gaps generated in the areas that do not meet the continuous coverage requirements, and integrates the characteristics of the equatorial orbit constellation satellites to propose a design method of orthogonal circular orbit constellation based on geometric analysis. By using the analytical method, the parameters of the half-width angle for minimum ground coverage of the equatorial satellite is determined. The typical constellation scheme is given to compare with the traditional design method of orthogonal circular orbit constellation, and the effectiveness of the proposed method is demonstrated by the STK simulations.

**[Key words]** constellation; orthogonal circular orbit constellation; global coverage; geometric analysis; gap coverage

**DOI:**10.19678/j.issn.1000-3428.0055335

**基金项目:**国家自然科学基金(61572254);江苏省自然科学基金(BK20161488);航空科学基金(2016ZC52029);中国电子科技集团公司航天信息应用技术重点实验室开放基金(SXX18629T022)。

**作者简介:**包翔(1995—),男,硕士研究生,主研方向为卫星组网技术;雷磊,教授、博士生导师;沈高青、李志林,博士研究生。

**收稿日期:**2010-07-01 **修回日期:**2019-09-08 **E-mail:**baoxiang2020@163.com

## 0 概述

全球通信卫星星座的设计目前已经得到了长足的发展,研究人员对此做出了诸多的研究,但仍然存在部分问题有待解决<sup>[1-2]</sup>。极轨道星座是由 LUDERS 提出的一种非常经典的全球连续覆盖星座构型。极轨道星座由若干相同高度且均采用圆极轨道的卫星构成,并且各轨道面的卫星数相同,轨道面内卫星等间隔分布。显然,极轨道星座在经线维度上是分布均匀的,但是在纬线维度上则是随着纬度的升高,卫星的分布变得密集。而全球人口的 79.4% 集中分布在北纬 20° ~ 60° 地区,即卫星的通信业务将主要集中在中低纬度地区,这与极轨道星座卫星的密度分布不匹配,将导致高纬度地区卫星资源的严重浪费。另外,由于卫星转发器在极区附近相互之间会产生干扰,需要暂时关闭指向其相邻轨道卫星的转发器,这又会导致卫星通信拓扑的变化等问题。因此,适量减少极区附近卫星数量而增加中低纬度的卫星数量非常必要,即卫星拓扑分布应更加均匀<sup>[3]</sup>。

针对上述问题,研究人员提出正交圆轨道星座构型,利用赤道轨道的中低纬度覆盖特性,并使之与极轨道星座互补来实现全球的连续覆盖。该构型可以有效减少极轨星座的卫星数量,从而降低了极区卫星的密集度,而且在中低纬度区域的覆盖性能将得到大幅增强。一般来说,卫星星座的设计方法可以分为数值法和解析法<sup>[4-6]</sup>。数值法主要是指网格点法<sup>[7-8]</sup>,在目标覆盖区域选取一定数量的特征点,分析其覆盖性能从而实现卫星星座的设计<sup>[9]</sup>,该方法的评估结果与特征点的选取精度有关,且计算量大。文献[10]将抽样方法和网格点法相结合,并根据置信度和精度需求调整网格大小,在一定程度上提高了计算效率。文献[11]同样运用了抽样理论,通过先分层后随机的方式提升了计算效率。文献[12]则是通过分区递归策略来优化传统网格点法。尽管存在各种优化的网格点法,且易于理解,但其计算量也较大。解析法<sup>[13]</sup>一般计算量相对较小,但存在应用场景特殊化的问题。文献[14]提出了多面体包围的卫星星座设计方法,适用于椭圆轨道。文献[15]提出的基于 Delaunay 三角网和 Voronoi 图的空间几何划分方法,将多星覆盖问题转化为单星覆盖进行分析。文献[16]针对 Walker 星座提出了一系列判定定理,并根据卫星星下点轨迹对地面区域进行划分,得到星座能覆盖特征区域的充要条件。经典的覆盖带方法<sup>[17-18]</sup>本身能很好地用于极轨道星座的设计,但如果赤道轨道星座的设计也采用覆盖带法,就不能更好地利用两种星座的几何特性,因此,星座在通信性能等方面仍有提升空间。

本文采用基于几何分析的设计方法,使设计的赤道轨道星座能够覆盖赤道轨道星座在非球冠区域

产生的空隙,利用卫星的运动特性,计算出星座能完成全球覆盖的最小单星覆盖半宽度角。由于增大最小用户仰角可解决多径衰落和遮蔽的问题<sup>[19-20]</sup>,以提高链路质量,本文通过增大中低纬度区域的用户最小仰角,来提高通信质量。

