

压缩感知观测信号的低秩稀疏分解

潘金凤,尹丽菊,高明亮,邹国峰

(山东理工大学 电气与电子工程学院,山东 淄博 255000)

摘要:低秩稀疏分解是可应用于视频监控的一种视频分析方法,与满足Nyquist定理的采样信号相比,压缩感知观测信号的低秩稀疏分解难度更大。借鉴在低秩稀疏分解时将信号投影到其低秩部分的正交空间方法,提出先压缩观测再投影与先投影再压缩观测两种不同的压缩观测与投影方法,推导出每种方法的投影与压缩观测合并算子,分别对稀疏前景与低秩背景进行压缩感知重构,实现时变稀疏信号压缩观测的低秩稀疏分解。由于背景的缓慢变化会使低秩矩阵的正交空间发生改变,应用结构相似度来判断相邻帧低秩矩阵的变化情况,并估计该正交空间是否需要更新。实验结果表明,与SpaRcs方法相比,该方法能够在较低的压缩采样率下实现更精确的信号低秩背景与稀疏前景的直接分离重构,每帧图像压缩感知重构结果的峰值信噪比最多能够提高2 dB左右。

关键词:低秩稀疏分解;压缩感知;正交投影;结构相似度;阈值

开放科学(资源服务)标志码(OSID):



中文引用格式:潘金凤,尹丽菊,高明亮,等.压缩感知观测信号的低秩稀疏分解[J].计算机工程,2022,48(8):234-239.

英文引用格式:PAN J F, YIN L J, GAO M L, et al. Low-rank and sparse decomposition of compressive sensing observation signals[J]. Computer Engineering, 2022, 48(8): 234-239.

Low-Rank and Sparse Decomposition of Compressive Sensing Observation Signals

PAN Jinfeng, YIN Liju, GAO Mingliang, ZOU Guofeng

(School of Electrical and Electronic Engineering, Shandong University of Technology, Zibo, Shandong 255000, China)

[Abstract] Low-rank and sparse decomposition can be used in video surveillance analysis. This composition is more difficult to perform on Compressive Sensing (CS) videos than on videos sampled by the Nyquist theorem. Inspired by the method of projecting Nyquist-sampled signals into the orthogonal space of their low-rank section, two different CS and projection methods are proposed for the low-rank and sparse decomposition of CS videos. The first method projects measurements of CS videos into the orthogonal space of their low-rank partition. The second method performs the CS measurement after projection. For both methods, the operator can measure the CS videos and calculate the orthogonal projection simultaneously. The sparse foreground is reconstructed via CS, followed by the low-rank background. Because the progressive change in the background may change the orthogonal space of the low-rank matrices, the Structural Similarity (SSIM) metric is used to assess whether the orthogonal space of the low-rank matrices is changed. Experimental results show that compared with the SpaRcs method, the proposed method achieves better low-rank and sparse decomposition results, as well as improves the Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR) of the recovery images by a maximum level of 2 dB.

[Key words] low-rank and sparse decomposition; Compressive Sensing (CS); orthogonal projection; Structural Similarity (SSIM); thresholding

DOI: 10.19678/j.issn.1000-3428.0062121

0 概述

视频等具有背景缓慢变化及前景快速移动特点的信号被称为时变稀疏信号^[1]。时变稀疏信号分析常需

要的前景与背景的分离可用低秩稀疏分解实现。文献[2]提出基于主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)的低秩稀疏分解方法,该方法分别使用稀疏、低秩矩阵作为前景与背景的数学模型,对低秩矩阵

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金项目(61801272)。

作者简介:潘金凤(1979—),女,副教授、博士,主研方向为压缩感知信号处理、深度学习;尹丽菊,教授、博士;高明亮,副教授、博士;邹国峰,讲师、博士。

收稿日期:2021-07-09 **修回日期:**2021-09-08 **E-mail:** pjfbysj@163.com

的估计使用基于PCA的阈值法,其缺点是分解准确度在很大程度上依赖于初始值的设置,且移动前景被误归为低秩背景的概率较大。为了得到更准确的低秩稀疏分解结果,文献[3]介绍了使用目标特征域字典的基于PCA的目标跟踪方法。文献[4-6]介绍了先将整个信号投影到其低秩背景的正交空间,再应用最小二乘法对信号的稀疏前景进行估计的方法。

压缩感知(Compressive Sensing, CS)信号处理方法能够在低于Nyquist采样率的条件下实现信号的精确或近似精确重构,所以该理论下的采样与重构成为一个重要研究方向,在很多有关图像与视频处理的领域都得到应用。文献[7]提出了噪声服从高斯分布假设下的Bayesian压缩感知重构方法。文献[8]将压缩感知技术应用于光学相干断层扫描成像数据的重构。文献[9-12]分别介绍了多光谱、近红外、并行以及三维压缩感知成像系统的实现方法。

时变稀疏信号压缩观测的重构方法大多基于其背景缓变、前景快变的特点。文献[13]介绍了使用张量的块压缩感知重构方法。文献[14]提出使用张量的SAR图像的压缩感知重构方法。文献[15]提出在背景缓变假设下的卡尔曼滤波压缩感知重构方法。文献[16]根据各帧图像之间动态变化的特点,应用动态方程来实现动态压缩感知重构。以上方法都利用低秩与稀疏先验知识进行压缩感知重建,但没能分别给出低秩与稀疏部分的重构结果。由于动态压缩感知重构不能实现信号低秩与稀疏部分的直接分离重构,研究人员开始研究能够对两者直接分离的重构方法。文献[17]应用基于PCA的低秩稀疏分解方法对高光谱图像进行压缩感知重构,其低秩部分的重构利用了多光谱图像的谱间低秩性与谱内稀疏性。文献[18]利用PCA方法与文献[19]改进的正交匹配追踪方法,在假设视频低秩部分的秩与稀疏前景的稀疏度都已知的条件下,先估计低秩矩阵与稀疏矩阵的支撑集,再应用最小二乘方法实现时变稀疏信号的压缩观测的低秩稀疏分解(SpaRcs)。文献[20]利用移动的稀疏前景使视频各帧图像构成的二维矩阵呈现纹理特征的特点,改进了SpaRcs方法的稀疏前景支撑集的估计方法。SpaRcs及其改进方法更适用于静态低秩背景,但是对于缓变背景,其运行结果较差。

