



## 一种高吞吐量的无人机轨迹规划方法

冯建新<sup>1,2</sup>, 栾帅帅<sup>1,2</sup>, 刘俊梅<sup>1,2</sup>, 潘成胜<sup>1,2</sup>

(1.大连大学 通信与网络重点实验室, 辽宁 大连 116622; 2.大连大学 信息工程学院, 辽宁 大连 116622)

**摘要:** 无人机由于具有完全可控的移动性以及快速部署等优点,成为无线通信领域的研究热点。研究一种无人机支持的多播信道,利用无人机作为移动发射机向多个地面节点发送信息,在无人机的有限任务通信时间内,设计一种连续圆飞行轨迹方法。面向随机分布的多个地面节点,设定距离阈值对地面节点进行分组,通过求解新型旅行商问题确定无人机对各个分组的通信顺序,在满足无人机与地面节点通信覆盖需求的情况下,对圆心、无人机的飞行速度以及飞行半径进行求解,确定各个分组的圆形飞行轨迹,进而生成连续圆飞行轨迹。为实现吞吐量最大化目标,基于连续圆轨迹,在轨迹、功率一定情况下进行功率和轨迹优化,并通过交替联合优化无人机轨迹和功率以提高无人机对地通信系统整体性能。仿真结果表明,与基准方案相比,该方法系统吞吐量明显提高。

**关键词:** 无人机通信;轨迹规划;吞吐量;联合优化;连续凸优化

开放科学(资源服务)标志码(OSID):



**中文引用格式:**冯建新,栾帅帅,刘俊梅,等.一种高吞吐量的无人机轨迹规划方法[J].计算机工程,2021,47(1):172-181.

**英文引用格式:**FENG Jianxin, LUAN Shuaishuai, LIU Junmei, et al. An unmanned aerial vehicle trajectory planning method with high throughput[J]. Computer Engineering, 2021, 47(1): 172-181.

## An Unmanned Aerial Vehicle Trajectory Planning Method with High Throughput

FENG Jianxin<sup>1,2</sup>, LUAN Shuaishuai<sup>1,2</sup>, LIU Junmei<sup>1,2</sup>, PAN Chengsheng<sup>1,2</sup>

(1.Key Laboratory of Communication and Network, Dalian University, Dalian, Liaoning 116622, China;

2.College of Information Engineering, Dalian University, Dalian, Liaoning 116622, China)

**[Abstract]** Unmanned Aerial Vehicle(UAV) has become a research hotspot in the field of wireless communication due to its advantages such as fully controllable mobility and rapid deployment. This paper researches a multicast channel supported by UAV, and the UAV is used as a mobile transmitter to send information to multiple ground nodes. Within the limited mission communication time of UAV, a continuous circular flight trajectory is designed. Multiple ground nodes are distributed randomly, and grouped according to a set distance threshold. Furthermore, the communication sequence for UAV accessing each group is determined by solving the established new traveling agent problem. Within the coverage of communication between UAV and ground nodes, the circular flight trajectory of each group is obtained by solving the center of circles, flight speed of UAV and flight radius of UA, and the continuous circular flight trajectory is generated. In order to maximize the throughput, optimization of power and trajectory is carried out based on continuous circular trajectory under certain conditions of trajectory and power, and alternate optimization of trajectory and power is carried out to improve the overall performance of the UAV-to-ground communication system. Simulation results show that compared with the benchmark scheme, the proposed method can significantly improve the system throughput.

**[Key words]** Unmanned Aerial Vehicle(UAV) communication; trajectory planning; throughput; jointly optimization; continuous convex optimization

**DOI:** 10.19678/j.issn.1000-3428.0056235

**基金项目:**国家高技术研究发展计划(2015AAXXXX);装备发展部领域基金(61403110308);教育部基本科学研究项目(110404035);国家留学基金(201708210281);辽宁省教育厅一般项目(L2015016)。

**作者简介:**冯建新(1975—),女,副教授,主研方向为无人机通信;栾帅帅、刘俊梅,硕士研究生;潘成胜,教授、博士生导师。

**收稿日期:**2019-10-10 **修回日期:**2020-12-03 **E-mail:** fengjianxin863@163.com

## 0 概述

无人驾驶飞机简称无人机(Unmanned Aerial Vehicle, UAV), 具备体积小、成本低、使用便捷、站场生存能力强等优点, 目前无人机充当空中移动基站(Base Station, BS)或中继, 形成的无人机对地通信系统已经得到越来越广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。近年来, 无人机的路径规划问题成为无人机领域的一个研究热点<sup>[4-6]</sup>, 已有许多学者对无人机规划进行了大量研究, 提出了连续悬停飞行(Hover-Fly-Hover, HFH)轨迹<sup>[7-9]</sup>、直线轨迹<sup>[10-11]</sup>、圆形轨迹<sup>[12-13]</sup>等无人机飞行轨迹。然而, 上述研究对地面上多个节点的情况未进行考虑。

适当的轨迹规划能够充分利用无人机的完全可控性<sup>[14]</sup>提高无线通信系统的吞吐量, 同时无人机由于自身体积限制使得其功率受限<sup>[15-17]</sup>, 若能够优化无人机的轨迹与传输功率则可以更进一步地提高吞吐量<sup>[18-20]</sup>, 从而带来更多益处<sup>[21]</sup>。因此, 如何联合无人机轨迹和功率的优化以提高整体系统性能, 成为无人机对地通信系统的重要研究内容<sup>[22-23]</sup>。在实际应用中, 无人机的轨迹经过精心规划后, 不仅可以与地面节点保持良好的通信信道, 还可以避免造成过多的功率消耗<sup>[24]</sup>。为解决无人机轨迹和功率的优化问题, 文献[23]在有限时间内最大化下行链路吞吐量, 优化了无人机轨迹及其传输功率, 并仿真验证了所提优化算法的吞吐量与时间的关系, 但对功率与吞吐量之间的影响未作考虑。文献[24]提出了一种圆形轨迹, 并给出一种块坐标下降技术的联合轨迹和功率优化算法, 从而最大化所有地面节点的最小平均吞吐量, 结果表明, 无人机的机动性可以更好地实现空地信道通信, 从而提高系统吞吐量, 但无人机仅限于以恒定速度飞行, 虽然简化了分析, 却限制了实际应用, 文献[25]虽然充分利用了无人机的移动性, 实现了节约功耗下的无人机飞行, 但是没有考虑传输功率、吞吐量等方面因素。

本文研究一种无人机支持的多播信道, 利用无人机作为移动发射机向多个地面节点传送公共信息, 无人机可以随着时间调整位置, 改善与不同用户的无线信道, 从而提高信道容量。当地面节点多且随机分布时, 在无人机的有限任务通信时间内规划一种连续圆飞行轨迹, 并考虑轨迹、功率以及系统吞吐量之间的关系, 以在满足地面多点需求前提下, 通过轨迹和功率联合优化来达到最大化吞吐量的目标。