## 1 基于覆盖带的正交圆轨道星座设计方法

### 1.1 极轨道星座和赤道轨道星座的连续覆盖分析

极轨道星座的设计一般采用基于覆盖带的设计思想。由文献[14]可知,卫星星座如果能保证某一纬度  $\varphi$  上的连续覆盖,那么在纬度高于  $\varphi$  的区域,该卫星星座对地也是连续全覆盖的。特殊地,当  $\varphi = 0$  时,表示该卫星星座能够完全覆盖赤道,即可以实现全球的连续覆盖。

当  $\varphi = \varphi_0$  时,极轨道星座将保证纬度  $\varphi_0$  以上区域的全覆盖。需要注意的是,极轨道星座构型在经度向有高度对称性,南北半球的覆盖情况是一致的,故为叙述方便,只考虑北半球的情形,如图 1 所示。其中,  $\alpha'$  和  $c'$  分别是以纬度圈为参考面的卫星纬度圈覆盖半圆心角宽度和覆盖带半圆心角宽度。  $\alpha$  和  $c$  与以地心为参考度量的卫星覆盖半地心角宽度  $\alpha$  和覆盖带半地心角宽度  $c$  的关系为:

$$\alpha' = \arcsin\left(\frac{\sin \alpha}{\cos \varphi}\right), c' = \arcsin\left(\frac{\sin c}{\cos \varphi}\right) \quad (1)$$

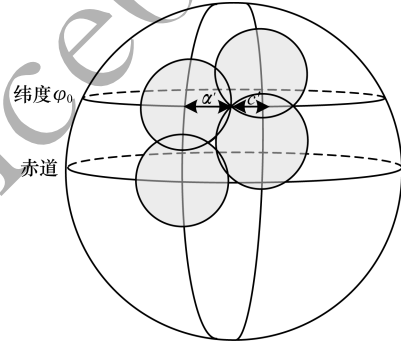


图 1 极轨道星座球冠覆盖条件示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the coverage conditions of polar orbit constellation spherical cap

根据覆盖带的经典理论,并将其应用于球冠覆盖场景,可知有  $P$  个卫星轨道的极轨道星座要保证纬度  $\varphi$  以上区域的全覆盖,需要满足:

$$(P-1)\alpha' + (P+1)c' = \pi \quad (2)$$

赤道卫星星座由一系列具有相同高度、轨道倾角为 0° 且在轨道面上均匀分布的卫星组成,其轨道特性决定了该卫星星座能在中低纬度区域提供良好的带状覆盖。该星座提供的覆盖带半宽度角即其所能实现连续覆盖的最高纬度,假设为  $\varphi_E$ ,由球面三角形的相关理论,有:

$$\varphi_E = \arccos\left[\frac{\cos \alpha_E}{\cos(\pi/S_E)}\right] \quad (3)$$

其中,  $\alpha_E$  为赤道星座卫星的对地覆盖半地心角宽度,  $S_E$  为赤道轨道上的卫星数量。

联立式(1)~式(3),并令  $\varphi = \varphi_E$ ,此时赤道星座的最高连续覆盖纬度与极轨道星座最低连续覆盖纬度相等,必能保证全球的连续覆盖,又由  $\alpha$  和  $c$  的几何关系,可得:

$$(P-1) \arcsin \left[ \frac{\sin \alpha \cos(\pi/S_E)}{\cos \alpha_E} \right] + (P+1) \times \arcsin \left\{ \frac{\sin \left[ \arccos \left[ \frac{\cos \alpha}{\cos(\pi/S_p)} \right] \right] \cos(\pi/S_p)}{\cos \alpha_E} \right\} = \pi \quad (4)$$

传统设计方法的核心即式(4)所表示的内容,式(4)有5个参数,可根据该式在已知极轨道卫星数量  $S_p$ 、赤道星座卫星数量  $S_E$  和卫星覆盖地心角的情况下得到极轨道卫星星座的轨道数量  $P$ ,也可根据卫星数量和轨道数以及极轨道卫星的覆盖半地心角宽度,计算赤道轨道的覆盖半地心角宽度  $\alpha_E$ 。

## 1.2 单重覆盖条件下的冗余覆盖问题

正交圆轨道星座设计的目的是保证全球范围的连续覆盖,根据文献[3]提出的基于覆盖带的设计方法,当极轨道卫星星座和赤道轨道卫星星座的覆盖区域边界重合时,即  $\varphi = \varphi_E$ ,可以保证满足需求。但这种方法是不够精细的连续覆盖设计,在保证单重覆盖的条件时,其覆盖存在冗余。在低于纬度  $\varphi$  的区域,极轨道星座并不存在完全不能覆盖的情况,只是在某时刻对该区域的覆盖会产生空隙。并且该空隙的位置和大小会随着卫星的运动而改变,随着纬度升高,轨道面的间距减小,空隙面积也会越来越小,直到某一确定纬度  $\varphi$  时完全消失。