## 1 系统模型

无人机对地通信系统模型如图1所示。

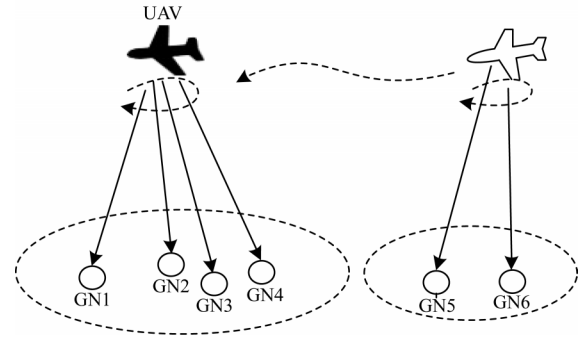


图1 无人机对地通信系统模型

Fig.1 Model of UAV-to-ground communication system

在图1中, 空心实线圆代表地面节点, 考虑一架无人机对  $K$  个地面节点通信, 其中无人机作为移动发射机向多个地面节点 GN 传送信息, 地面节点的位置固定且被无人机已知。不失一般性, 考虑一个三维笛卡尔坐标系, 地面节点的位置表示为  $\mathbf{g}_k = (x_k, y_k, 0)$ ,  $k \in [1, K]$ , 假设在通信时间  $T$  内, 无人机以固定的高度  $H$  飞行, 其时变位置表示为  $\mathbf{q}_u(t) = [x(t), y(t), H]$ ,  $0 \leq t \leq T$ 。为便于研究, 将任务时间  $T$  分成  $N$  个等长时间间隔, 每个时间间隔的长度为  $\delta_t = T/N$ , 因此, 在时间间隔  $n \in \{1, 2, \dots, N\}$  时, 无人机的水平位置可以表述为  $\mathbf{q}(n) = [x(n), y(n)]$ , 其与地面节点的距离  $d_k[n] = \sqrt{H^2 + \|\mathbf{q}[n] - \mathbf{g}_k\|^2}$ ,  $\forall n$ 。当离散时间间隔足够小时, 无人机的速度和位置可用泰勒公式表示为:

$$V[n] = V[n-1] + a[n-1]\delta_t, n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

$$\mathbf{q}[n] = \mathbf{q}[n-1] + \mathbf{v}[n-1]\delta_t + \frac{1}{2} \mathbf{a}[n-1]\delta_t^2, n = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

其中,  $V[n]$ 、 $\mathbf{q}[n]$  分别为  $n$  时间间隔无人机的速度和加速度。

首先考虑无人机功率消耗问题, 无人机的部分能量被用来支持自身在空中飞行, 因此, 在  $n$  时间间隔无人机消耗的自身飞行功率  $P_f[n]$ <sup>[14]</sup> 为:

$$P_f[n] = e_1 V[n]^3 + \frac{e_2}{V[n]} \left( 1 + \frac{a[n]^2}{g^2} \right), \forall n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (3)$$

其中,  $e_1$ 、 $e_2$  是两个常量参数,  $g = 9.8 \text{ m/s}^2$  为重力加速度。

无人机下行通信的主要功率消耗即下行传输功率, 在整个任务期间无人机进行下行通信时所消耗的总功率为:

$$P_d = \sum_{n=1}^N p[n] \quad (4)$$

其中,  $P_f = \sum_{n=1}^N P_f[n]$  表示在任务时间内无人机消耗的

自身飞行功率,  $p[n] > 0$  为无人机在  $n$  时间间隔对地面节点通信时的下行传输功率。

面向无人机对地通信系统, 无人机下行通信消耗的功率以及支持自身在空中飞行消耗的功率构成无人机消耗总功率。因此, 在整个任务时间内无人机消耗总功率为:

$$P_c = P_f + P_d \quad (5)$$

由于接近地面的大气与外太空自由空间的差别, 必须考虑信号在近地空间的传输损耗。本文假设在无人机与地面节点之间的通信链路以视距 (LoS) 链路为主, 无人机的工作频率范围为 2.4 GHz ~ 2.483 5 GHz, 且假设无人机的多普勒效应由无人机的移动性补偿, 天气原因忽略不计。LoS 模型能够很好地模拟实际中无人机到地面节点之间的信道状况, 因此信道质量仅取决于无人机到地面节点的距离, 信号传输损耗与无人机到地面节点的距离成反比。针对无人机到地面节点的下行链路, 定义在  $n$  时间间隔无人机到地面节点  $k$  的信道功率增益为:

$$h_k[n] = \mu_0 d_k^{-2}[n] = \frac{\mu_0}{H^2 + \|q[n] - g_k\|^2}, n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (6)$$

其中,  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ ,  $\mu_0$  表示在单位距离时的信道功率增益。

参考文献 [11], 本文的主要指标为系统的吞吐量, 即  $n$  时间间隔内地面节点接收的信息量, 则  $n$  时间间隔系统的下行链路吞吐率为:

$$R(q[n], p[n]) = \sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n] h_k[n]}{\sigma_k^2} \right) = \sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n] \varsigma_{0k}}{H^2 + \|q[n] - g_k\|^2} \right), n \in \{1, 2, \dots, N\} \quad (7)$$

其中,  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ ,  $\varsigma_{0k} = \mu_0 / \sigma_k^2$ ,  $\sigma_k^2$  表示地面节点  $k$  的噪声功率,  $p[n] \varsigma_{0k}$  表示地面节点  $k$  的信噪比。因此, 在整个任务时间内, 系统吞吐量即地面用户接收到的下行吞吐量总和为:

$$R_{\text{total}} = \sum_{n=1}^N R(q[n], p[n]) \quad (8)$$

相比于其他基准方案, 本文的目标是在整个任务时间内设计一种可以提高系统吞吐量的无人机轨迹, 并且通过联合优化无人机轨迹和功率使吞吐量最大化。对无人机进行轨迹规划及优化可以缩短无人机与地面用户之间的通信距离, 从而提高系统吞吐量, 对无人机进行约束下的功率优化可以减少不必要的能源消耗, 使系统吞吐量得到进一步提高<sup>[10, 14, 19, 23-24]</sup>。

本文将无人机轨迹及其传输功率用离散时间状

态空间表示, 即在任务时间  $T$  内, 无人机轨迹为  $\{q_u[n]\} = \{(x[1], y[1], H), \dots, (x[N], y[N], H)\}$ , 无人机功率为  $\{p[n]\} = \{p[1], p[2], \dots, p[N]\}$ 。因此, 本文的优化问题 (P1) 可用数学公式表示为:

$$\begin{aligned} & \max_{\{p[n], q[n]\}} R_{\text{total}} \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \sqrt{\|q[n] - q[n-1]\|^2} \leq V \\ p[n] \geq 0 \\ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p[n] \leq P_{\text{ave}}, \forall n \in \{1, 2, \dots, N\} \\ 0 \leq P_f[n] \leq P_{f\text{max}} \end{cases} \quad (9) \end{aligned}$$

式(1), 式(2)

其中,  $V$  为无人机的最大位移,  $P_{\text{ave}}$  为下行平均传输功率,  $P_{f\text{max}}$  为允许的无人机自身飞行最大消耗功率。

本文的主要贡献如下:

1) 建立了无人机对地通信系统的模型, 定义了空间路径损耗, 根据最大速度约束和功率约束, 定义了与无人机轨迹和传输功率相关的吞吐量优化目标函数。

2) 根据地面节点之间的距离设定距离阈值对地面节点进行分组, 并且分析了不同的距离阈值对分组造成的影响, 进而提出不理想分组时的解决方法; 基于分组进行无人机轨迹规划, 对轨迹中心、无人机的飞行速度以及飞行半径进行求解, 并在任务时间限定内, 确定无人机绕组飞行的圈数, 最终得到无人机连续圆飞行轨迹。