赤道卫星星座对空隙的覆盖示意图如图2所示,图2中经纬度并非地球表面的经纬度,因为在考虑全球的覆盖时可忽略地球自转的影响,可以将其当作赤经和赤纬。图2(a)、图2(b)表示不同的2个时刻星座对空隙区域的覆盖情况,图2(a)中所有空隙均在赤道星座覆盖带内,图2(b)中有部分空隙在覆盖带之外。此时,赤道卫星星座只是最高覆盖纬度高于空隙纬度,而最高连续覆盖纬度则低于部分小空隙的纬度,但也能保证全球覆盖。也就是说,赤道星座的覆盖带宽度小于空隙区域宽度时( $\varphi_E < \varphi_0$ )也可能保证全球的连续覆盖。图2中所展现的只是两个特殊时刻的覆盖情形,不足以说明该卫星星座能在所有时刻都完全覆盖空隙。但如果在一个星座周期内都能保证赤道星座对空隙的覆盖,就可以说明该复合星座对地面完全连续覆盖。

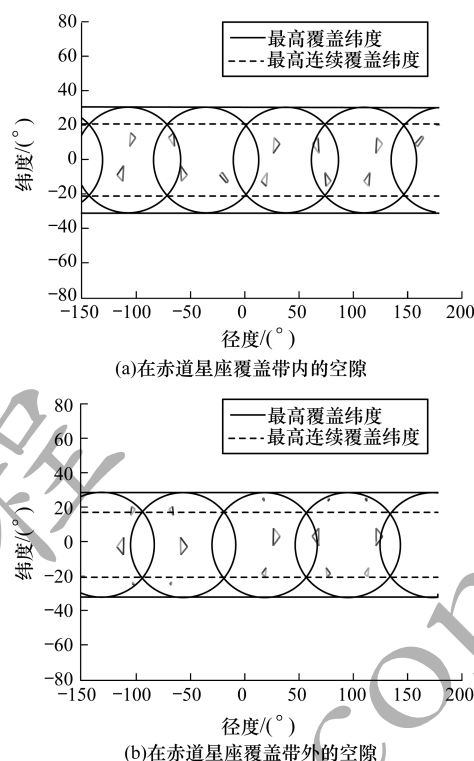


图2 赤道轨道星座对空隙区域的覆盖示意图  
Fig. 2 Schematic diagram of coverage of gap area by equatorial orbit constellation

## 2 正交圆轨道星座设计方法

本节通过分析空隙区域的几何特性,推导出赤道星座卫星完全覆盖空隙区域的充要条件,结合其时变特性,提出一种新的正交圆轨道星座设计方法,并给出详细的算法步骤。

### 2.1 空隙的几何特性

由极轨道卫星的运行特点可知,极轨道星座产生的空隙区域的形状大致分为两种:一种由4颗卫星的地面覆盖圆产生,空隙边界为球面圆弧依次连接而成,空隙顶点是相邻两球面圆的交点,如图3(a)所示,是逆向轨道面间产生的空隙;另一种是3颗卫星产生的封闭图形,空隙边界和顶点的构成因素与前者一致,如图3(b)所示,由同向轨道面间产生,当然逆向轨道面间也能产生这种空隙。

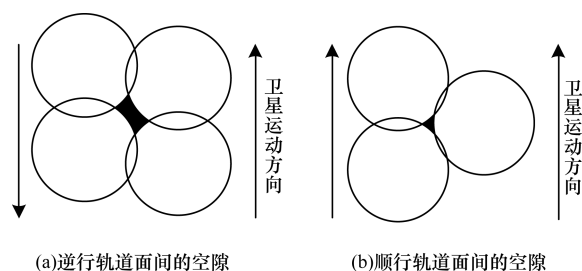


图3 空隙区域的产生  
Fig. 3 Generation of gap areas

## 2.2 赤道轨道星座对空隙区域的覆盖分析

**定义 1(球面弧凹集)** 记球面上的一部分单连通区域为集合  $C$ , 该集合的边界由球面圆弧段依次连接而成, 且对于每条边界圆弧, 过弧段端点的球面大圆只与该弧有交点, 不穿过集合  $C$  的内部, 称集合  $C$  为球面弧凹集。

**定义 2(球面凸集)** 球面凸集是球面上的单连通区域, 且该区域中任意两点间的大圆劣弧上的点都属于该区域。

**定理** 如果球面弧凹集  $C$  的边界顶点均属于球面凸集  $S$ , 则有  $C \in S$ 。

**证明** 如果将球面弧凹集  $C$  的边界顶点依次以大圆劣弧连接, 形成新的单连通区域  $C'$ , 那么  $C$  和  $C'$  的边界顶点是一样的, 且由定义 1 可知  $C \in C'$ 。又因为该边界顶点属于  $S$ , 则  $C'$  的边界上所有点均属于区域  $S$ , 那么在单连通区域  $S$  中有  $C' \in S$ , 于是  $C \in S$ 。得证。

在设计能覆盖空隙区域的赤道轨道星座时, 保证空隙区域顶点被赤道星座覆盖并不能认为是整个空隙区域均被覆盖, 因为赤道星座对地覆盖区域不是定义 2 中所描述的球面凸集, 需要将其划分成满足球面凸集条件的小区域。

不乏一般性, 本文只讨论对三角空隙区域的覆盖情况。如图 4 所示, 有 4 颗赤道轨道卫星, 其对地覆盖区域为 4 个球面圆域的叠加, 整体来看并非球面凸集, 但以相邻卫星的星下点中垂大圆(相邻两卫星到该大圆上任意一点的球面距离相等)为划分界线, 将星座覆盖区域分为 4 个子集, 分别为  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 。由定义 1 可知, 4 个子集均是球面凸集。图 4 中示意有 3 个空隙区域, 考虑子集对空隙区域的覆盖。由定义 2 可知, 空隙区域  $G1$ 、 $G2$ 、 $G3$  均是球面弧凹集, 且  $G1$  与划分大圆无交点, 根据定理可推出当  $G1$  的 3 个顶点均在子集  $B$  内时,  $G1$  在子集  $B$  中, 从而可保证空隙  $G1$  被赤道轨道星座覆盖; 而空隙区域  $G2$  和  $G3$  均与相应划分大圆相交于两点, 以  $G2$  为例,  $G2$  被分为两个部分, 左半部分为 3 个顶点的子集  $G2'$ , 右半部分为 4 个顶点的子集  $G2''$ , 且  $G2'$  的 3 个顶点均属于子集  $C$ ,  $G2''$  的 4 个顶点均属于子集  $D$ , 则根据定理也能保证空隙区域  $G2$  被赤道轨道星座覆盖。另外, 空隙区域  $G3$  被划分后有一个顶点不属于任何一个子集( $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ ), 说明当前参数的赤道轨道星座不能完全覆盖空隙, 其与极轨道星座结合而成的复合星座不能保证全球的连续覆盖, 这时在星座设计时就需要改变赤道轨道卫星的参数, 增大其对地覆盖地心角宽度, 使之能覆盖所有需要覆盖的空隙区域。

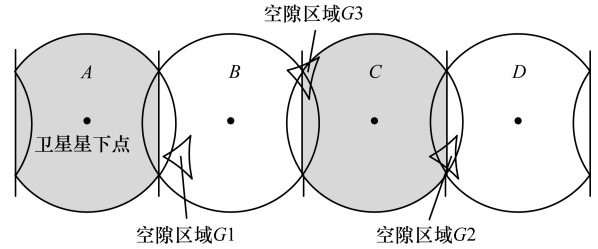


图 4 赤道星座对地覆盖区域凸集化划分

Fig. 4 Convex division of the ground coverage area of equatorial constellation

## 2.3 正交圆轨道星座设计方法

基于 2.2 节的讨论可以知, 若使赤道轨道星座完全覆盖地面空隙, 需要保证空隙的顶点和空隙与划分大圆相交得到的交点均属于赤道星座覆盖区域。本文方法首先需要对卫星的运动建模, 以便以解析的方法精确计算卫星参数。然后在已设定极轨道星座参数的情况下, 计算其覆盖空隙区域的顶点和划分大圆的交点, 即空隙区域的特征点。随后计算赤道轨道星座在保证覆盖所有特征点时所需的单星最小对地覆盖半宽度角, 即是当前时刻的最小覆盖参数。最后计算一个星座周期内所有抽样时刻的最小覆盖参数并取其最大值, 可得星座的最终设计参数。

### 2.3.1 坐标系的建立

考虑地球为一均匀球体, 并忽略其自转运动。建立地心惯性坐标系(Earth-Centered Inertial coordinate system, ECI), 以地心为原点,  $X$  轴和  $Y$  轴在赤道平面内,  $X$  轴指向春分点,  $Y$  轴垂直于  $X$  轴, 且  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  3 个轴复合右手螺旋准则, 即  $Z$  轴指向北极, 则卫星在该坐标系中的实时坐标  $(x, y, z)$  可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = (R+h) \begin{bmatrix} \cos \Omega \cos(v+\omega t) - \sin \Omega \sin(v+\omega t) \cos i \\ \sin \Omega \cos(v+\omega t) + \cos \Omega \sin(v+\omega t) \cos i \\ \sin(v+\omega t) \sin i \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中,  $R$  和  $h$  分别表示地球半径和卫星高度,  $\Omega$  是卫星轨道的升交点赤经,  $v$  代表卫星的初始状态的真近点角,  $\omega$  表示卫星在其轨道内绕地球的角速度, 且有  $\omega = \sqrt{GM/(R+h)^3}$ ,  $G$  和  $M$  分别是万有引力常数和地球质量,  $t$  是运行时间,  $i$  是轨道倾角。