3) 联合优化无人机轨迹和功率, 首先在轨迹一定的情况下优化功率, 得到最优传输功率, 其次在功率一定的情况下优化无人机轨迹, 最后将轨迹与功率进行交替优化, 得到最佳传输功率和最佳飞行轨迹以提高系统的吞吐量。

## 2 连续圆形飞行轨迹

### 2.1 地面节点分组

为提高系统的信道容量, 本文提出一种无人机连续圆形飞行轨迹规划方法, 如图 2 所示, 其中空心圆表示地面节点, 虚线箭头表示无人机的飞行方向。首先设地面有  $K$  个地面节点, 将这些节点分为  $S$  ( $S \in \{1, 2, \dots\}$ ) 个组, 每个组有  $z$  ( $1 \leq z \leq 10$ ) 个节点, 划分的思路为: 设定一个距离阈值  $d_{\text{thres}}$ , 两两节点之间的距离  $d$  不大于此阈值, 则这些满足条件的地面节点划分成一个组。以图 3 为例, 空心圆代表地面节点, 虚线圆表示划分的组, 两两节点之间的距离  $d$  组成的集合定义为距离集合  $\text{dist}$ ,  $d_{\text{min}}$  为  $\text{dist}$  集合中的最小距离,  $d_{\text{max}}$  为  $\text{dist}$  集合中的最大距离,  $d_{\text{thres}}$  为分组设定距离阈值。



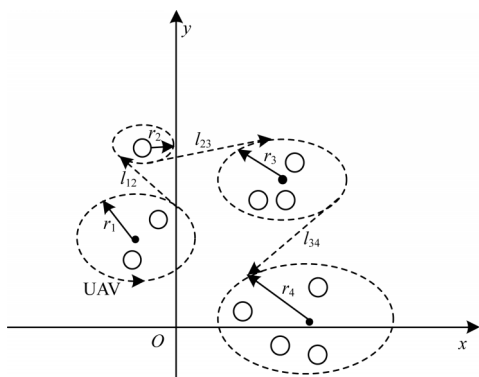
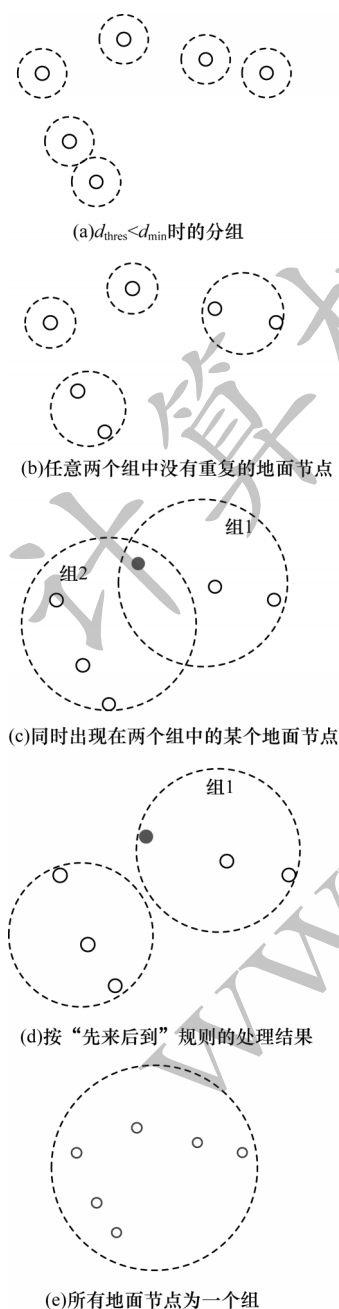


图2 连续圆形飞行轨迹示例

Fig.2 Example of successive-circle flight path

图3 不同距离阈值  $d_{thres}$  下的分组Fig.3 Grouping with different distance threshold  $d_{thres}$ 

由距离阈值确定的分组包括以下3种情况:

1)  $d_{thres} < d_{min}$ ,  $d_{min} \in \text{dist}$ : 若分组设定距离阈值  $d_{thres}$  小于  $d_{min}$ , 则每个地面节点划为一个组, 即自立成组, 如图3(a)所示。

2)  $d_{min} \leq d_{thres} < d_{max}$ ,  $d_{min}, d_{max} \in \text{dist}$ : 当分组设定距离阈值在距离集合  $\text{dist}$  的最大距离和最小距离之间时, 由于距离阈值的不同, 划分的组又包括以下2种情况:

(1) 任意两个组中没有重复的地面节点, 如图3(b)所示。

(2) 某个地面节点同时出现在两个组中, 当距离阈值过大时, 就会出现某个或某些地面节点既出现在这个组又出现在另一个组里的情况, 此为分组不理想的情况, 这时本文采用“先来后到”的规则解决, 比如, 在图3(d)所示某个地面节点已经被划分在第1组, 但是在确定第2组时, 此节点同样满足条件, 那么已经被划分到第1组中的该节点将不考虑被再次分组。

3)  $d_{thres} \geq d_{max}$ ,  $d_{max} \in \text{dist}$ : 若分组设定距离阈值  $d_{thres}$  大于  $d_{max}$ , 则所有地面节点划为一个组, 如图3(e)所示。

在计算出所有地面节点两两之间的距离之后, 如何选择距离阈值是一个值得注意的问题。设定不同的距离阈值会导致不同的分组结果, 距离阈值越大, 分的组数少, 距离阈值越小, 则分的组数越多, 从而对系统吞吐量产生不同的影响。本文以系统吞吐量最大化为目标进行距离阈值确定。

无人机绕每个分组做圆形轨迹飞行, 对于某组无人机以半径  $r_1 > 0$  绕组中心  $\text{cen}_1$  飞行, 且无人机以固定速度  $V_1$  飞行, 在飞行了最佳圈数  $\text{laps}_1 \geq 0$  后转而飞向另一个分组, 同样作圆形轨迹飞行, 圆与圆之间用公切线连接, 依次类推, 直至通信或任务完成, 从而形成连续圆轨迹, 无人机在每个分组的传输功率固定不变。由于多个地面节点在区域内随机分布, 因此轨迹规划的关键在于寻找圆的圆心、无人机的飞行半径、飞行速度以及飞行圈数, 从而提高系统的吞吐量。但是由于设计的轨迹具有非凸性, 进行轨迹优化时难以求得最优解, 因此需要深入研究轨迹的非凸性, 以最大化系统的吞吐量。

## 2.2 分组顺序的确定

针对连续圆轨迹, 无人机在有限的任务时间内, 访问分组的顺序准则为: 无人机处于当前分组  $i$  的情况下, 应用距离最小原则确定下一个访问的分组  $i+1$ , 且第  $i+1$  分组属于没访问过分组。距离最小化问题与 TSP 问题相似, 在 TSP 问题中旅行商在访问完所有位置后需要返回初始位置, 但是无人机不需要返回初始位置, 为解决这个问题, 可以通过添加一个虚拟位置作为轨迹的初始/终点位置, 并且让新添加的位置与组之间的距离为 0, 以此来构造一个新的