### 2.3.2 空隙特征点集

每个极轨道星座卫星的对地覆盖区域都是相等的球面圆, 按照极轨道星座的默认设定, 相邻卫星的地面覆盖圆必然有交点。并且空隙区域的顶点一定是某两圆交点, 且两圆交点不一定是空隙区域的顶点。但是如果某两球面圆产生的交点不在任何其他第 3 个圆的内部, 则该交点必是空隙顶点, 反之亦

然。设卫星坐标点集为  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ , 那么两圆交点可由式(6)得到:

$$\begin{cases} \langle s_i, (x', y', z') \rangle = \alpha \\ \langle s_j, (x', y', z') \rangle = \alpha \\ x'^2 + y'^2 + z'^2 = R^2 \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ , 且  $i \neq j$ ,  $\langle \rangle$  表示两向量的夹角。若上式有解即表示卫星  $s_i$  和  $s_j$  的地面覆盖圆存在交点, 且交点坐标就是方程解  $(x', y', z')$ 。继而对于  $\forall k = 1, 2, \dots, n$ , 且  $k \neq i, k \neq j$ , 若满足:

$$\langle s_k, (x', y', z') \rangle > \alpha \quad (7)$$

则该球面圆交点是空隙的顶点。记所有空隙的顶点组成的顶点集为  $V' = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ 。

如2.2节中的分析, 以上只求得了空隙区域的顶点, 还有赤道轨道星座覆盖划分区域与空隙边界产生的交点也要纳入考虑。空隙的边界是极轨道星座卫星对地覆盖球面圆的一部分圆弧, 如果顶点集中的某两个元素  $v_p, v_q$  ( $p, q = 1, 2, \dots, m$ , 且  $p \neq q$ ) 只同属于一个球面覆盖圆, 且  $v_p$  和  $v_q$  之间的劣弧上不存在另一个点也属于点集  $V'$ , 则  $v_p$  和  $v_q$  之间的这段劣弧是空隙的边界。容易判断赤道星座区域的划分圆弧是否与空隙边界有交点, 如有, 则记边界所属圆的覆盖卫星为  $s_i$ , 产生划分圆弧的两相邻赤道星座卫星的坐标为  $(x_a, y_a, z_a)$  和  $(x_b, y_b, z_b)$ , 其交点坐标  $(x'', y'', z'')$  可根据式(8)求得:

$$\begin{cases} \langle s_i, (x'', y'', z'') \rangle = \alpha \\ x''^2 + y''^2 + z''^2 = R^2 \\ (x_a - x'')^2 + (y_a - y'')^2 + (z_a - z'')^2 = \\ (x_b - x'')^2 + (y_b - y'')^2 + (z_b - z'')^2 \end{cases} \quad (8)$$

由于式(8)可能会得到一个不与空隙边界相交的衍生解, 因此可根据  $v_p, v_q$  和  $(x'', y'', z'')$  的赤经赤纬范围来得到满足要求的正确解。将所有与空隙边界相交产生的交点集记为  $V''$ 。令  $V = V' \cup V''$ ,  $V$  为空隙的特征点集, 包括空隙区域的顶点和子区域划分产生的交点, 只需保证  $V$  中的每个元素都在赤道卫星星座的覆盖区域内即可说明全球被无缝隙覆盖。

### 2.3.3 赤道轨道星座的最小覆盖参数

赤道轨道星座的最小覆盖是指在给定赤道卫星数量时, 其实现的地面覆盖刚好能完全覆盖极轨道星座产生的空隙区域, 如果继续减小赤道星座的覆盖范围就不能实现全球的连续覆盖。记赤道星座的坐标点集为  $E = \{e_l | e_1, e_2, \dots, e_L\}$ ,  $l = 1, 2, \dots, L$ ;  $V = \{v_f | v_1, v_2, \dots, v_F\}$ ,  $f = 1, 2, \dots, F$ 。那么赤道卫星星座为最小覆盖时, 其地面覆盖半地心角宽度  $\alpha_E$  为:

$$\alpha_E = \max_{f=1,2,\dots,F} [\min_{l=1,2,\dots,L} (\langle v_f, e_l \rangle)] \quad (9)$$