TSP问题;通过求解新的TSP问题求得无人机的最短飞行路径从而获得最短飞行距离,保证无人机在有限的任务时间内能够访问所有分组。根据2.1节地面节点分组内容,设 $K$ 个地面用户划分为 $S$ 组,每个组里有 $z$  ( $1 \leq z \leq 10$ )个地面用户,设每个分组的中心  $\text{cen}_S = [x_{\text{cen}_S}, y_{\text{cen}_S}]$ , 其中,  $x_{\text{cen}_S} = \frac{\sum_{i=1}^z x_i}{z}$ ,  $y_{\text{cen}_S} = \frac{\sum_{i=1}^z y_i}{z}$ ,

$x_i, y_i$ 为分组内地面用户 $i$ 的位置的横坐标和纵坐标,  $x_{\text{cen}_S}, y_{\text{cen}_S}$ 为分组中心的横坐标和纵坐标。无人机绕组做圆轨迹飞行,圆 $c_i$ 即为无人机绕组 $i$ 的圆形轨迹,其半径为 $r_i$ ,同理圆 $c_j$ 即为无人机绕组 $j$ 的圆形轨迹,其半径为 $r_j$ 。设圆 $c_i$ 与圆 $c_j$ 之间的圆心距为 $c_i c_j$ ,  $l_{ij}$ 为圆 $c_i$ 和圆 $c_j$ 之间的公切线长度,  $i, j \in S$ , 则  $l_{ij} = \sqrt{c_i c_j^2 + (r_i + r_j)^2}$ 。

图4所示为新型TSP问题求解流程,将分组用 $1, 2, \dots, S$ 编号,通过求解新型TSP问题求得无人机的最短飞行路径从而获得最短飞行距离,保证无人机在有限的任务时间内能够访问所有用户,完成通信任务。

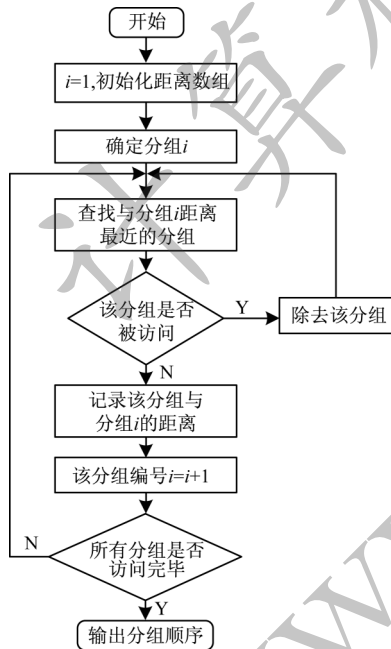


图4 新型TSP问题的求解流程

Fig.4 Solution procedure of new TSP problem

### 2.3 无人机的飞行速度和飞行半径

在分组后,无人机绕每个组做圆轨迹飞行。当无人机不绕组飞行时做直线轨迹飞行,无人机做直线轨迹飞行时不与任何地面节点通信,则整体通信任务时间由多个绕组飞行时间组成。设无人机绕组 $i$ 的飞行时间为 $T_i$ ,则整体通信任务时间 $T = T_1 + T_2 + \dots + T_S$ ,  $S$ 为分组数量。将各个 $T_i$ 等时间间隔分割为 $n$ 个时间间隔,各个组的 $n$ 值大小可以不同。

无人机以固定的速度绕组 $i$ 飞行时,无人机自身飞行的消耗功率 $P_{fi}[n]$ 模型为:

$$P_{fi}[n] = \left( e_1 + \frac{e_2}{g^2 r_i^2} \right) V_i^3[n] + \frac{e_2}{V_i[n]}, n \in T_i \quad (10)$$

其中,  $V_i[n]$ 是无人机绕组 $i$ 飞行时的速率,  $r_i$ 是组 $i$ 的轨迹半径。

对应的绕组 $i$ 无人机自身飞行的最小消耗功率为:

$$P_{fi}^* = \left( 3^{-\frac{3}{4}} + 3^{\frac{1}{4}} \right) e_2^{\frac{3}{4}} \left( e_1 + \frac{e_2}{g^2 r_i^2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (11)$$

当 $P_{fi}[n]$ 最小时,速率 $V_i[n]$ 为最优,所以对于轨迹半径 $r_i$ 无人机的最佳飞行速率 $V_i[n]$ 表示为:

$$V_i^*(r_i) = \left( \frac{e_2}{3 \left( e_1 + \frac{e_2}{g^2 r_i^2} \right)} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (12)$$

无人机与当前某个组内地面节点进行信息传输时需要保证覆盖到该组内所有地面节点,因此连续圆飞行轨迹中的半径最小值应该不小于圆心与距离圆心最远的地面节点之间的距离,即:

$$r_i \geq \sqrt{\|\text{cen}_i - g_{\text{far}}(i)\|^2} \quad (13)$$

其中,  $g_{\text{far}}(i)$ 表示组内距离圆心点最远的地面节点。

为满足无人机最大功耗约束 $P_{fi}^* \leq P_{f\max}$ ,当 $r_i \rightarrow \infty$ 时,  $P_{f\max}$ 应满足 $P_{f\max} > \left( 3^{-\frac{3}{4}} + 3^{\frac{1}{4}} \right) e_2^{\frac{3}{4}} e_1^{\frac{1}{4}}$ ,所以无人机的轨迹半径 $r_i$ 应存在一个下界,即需要满足下列不等式:

$$r_i \geq r_{\min} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{e_2}{\frac{P_{f\max}^4}{(3^{-3/4} + 3^{1/3})^4 e_2^3} - e_1}} \quad (14)$$

综上所述,  $r_i$ 的取值范围为 $r_i \geq r_1$ 且 $r_i \geq r_2$ 。考虑到任务时间有限,无人机的半径并不是越大越好,因此,取 $r_i = \max\{r_1, r_2\}$ 。

由于无人机对地通信有时间约束,因此无人机的飞行圈数 $\text{laps}_i$ 应满足下列等式:

$$\sum_{i=1}^S \frac{2\pi r_i^* \text{laps}_i}{V_i^*[n]} + \sum_{i=1}^S \frac{|V_{i+1}^*[n] - V_i^*[n]|}{a_{i,i+1}} = T \quad (15)$$

其中,  $a_{i,i+1} = \frac{V_{i+1}^{*2}[n] - V_i^{*2}[n]}{2l_{i,i+1}}$ ,表示无人机从第 $i$ 个组飞向第 $i+1$ 个组所需要的加速度。

### 3 轨迹和功率的联合优化

基于提出的连续圆轨迹,首先在轨迹一定的情况下优化功率,其次在功率一定的情况下优化轨迹,最后提出通过交替优化联合优化无人机轨迹和功率以提高无人机对地通信系统整体性能。

### 3.1 在轨迹一定情况下的优化功率

通过固定的无人机轨迹来优化传输功率  $\{p[n]\}$ , 因此问题(P1)重新表述为(P1.1):

$$\begin{aligned} \max_{\{p[n]\}} & R_{\text{total}} \\ \text{s.t.} & \begin{cases} R_{\text{total}} \geq \eta \\ \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p[n] \leq P_{\text{ave}} \\ 0 \leq P_f[n] \leq P_{f\text{max}} \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

现证明优化问题(P1.1)是一个凸优化问题。

在  $n$  时间间隔内, 当轨迹  $q[n]$  一定时, 系统吞吐率

$$\text{为 } R(p[n], q[n]) = R(p[n]) = \sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q[n] - g_k\|^2} \right).$$

用变量  $p$  代替  $p[n]$ , 则  $R(p[n]) = R(p)$ 。  $\frac{\zeta_{0k}}{H^2 + \|q[n] - g_k\|^2}$

为常数  $C_k$ , 则  $R(p) = \sum_{k=1}^K \text{lb}(1 + C_k p)$ 。对  $R(p)$  进行二阶

求导,  $R''(p) = -\frac{1}{\ln 2} \cdot \sum_{k=1}^K \frac{C_k^2}{(1 + C_k p)^2}$ , 可以看出,  $R''$  恒小

于等于 0, 因此原函数  $R(p)$  具有凹性。

由于多个凹性函数相加所得到的函数仍具有凹性, 因此在整个任务时间内, 系统吞吐量即地面用户接收到的下行吞吐量总和  $R_{\text{total}}$  具有凹性。

凸集的定义为: 在实数向量空间中, 某一集合中任意两点的连线内的点都在此集合内, 那么这个集合为凸集。任意直线/线段/射线为凸集, 且任意凸集的线性组合仍是凸集。

对于  $R_{\text{total}} \geq \eta$ , 其物理意义为任务时间内系统吞吐量需大于等于  $\eta$ , 即在  $n$  时间间隔要求系统吞吐率大于等于  $\eta_{\text{sub}}$ ,  $\eta_{\text{sub}} \geq \frac{\eta}{N}$ ,  $\text{lb}(1 + Cp) \geq \eta_{\text{sub}}$ , 变形得  $p \geq \frac{2^{\eta_{\text{sub}}} - 1}{C}$ , 根据凸集的定义以及图 5 可以看出,  $p \geq \frac{2^{\eta_{\text{sub}}} - 1}{C}$  为凸集。

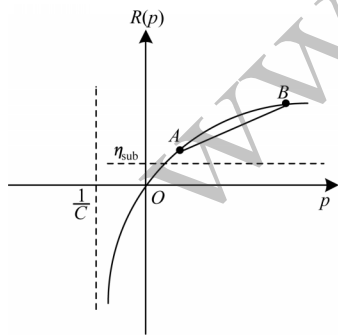


图 5 凸函数示意图

Fig.5 Schematic diagram of convex function

综上所述, 问题(P1.1)是一个凸优化问题, 因此可以用标准的凸优化技术来解决问题, 求得最优传

输功率。本文采用凸优化技术中的内点法获取优化函数的最优解, 其基本思想是通过引入惩罚函数将约束优化问题转化为无约束优化问题, 然后利用迭代的方法不断更新惩罚函数, 最后算法收敛获得最优解。构造  $n$  时间间隔惩罚函数为:

$$F(p[n], r^{(m)}) = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q[n] - g_k\|^2} \right) - r^{(m)} \ln \left[ - \left( \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N p[n] - P_{\text{ave}} \right) \right] \quad (17)$$

其中,  $r$  为惩罚因子, 是一个递减的整数序列, 在本次优化中, 设  $r^{(m)} = 1, 0.1, 0.01, 0.001, \dots$ 。

初始点的选取需要在可行域中, 且满足所有的约束条件, 但是要避免其为约束边界上的点。

在轨迹已知情况下求取最优功率算法步骤如下:

**算法 1** 在轨迹已知的情况下求取最优功率  $p_{\text{best}}[n]$

步骤:

1) 初始化惩罚因子  $r^{(0)} > 0$ , 允许误差  $\epsilon > 0$ ;

2) 在可行域中选取初始点  $(p^*[n], r^{(m)})$ , 令  $m=1$ ;

3) 从  $(p^*[n], r^{(m)})$  点出发用无约束优化方法求惩罚函数  $F(p[n], r^{(m)})$  的极值点  $p^{(m-1)}[n]$ ;

4) 定义迭代终止准则为: 如果满足  $\|p^*[n]r^{(m)} - p^*[n]r^{(m-1)}\| < \epsilon$  则停止迭代计算, 并以  $(p^*[n], r^{(m)})$  作为原始目标函数的约束最优解, 否则转入步骤 5;

5) 取  $r^{(m+1)} = cr^{(m)}$ ,  $p^{(0)}[n] = p^*[n]r^{(m)}$ ,  $m = m + 1$ , 转到步骤 3, 其中  $c$  为递减系数。

### 3.2 在功率已知情况下的优化轨迹

假设无人机绕组  $i$  飞行时的轨迹为  $\{q_i[n]\}$ , 在任意已知的传输功率  $\{p[n]\}$  的情况下优化  $\{q_i[n]\}$ , 因此优化问题(P1)重新表述为(P1.2):

$$\begin{aligned} \max_{\{q_i[n]\}} & \sum_{i=1}^S \sum_{k=1}^{z_i} \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q_i[n] - g_k\|^2} \right) \\ \text{s.t.} & \begin{cases} \sum_{k=1}^{z_i} \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q_i[n] - g_k\|^2} \right) \geq \eta_i \\ \|V_i[n]\| \leq V_{\text{max}} \\ \|a[n]\| \leq a_{\text{max}} \\ \text{式(1), 式(2)} \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $g_k$  为分组内地面用户  $k$  ( $1 \leq k \leq z_i$ ) 的位置,  $z_i$  是分组  $i$  的地面用户数,  $\eta_i$  是分组  $i$  的最小吞吐量。注意到(P1.2)目标函数和约束均具有非凸性, 不能用标准的凸优化技术来解决。为此, 本文采用一种连续凸逼近技术, 通过一种迭代方式解决问题(P1.2)获得局部最优解, 在每次迭代中寻找一个局部最优解, 将非凸目标函数或约束近似为凸函数或凸约束, 以获得一个无限逼近凸优化的问题, 通过迭代求解

近似凸问题序列,可以得到原非凸优化问题的有效解。

假设  $\{q_i^{(j)}[n]\}$  表示无人机在绕组  $i$  飞行时第  $j-1$  ( $j \geq 1$ ) 次迭代后获得的轨迹,其中  $\{q_i^{(0)}[n]\}$  表示无人机在绕组  $i$  飞行的初始化轨迹。

对于非凸函数  $\sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q_i[n] - g_k\|^2} \right) \eta_i$ ,

在任意给定的轨迹  $\{q_i^{(j)}[n]\}$  下有:

$$\sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q_i[n] - g_k\|^2} \right) \eta_i \quad (19)$$

其中:

$$\eta_i = \sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q_i^{(j)}[n] - g_k\|^2} \right) - \sum_{k=1}^K \frac{p[n]\zeta_{0k} (\|q_i[n] - g_k\|^2 - \|q_i^{(j)}[n] - g_k\|^2)}{\ln 2 (H^2 + \|q_i[n] - g_k\|^2) (H^2 + \|q_i^{(j)}[n] - g_k\|^2 + p[n]\zeta_{0k})}$$

当  $q_i[n] = q_i^{(j)}[n]$  时,式(19)收敛。

**证明** 引入辅助变量  $\alpha$  使得  $\alpha = \|q_i[n] - g_k\|^2 \geq 0$ ,

有  $R(q_i[n], p[n]) = \tilde{R}(p[n], \alpha) = \sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \alpha} \right)$ , 可以