式(9)得到的是该卫星时刻赤道星座的覆盖参数, 要实现复合星座的全球连续覆盖设计, 还需要计算一个卫星周期内的覆盖参数并取其最大值。

## 3 实例与仿真分析

本节选取了几种典型的赤道轨道星座, 对比了传统方法和本文所提方法计算得到的赤道轨道星座卫星参数的差异, 通过覆盖冗余度和纬度平均仰角特性说明本文所提出的方法的必要性, 然后利用STK卫星仿真工具对本文设计的星座进行了仿真分析, 说明本文方法的有效性。

### 3.1 星座覆盖分析

为说明基于几何分析的正交圆轨道设计方法的必要性, 将本文方法与传统设计方法进行比较。使用两种方法实现星座的全球连续覆盖, 在其他参数一致的前提下, 比较两者所得赤道卫星覆盖半地心角宽度的大小。

在表1中,  $P$  是正交圆轨道星座中极轨道的轨道面数,  $S$  是每个极轨道面上的卫星数,  $S_E$  是赤道轨道部分的卫星数量,  $h$  是卫星高度,  $\alpha_E$  是按照传统设计方法计算得到的单个赤道卫星覆盖半地心角宽度,  $\alpha'_E$  是按本文所提方法得到的单个赤道卫星覆盖半地心角宽度,  $\sigma$  是覆盖冗余度, 由式(10)得到:

$$\sigma = \frac{\alpha_E - \alpha'_E}{\alpha_E} \times 100\% \quad (10)$$

表1 正交圆轨道星座设计方法参数比较

Table 1 Parameter comparison of design method of orthogonal circular orbit constellation

序号	$P$	$S$	$S_E$	$h/\text{km}$	$\alpha_E/(\circ)$	$\alpha'_E/(\circ)$	$\sigma/\%$
1	2	6	6	4 240.1	43.732 7	40.814 7	6.67
2	2	7	7	3 738.6	41.619 9	38.855 8	6.64
3	3	8	8	2 161.9	32.650 3	29.819 6	8.67
4	3	9	9	1 999.7	31.431 7	30.041 5	4.42
5	4	9	9	1 457.6	26.715 7	24.827 3	7.07

从表1可以看出, 在满足全球连续覆盖的前提下, 本文方法所得到的单个卫星覆盖半地心角宽度均小于传统设计方法, 且这几种星座传统设计方法的覆盖冗余度最高达到8.67%, 说明了计算赤道星座最小覆盖参数的必要性。

当极轨道面数为4, 单个极轨道面的卫星数为9, 赤道轨道的卫星数为9时, 记该复合星座为4-9-9型星座, 下同。以4-9-9型星座为例, 由式(3)可知, 传统方法得到赤道卫星星座的最高连续覆盖纬度为18.09°, 而本文方法得到的最高连续覆盖纬度为15.02°。可见, 用本文方法所设计赤道星座的连续覆盖纬度是低于最高覆盖纬度的, 也即低于传统设计方法所要求的纬度。

### 3.2 纬度平均仰角特性

在一个星座周期内,称某个样本点的最小用户仰角的时间平均值为此点的平均仰角,而对某一纬度上的所有抽样点的时间平均仰角取平均值,即为纬度平均仰角。

设地面采样点的纬度精度为  $1^\circ$ , 零纬度线上的经度精度也为  $1^\circ$ 。为保证地面采样点的均匀, 纬度  $\varphi_0$  上的经度精度是零纬度上精度的  $1/\cos(\varphi_0)$ , 使纬度线上的经度精度随着纬度的增大而降低。

图 5 是不同纬度上的平均仰角随纬度的变化规律, 三角点线是本文基于几何分析方法的平均仰角特性, 圆点线是传统设计方法的平均仰角特性。由于星座的对称特性, 且星座在高纬度地区两种星座的参数一样, 因此只选取北半球中低纬度作为采样区域。从图 5 可以看出, 基于几何分析的方法在低纬度地区的用户仰角特性优于传统方法, 这是本文设计方法所具有的一个必然的好处。而且随着纬度增大, 两者仰角特性的差异会逐渐减小直至为零, 这是因为本文方法是在传统设计方法的基础上, 通过分析极轨道星座覆盖空隙的特点, 对赤道轨道星座参数进行优化, 所以对于赤道轨道卫星不能覆盖的区域, 两种设计方法的星座性能是一样的。