证明当  $\alpha \geq 0$  时,  $\tilde{R}(p[n], \alpha)$  是一个凸函数,因此,当  $\alpha$  取任意点时,对  $\tilde{R}(p[n], \alpha)$  进行一阶泰勒式展开,则其展开式是  $\tilde{R}(p[n], \alpha)$  的下限,因此式(19)被证明。

通过式(20)和式(21),引入辅助变量  $\beta_i[n]$ ,可得到

$$\sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{H^2 + \|q_i[n] - g_k\|^2} \right) \geq \eta_i \text{ 等价表示为式(22)。$$

$$\beta_i[n] \geq \|q_i[n] - g_k\|^2 \quad (20)$$

$$\beta_i[n] \geq 0 \quad (21)$$

$$\sum_{k=1}^K \text{lb} \left( 1 + \frac{p[n]\zeta_{0k}}{\beta_i[n]} \right) \geq \eta_i \quad (22)$$

式(21)和式(22)都是凸约束,但式(20)依旧具有非凸性。由于  $\|q_i[n] - g_k\|^2$  对  $q_i[n]$  来说是一个凸函数,因此根据一阶泰勒展开式,在任意轨迹点  $\{q_i^{(j)}[n]\}$  有以下不等式:

$$\|q_i[n] - g_k\|^2 \geq \|q_i^{(j)}[n] - g_k\|^2 + 2(q_i^{(j)}[n] - g_k)(q_i[n] - q_i^{(j)}[n]) \quad (23)$$

所以式(20)重新表述为:

$$\beta_i[n] \geq \|q_i^{(j)}[n] - g_k\|^2 + 2(q_i^{(j)}[n] - g_k)(q_i[n] - q_i^{(j)}[n]) \quad (24)$$

可见,非凸性的式(20)转化为凸约束的式(24)。因此,在任意的轨迹点  $\{q_i^{(j)}[n]\}$  下优化问题(P1.2)可以近似为凸优化问题(P1.2.1):

$$\begin{aligned} & \max_{\{q_i[n]\}} \sum_{i=1}^S \eta_i \\ & \text{s.t. } \|V_i[n]\| \leq V_{\max} \\ & \|a[n]\| \leq a_{\max} \end{aligned} \quad (25)$$

用标准的凸优化技术解决凸优化问题(P1.2.1)进而获得无人机绕组  $i$  飞行时的最优轨迹  $\{q_i^*[n]\}$ 。进而  $q_i^{(j+1)}[n] = q_i^*[n]$ ,多次迭代解决问题(P1.2),在已知功率情况下优化轨迹算法步骤如下:

**算法2** 在已知功率的情况下优化轨迹解决问题(P1.2)

算法步骤如下:

1)初始化无人机绕组  $i$  飞行时的轨迹  $\{q_i^{(0)}[n]\}$  和迭代次数  $j=0$ ;

2)通过解决问题(P1.2)得到最优解  $q_i^{(j)*}[n]$ ;

3)使轨迹  $q_i^{(j+1)}[n] = q_i^{(j)*}[n]$ ,且  $j=j+1$ ;

4)直到目标函数(P1.2)在给定的精度内收敛或达到最大收敛次数,否则,返回步骤2;

5)获得无人机绕组  $i$  飞行时的最优轨迹  $\{q_i^*[n]\}$ ,进而得到无人机在任务时间内的轨迹  $\{q^*[n]\}$ 。

### 3.3 轨迹和功率

由于联合优化轨迹和功率涉及到非凸问题,并且寻找全局最优解极为困难,因此本文在可接受复杂度范围内寻找局部最优解。基于3.1节和3.2节的研究,提出通过交替优化获得局部最优解的方法解决问题(P1)。首先,在已知无人机轨迹情况下,应用算法1解决问题(P1.1)优化传输功率;同理,当无人机绕组  $i$  飞行时,在已知传输功率  $\{p[n]\}$  的情况下,通过算法2解决问题(P1.2)优化无人机绕组  $i$  飞行时的轨迹  $\{q_i[n]\}$ ,进一步交替进行。在每次迭代中,问题(P1)的目标值应确保单调非减,当(P1)的最优值正好为函数的上界时,交替优化应确保覆盖到问题(P1)的一个局部最优解。

联合优化无人机轨迹/功率算法步骤如下:

**算法3** 联合优化无人机轨迹和功率解决问题(P1)

算法步骤如下:

1)初始化无人机绕组  $i$  飞行时的轨迹  $\{q_i[n]\} = \{x_i[n], y_i[n]\}'$  和迭代次数  $l=0$ ;

2)在给定的轨迹  $\{x_i[n], y_i[n]\}'$  下利用算法1解决问题(P1.1);

3)更新传输功率  $\{p[n]\}^{l+1}$  和吞吐率  $\eta^{l+1}$ ;

4)在给定传输功率  $\{p[n]\}^{l+1}$  下利用算法2解决问题(P1.2);

5)更新无人机轨迹  $x_i^{j+1}[n] = x_i^j[n], y_i^{j+1}[n] = y_i^j[n]$ ,直到  $\eta_i^{j+1} - \eta_i^j \leq \varepsilon_i$ ,否则返回步骤4;

6)更新轨迹  $\{x_i[n], y_i[n]\}^{l+1} = \{x_i[n], y_i[n]\}'$ ,直到  $\eta_i^{l+1} - \eta_i^l \leq \varepsilon_i$ ,否则返回步骤2;

7)得到无人机绕组  $i$  飞行时最佳轨迹  $\{q_i[n]\}^* = \{x_i[n], y_i[n]\}^*$  和最佳传输功率  $\{p[n]\}^*$ ,进而得到无人机的最佳飞行轨迹  $\{q[n]\}^* = \{x[n], y[n]\}^*$ 。



4 仿真结果与分析

在1 000 m×1 000 m的方形区域随机分布设置10个地面节点,设置无人机在距离地面100 m高度的空中飞行,最大速度为50 m/s,最大加速度为6 m/s<sup>2</sup>,平均传输功率 $P_{\text{ave}}$ 为30 dBm,无人机的任务时间为 $T=260$  s。连续圆轨迹一定优化功率策略是由本文算法1提出的在轨迹已知的情况下求取最优功率策略,功率一定优化连续圆轨迹策略是由本文算法2提出的已知功率的情况下优化轨迹策略,连续圆轨迹和功率优化策略是由本文算法3提出的轨迹/功率联合优化策略。

图6为仿真参数设置下生成的连续圆轨迹和优化后轨迹仿真。随机分布的10个地面节点在设定距离阈值 $d_{\text{thres}}$ 为190 m情况下,分成5个分组。通过解决新型TSP问题得到最小的飞行距离,确定分组访问顺序如图中箭头顺序所示。从箭头开始的分组定义为组1,最后分组为组5,见表1无人机的最佳飞行速度、半径以及圈数仿真数据,可知组1和组2都只有一个地面节点,无人机以小于1 m(0.8 m)的半径绕组飞行,可以说是近乎悬停于组的上空。组4和组5的圈数虽然不足一圈,但是在保障无人机与组内地面节点通信的前提下,优化后轨迹能够以近乎圆形轨迹绕组飞行,完成通信任务。