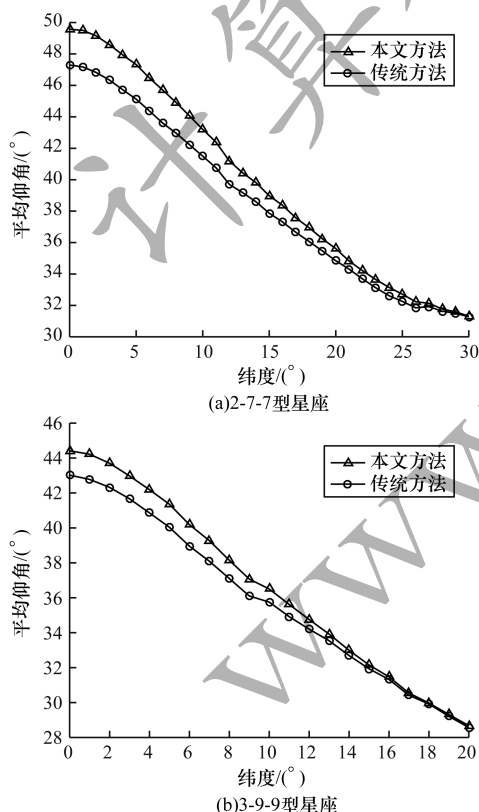


图 5 纬度平均仰角特性

Fig. 5 Average elevation angle characteristics with latitude

### 3.3 STK 仿真与结果分析

利用 STK 的覆盖分析功能模块对 2-6-6 型星座和 4-9-9 型星座的全球覆盖能力进行仿真。2-6-6 型

星座的运行周期为 182 min, 4-9-9 并且星座的运行周期为 116 min, 仿真时间选取稍大于星座周期的时段, 时间步长为 60 s, 地面栅格点粒度为  $1^\circ$ 。图 6 为 STK 产生的一个星座运行周期内全球平均覆盖率和时间的变化关系。

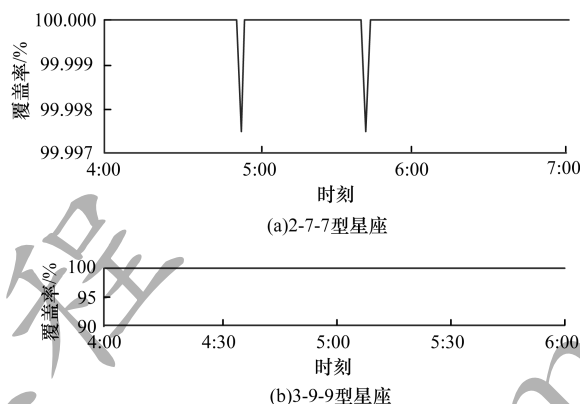


图 6 星座周期的实时覆盖率示意图

Fig. 6 Schematic diagram of real-time coverage of constellation period

从图 6 可以看出, 本文方法设计的星座在绝大部分时刻能保持 100% 的全球覆盖率, 只在极少数时刻可能会出现覆盖不到的区域, 如图 6(a) 出现了两个时刻的覆盖率为 99.9975%, 其他仿真时刻的覆盖率均为 100%, 图 6(b) 所示的 4-9-9 型星座则完全是 100% 的全球覆盖。产生这种现象的原因是设计星座时计算卫星的位置实际上不连续, 是以一定步长取不同抽样时刻来计算的。正是这种时间上的非连续导致了空隙位置在计算结果中以非周期的形式呈现, 使结果存在极小的误差。

## 4 结束语

本文根据极轨道星座对地覆盖空隙区域的特点, 分析其几何特性, 并在此基础上建立了合适的坐标系, 以解析的方法得到赤道轨道卫星的参数, 通过与传统基于覆盖带的设计方法进行对比, 验证其星座为非最小单重覆盖, 并通过 STK 对典型星座的覆盖能力进行仿真分析, 证明了本文方法的必要性和有效性。下一步将在本文研究基础上, 利用其计算空隙区域的方法计算任意非复合圆轨道卫星星座覆盖空隙的面积大小, 从而分析星座的覆盖性能, 提高星座的精确覆盖率。

### 参考文献

- [1] JENNEZ D, SELVARAJ M, KUMARI R L. Low cost satellite constellation design using walke's method for a specified launch station [C]//Proceedings of 2018 International CET Conference on Control, Communication, and Computing. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2018: 51-56.
- [2] YUAN Shigeng, YANG Weilian. Necessary and sufficient condition of global coverage for condition using circular orbit[J]. Journal of Astronautics, 1999, 20(3): 82-86. (in Chinese)

- 袁仕耿,杨维廉.圆轨道星座全球覆盖的充分必要条件[J].宇航学报,1999,20(3):82-86.
- [3] WU Tingyong, WU Shiqi. Research on the design of orthogonal circular orbit satellite constellation [J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(10): 1966-1972. (in Chinese)  
吴廷勇,吴诗其.正交圆轨道星座设计方法研究[J].系统工程与电子技术,2008,30(10):1966-1972.
- [4] MORRISON J J. A system of sixteen synchronous satellites for worldwide navigation and surveillance [EB/OL]. [2019-06-10]. <https://www.zhangqiaokeyan.com/>.
- [5] XU Ming, HUANG Li. An analytic algorithm for global coverage of the revisiting orbit and its application to the CFOSAT satellite [J]. Astrophysics and Space Science, 2014, 352(2): 497-502.
- [6] WANG Qiyu, YUAN Jianping, ZHU Zhanxia. Modeling and visualized simulation of satellite constellation and its coverage problem [J]. Journal of System Simulation, 2007(15): 3452-3455. (in Chinese)  
王启宇,袁建平,朱战霞.卫星星座及其覆盖问题建模与可视化仿真[J].系统仿真学报,2007(15):3452-3455.
- [7] DENG Yong, WANG Chunming, HU Xiaohui, et al. A spatial latitudinal region optimization-based Infrared LEO constellation design [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(5): 1368-1373. (in Chinese)  
邓勇,王春明,胡晓惠,等.基于空间纬度区域优化的红外近地轨道星座设计[J].宇航学报,2010,31(5):1368-1373.
- [8] JIANG Yong, YANG Sen, ZHANG Gengxin, et al. Coverage performances analysis on combined-GEO-IGSO satellite constellation [J]. Journal of Electronics, 2011, 28(2): 228-234.
- [9] ZHANG Juan, HE Xingsuo, DENG Fengyan, et al. On optimum design of twin-station satellite constellation for zonal coverage [J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2004, 22(2): 239-242. (in Chinese)  
张娟,和兴锁,邓峰岩,等.双基站星座覆盖性能分析及星座设计[J].西北工业大学学报,2004,22(2):239-242.
- [10] QIN Ruijie, DAI Guangming, WANG Maocai, et al. Efficient sampling grid-point approach for calculating regional coverage of satellite constellation [J]. Application Research of Computers, 2015, 32(4): 1065-1068. (in Chinese)  
秦睿杰,戴光明,王茂才,等.一种计算星座区域覆盖率的高效抽样网格点法[J].计算机应用研究,2015,32(4):1065-1068.
- [11] ZHAO Shuang, XU Yanli, DAI Huayu, et al. Improved constellation coverage analysis method based on sampling theory [J]. Computer Measurement & Control, 2017, 25(12): 162-165. (in Chinese)  
赵双,徐艳丽,戴桦宇,等.基于抽样理论的改进型星座覆盖分析方法[J].计算机测量与控制,2017,25(12):162-165.
- [12] SONG Zhiming, DAI Guangming, WANG Maocai, et al. A novel grid point approach for efficiently solving the constellation-to-ground regional coverage problem [J]. IEEE Access, 2018, 6: 44445-44458.
- [13] LIU Zhenghao. Analysis and simulation of satellite constellation coverage performance [D]. Beijing: State Key Laboratory of Integrated Information System Technology, 2009. (in Chinese)  
刘正浩.卫星星座覆盖性能分析及仿真研究[D].北京:综合信息系统技术国家级重点实验室,2009.
- [14] CHEN Xiaoyu, DAI Guangming, WANG Maocai, et al. Deterministic method for coverage of constellation to ground region [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(4): 55-60. (in Chinese)  
陈晓宇,戴光明,王茂才,等.一种确定性星座对地覆盖计算方法[J].哈尔滨工业大学学报,2017,49(4):55-60.
- [15] SONG Zhiming, DAI Guangming, WANG Maocai, et al. Theoretical analysis of Walker constellation coverage to area target [J]. Computer Engineering and Design, 2014, 35(10): 3639-3644. (in Chinese)  
宋志明,戴光明,王茂才,等. Walker星座区域覆盖理论分析[J].计算机工程与设计,2014,35(10):3639-3644.
- [16] DRAIM J E. A common-period four-satellite continuous global coverage constellation [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1987, 10(5): 492-499.
- [17] BESTE, D. Design of satellite constellations for optimal continuous coverage [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1978, 14(3): 466-473.
- [18] GAO Huameng, XU Xiaohan. Design of regional coverage satellite constellation based on analytical method [J]. Modern Defence Technology, 2012, 40(2): 32-34. (in Chinese)  
高化猛,徐晓晗.解析法区域覆盖卫星星座设计[J].现代防御技术,2012,40(2):32-34.
- [19] AMAYA C, NGUYEN T. Performance evaluation of a LEO system in urban/suburban environments in Ottawa, Canada [C]//Proceedings of the 60th IEEE Vehicular Technology Conference. Ottawa, Canada: [s. n.], 2004: 123-135.
- [20] ULYBYSHEV Y. Satellite constellation design for complex coverage [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2008, 45(4): 843-849.