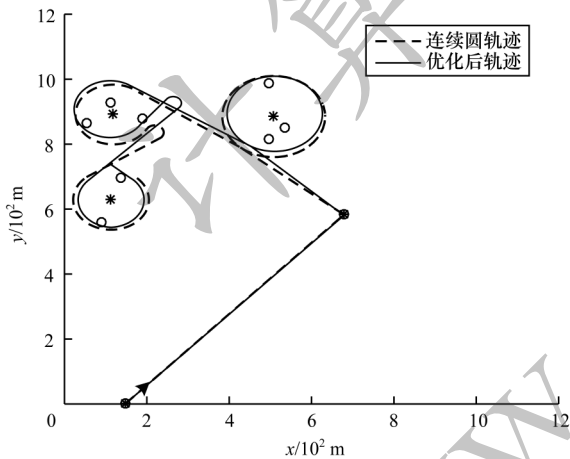
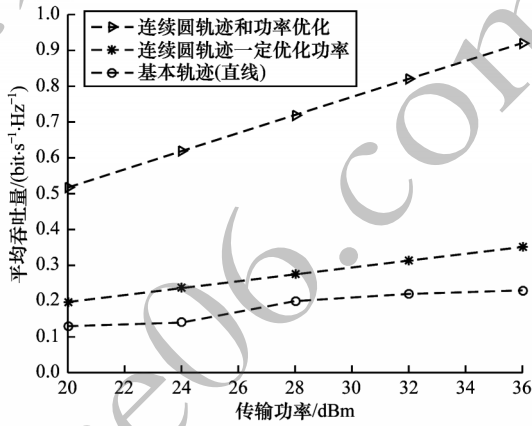


图6 连续圆轨迹和优化后轨迹图  
Fig.6 Successive-circle trajectory and optimized trajectory diagram

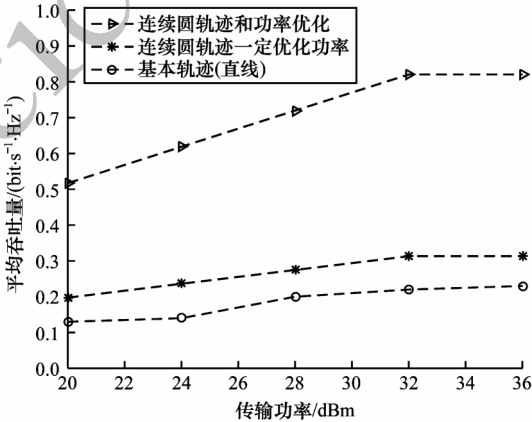
表1 无人机最佳飞行速度、半径以及圈数仿真数据  
Table 1 Simulation data for optimal flight speed, radius and laps of UAV

组编号 <i>i</i>	最佳飞行速度 $V_i^*/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	最佳飞行半径 $r_i^*/\text{m}$	最佳飞行圈数 $\text{laps}_i^*$
1	2.14	0.80	2.14
2	2.14	0.80	2.14
3	22.40	104.72	2.10
4	21.39	71.98	0.83
5	21.38	71.90	0.83

图7为在任务时间 $T=260$  s时,不同轨迹策略在不同传输功率下的平均吞吐量对比。图7(a)为没有下行平均传输功率约束下进行的仿真,图7(b)为在下行平均传输功率约束下进行的仿真。由图7(a)可见,不同轨迹策略下的平均吞吐量都会随着传输功率的增加而增加,其中连续圆轨迹一定优化功率策略在节约功率条件下能够保证吞吐量增加,连续圆轨迹和功率优化策略的增长速度最快,系统性能最佳。在下行平均传输功率约束下,平均吞吐量增加后趋于平缓。这是因为当求解的最优传输功率不大于下行平均传输功率时,利用无人机的移动性(速度和加速度)可以最大程度地获得良好的通信信道,因此系统的平均吞吐量增加。但是,当超出下行平均传输功率约束时,功率增加不再影响平均吞吐量。



(a)无下行平均传输功率约束的平均吞吐量



(b)有下行平均传输功率约束的平均吞吐量

图7  $T=260$  s时不同传输功率下的平均吞吐量对比  
Fig.7 Comparison of average throughput under different powers at  $T=260$  s

图8所示为5种不同轨迹策略在规定任务时间的无人机下行通信吞吐量对比。基本轨迹(直线)轨迹策略的吞吐量在整个任务时间趋于平稳。本文提出的连续圆轨迹策略吞吐量高于基本轨迹(直线)轨迹策略,连续圆轨迹策略可以通过无人机的移动性灵活适配,因此得到高于直线轨迹的吞吐量。在此



基础上提出的连续圆轨迹一定优化功率策略、功率一定优化连续圆轨迹策略和连续圆轨迹和功率优化策略吞吐量都随着时间的增加而增加。功率一定优化轨迹策略下的性能优于轨迹一定下优化功率策略下的性能,这是因为当进行轨迹一定下功率优化时,无人机按照原始的连续圆轨迹飞行,无人机会因距离地面节点较远而无法得到较好效果。当进行功率一定优化轨迹时,无人机的移动性得到利用,从而得到了更好的通信信道质量。联合功率和轨迹优化效果远远优于单一变量优化的效果,在两者交替优化的情况下,无人机不仅以优化传输功率向地面节点传输信息,而且它还通过优化轨迹提高其与地面节点之间的通信信道质量,有效利用了功率和轨迹联合约束下获得的局部最优解,从而解决寻找全局最优解极为困难的问题。仿真结果表明了在一个无人机对地多播系统中联合功率和轨迹优化的重要性和必要性。

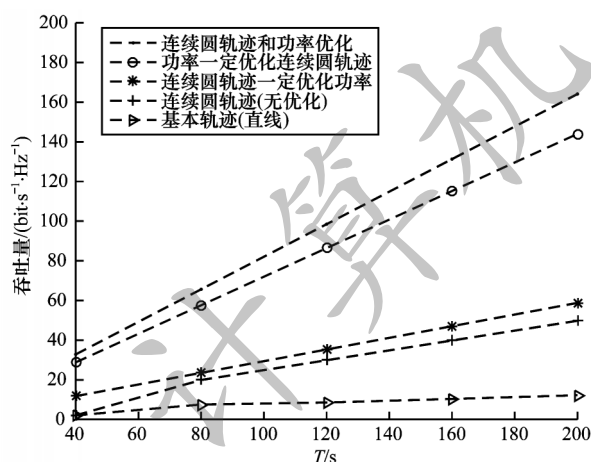


图8 不同轨迹情况下的吞吐量对比

Fig.8 Throughput comparison under different trajectory conditions

图9所示为在任务时间内,不同的距离阈值下联合优化轨迹/功率策略得到的无人机下行通信吞吐量对比。从图9可以看出,随着距离阈值的增加,吞吐量呈现先减少再增加再减少的趋势。当 $d \leq 85$  m时无分组可言,即10个地面节点独立成体,无人机的大多时间用来从一个地面节点飞到另一个地面节点,相当于无人机在作直线轨迹飞行,大幅降低了通信系统的吞吐量;当 $d = 690$  m时出现了2种情况,一种是2.1节中的情况1),另一种是2.1节中的情况2),在相同时刻下,情况1)的吞吐量要比情况2)的吞吐量低,这是因为:在情况1)下,地面节点划分成5组,即使有的地面节点被多次访问到,但是无人机在从一组飞到另一组时花费了较多的时间;在情况2)下,地面节点划分成两组,即使每个地面节点只被访问一次,但是无人机有较多的时间与地面节点

通信,因此吞吐量比情况1)要高。当 $d \geq 1\,090$  m时,无人机仅以一个大圆绕所有地面节点飞行,即圆形飞行轨迹,在圆形飞行轨迹下的吞吐量低于本文提出的连续圆飞行轨迹。

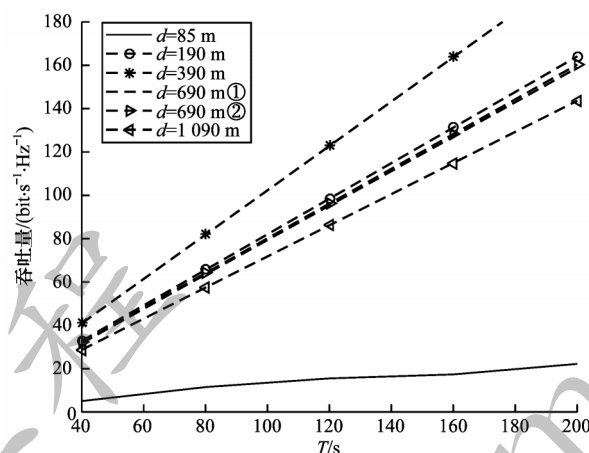


图9 不同距离阈值下的吞吐量对比

Fig.9 Throughput comparison under different distance thresholds

## 5 结束语

为提高无人机对地通信系统的吞吐量,本文建立一个无人机对多个地面节点的无人机对地通信系统模型。通过距离阈值对地面节点进行分组,基于分组进行无人机轨迹规划,提出连续圆飞行轨迹方法,无人机在保证对组内所有节点通信的条件下绕组做圆轨迹飞行,分组之间进行直线轨迹飞行。在保证无人机的飞行路径最短条件下,通过求解建立的新型旅行商问题确定无人机的连续圆通信顺序。仿真结果表明,本文提出的连续圆轨迹以及优化方法对吞吐量的提高具有明显的优势。下一步将在本文方案及场景基础上,在地面增加窃听者,针对物理层安全问题对无人机轨迹进行改进,以提高系统性能,减少传输信息的丢失。

## 参考文献

- [1] WANG Duwei, LIANG Guowei, TAO Jun. Linearization of UAV path planning based on Markov model[J]. Journal of Sichuan Ordnance, 2015, 36(1): 95-98. (in Chinese)  
王社伟, 梁国伟, 陶军. 基于马尔科夫模型的无人机路径规划的线性化[J]. 四川兵工学报, 2015, 36(1): 95-98.
- [2] ZENG Y, ZHANG R, LIM T J. Wireless communications with unmanned aerial vehicles: opportunities and challenges[J]. IEEE Communications Magazine, 2016, 54(5): 36-42.
- [3] AZARI M M, ROSAS F, CHEN K C. Ultra reliable USA communication using altitude and cooperation diversity[J]. IEEE Transactions on Communications, 2018, 66(1): 330-344.

- [4] GUO Yan. UAV communication application hypothesis[J]. Telecom World, 2017(12):34-35. (in Chinese)  
郭彦. 无人机通信应用假想[J]. 通讯世界, 2017(12):34-35.
- [5] AL-HOURANI A, KANDEEPAN S, LARDNER S. Optimal LAP altitude for maximum coverage[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2014, 3(6):569-572.
- [6] ONO F, OCHIAI H, MIURA R. A wireless relay network based on unmanned aircraft system with rate optimization [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 15(11):7699-7708.
- [7] WU Qingqing, XU Jie, ZHANG Rui. Capacity characterization of UAV-enabled two-user broadcast channel [J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2018, 36(9):1955-1971.
- [8] LYU J, ZENG Y, ZHANG R, et al. Placement optimization of UAV-mounted mobile base stations[J]. IEEE Communications Letters, 2017, 21(3):604-607.
- [9] MOZAFFARI M, SAAD W, BENNIS M, et al. Efficient deployment of multiple unmanned aerial vehicles for optimal wireless coverage [J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(8):1647-1650.
- [10] HYUANG Yuwei, XU Jie, QI Ling, et al. Cognitive UAV communication via joint trajectory and power control[C]//Proceedings of the 19th IEEE International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2018:1-5.
- [11] ZENG Y, ZHANG R, LIM T J. Throughput maximization for uav-enabled mobile relaying systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 64(12):4983-4996.
- [12] WU Qingqing, ZENG Yong, ZHANG Rui. Joint trajectory and communication design for multi-UAV enabled wireless networks [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(3):2109-2121.
- [13] YANG Dingcheng, WU Qingqing, ZENG Yong. Energy trade-off in ground-to-UAV communication via trajectory design[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 67(7):6721-6726.
- [14] XU Jie, ZENG Yong, ZHANG Rui. UAV-enabled wireless power transfer; trajectory design and energy optimization[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(8):5092-5106.
- [15] ZENG Yong, ZHANG Rui. Energy-efficient UAV communication with trajectory optimization [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(6):3747-3760.
- [16] ZENG Yong, XU Jie, ZHANG Rui. Energy minimization for wireless communication with rotary-wing UAV[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 18(4):2329-2345.
- [17] YAN Xiaoqin, XING Lingzhi, YAN Jun, et al. Optimal energy efficiency based power allocation algorithm for UAV relay communication system [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2018, 33(6):1058-1067. (in Chinese)  
严晓琴,邢灵芝,颜俊,等. 能效最优准则下的无人机中继系统的功率分配算法[J]. 数据采集与处理, 2018, 33(6):1058-1067.
- [18] EOM S, LEE H, PARK J, Iet al. UAV-aided wireless communication designs with propulsion energy constraint [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Kansas City, USA: IEEE Communications Society, 2018:1-6.
- [19] WU Yundi, XU Jie, QIU Ling. Capacity of UAV-enabled multicast channel; joint trajectory design and power allocation [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Kansas City, USA: IEEE Communications Society, 2018:117-123.
- [20] PARK J, LEE H, EOM S, et al. Minimum throughput maximization in UAV-aided wireless powered communication networks[EB/OL]. [2019-09-01]. <https://arxiv.org/pdf/1801.02781>.
- [21] WANG Haichao, REN Guochun, CHEN Jin, et al. Unmanned aerial vehicle-aided communications: joint transmit power and trajectory optimization [J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2017, 7(4):522-525.
- [22] OUYANG Jie, CHE Yueling, XU Jie. Throughput maximization for laser-powered UAV wireless communication systems [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Kansas City, USA: IEEE Communications Society, 2018:223-236.
- [23] ZENG Y, ZHENG R, LIM T J. Throughput maximization for UAV-enabled mobile relaying systems [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016, 64(12):4983-4996.
- [24] ZHANG Jingwei, ZENG Yong, ZHANG Rui. Spectrum and energy efficiency maximization in UAV-enabled mobile relaying [C]//Proceedings of 2017 IEEE International Conference on Communications. Paris, France: France Section IEEE Communications Society, 2017:1-6.
- [25] WU Qingqing, ZENG Yong, ZHANG Rui. Joint trajectory and communication design for UAV-enabled multiple access [C]//Proceedings of 2017 IEEE Global Communications Conference. [S. l.]: IEEE Communications Society Singapore Section, 2017:1-6.