为提高信号压缩观测的低秩稀疏分解的准确度,本文基于文献[5]方法,提出两种不同稀疏前景压缩观测近似值的估计方法。首先将时变稀疏信号的压缩观测值投影到其低秩背景的正交空间,或将原信号投影到其低秩背景的正交空间后再压缩观测,再分别对稀疏前景及低秩背景进行压缩感知重构。

1 时变稀疏信号的压缩观测与正交投影

假设时变稀疏信号由 T 帧连续图像构成:

$$\mathbf{X} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times T}$; \mathbf{L} 与 \mathbf{S} 分别是 \mathbf{X} 的低秩与稀疏部分。

假设在对 \mathbf{X} 进行压缩观测时,各帧图像都使用相同的测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ($m \ll n$),则第 t 帧图像 $\mathbf{x}_t \in \mathbb{R}^n$ 的压缩观测等于:

$$\mathbf{y}_t = \Phi \mathbf{x}_t = \Phi \mathbf{s}_t + \Phi \mathbf{l}_t \quad (2)$$

其中: \mathbf{s}_t 与 \mathbf{l}_t 分别是 \mathbf{x}_t 的稀疏前景与低秩背景。

本文拟采用两种方法对 \mathbf{X} 进行压缩观测与正交投影。第1种方法是先压缩观测再投影(PCS),该方法是将信号的压缩观测值投影到其低秩背景压缩观测值的近似正交空间。信号低秩部分的训练样本或者已知,或者可以使用基于PCA的低秩稀疏分解方法估计^[21]。将信号 \mathbf{X} 的低秩背景的训练样本 $\tilde{\mathbf{L}} = [\tilde{\mathbf{l}}_1, \tilde{\mathbf{l}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{l}}_k]$ 的压缩观测值 $\Phi \tilde{\mathbf{L}}$ 投影到其近似正交空间时先进行奇异值分解 $\Phi \tilde{\mathbf{L}} = \mathbf{U} \mathbf{A} \mathbf{V}^H$,则 \mathbf{U} 的各个列向量可张成 $\Phi \tilde{\mathbf{L}}$ 的列空间,因此 \mathbf{U} 为 $\Phi \tilde{\mathbf{L}}$ 列空间的投影算子,也称为支撑集矩阵。在实际计算时,支撑集矩阵使用 \mathbf{U} 的近似值 \mathbf{U}_1 ,则沿着 $\Phi \tilde{\mathbf{L}}$ 的列空间到其近似正交空间的正交投影矩阵等于:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{I} - \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_1^H) \quad (3)$$

对 \mathbf{x}_t 进行压缩观测,再投影到它的低秩背景压缩观测值的近似正交空间的过程可表示为:

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{P} \Phi \mathbf{x}_t = \mathbf{P} \Phi \mathbf{s}_t + \mathbf{P} \Phi \mathbf{l}_t = \mathbf{R}_1 \mathbf{s}_t + \boldsymbol{\alpha}_t \quad (4)$$

其中: $\boldsymbol{\alpha}_t = \mathbf{P} \Phi \mathbf{l}_t$ 表示未能将 $\Phi \mathbf{l}_t$ 准确投影到其正交空间形成的微小误差。若 $\mathbf{R}_1 = \mathbf{P} \Phi$ 符合测量矩阵的等距约束条件,则式(4)的压缩观测过程可以直接使用 \mathbf{R}_1 作为测量矩阵。

第2种方法是先投影再压缩观测(CSP),该方法首先将信号 \mathbf{X} 投影到它的低秩背景估计值的近似正交空间,然后再对该投影值进行压缩观测。因此,应先计算 $\tilde{\mathbf{L}}$ 的奇异值分解并估计其支撑集矩阵的近似值 \mathbf{U}_L 和近似正交投影矩阵 \mathbf{P}_L 。将 \mathbf{x}_t 投影到它的低秩背景的近似正交空间,再进行压缩观测的过程可表示为:

$$\mathbf{y}_t = \Phi \mathbf{P}_L \mathbf{x}_t = \Phi \mathbf{P}_L \mathbf{s}_t + \Phi \mathbf{P}_L \mathbf{l}_t = \mathbf{R}_2 \mathbf{s}_t + \boldsymbol{\beta}_t \quad (5)$$

其中: $\boldsymbol{\beta}_t = \Phi \mathbf{P}_L \mathbf{l}_t$, $\mathbf{P}_L \mathbf{l}_t$ 表示未能完全将 \mathbf{l}_t 投影到其正交空间形成的微小误差。因为 Φ 是单位行向量测量矩阵,所以 $\boldsymbol{\beta}_t$ 的各个元素也是微小值。若 $\mathbf{R}_2 = \Phi \mathbf{P}_L$ 符合压缩感知测量矩阵的等距约束条件,则对 \mathbf{x}_t 的压缩观测也可以直接使用 \mathbf{R}_2 作为测量矩阵。

本文中 Φ 使用各元素服从 $N(0, 1)$ 分布的高斯测量矩阵,如果 \mathbf{R}_1 、 \mathbf{R}_2 同样是高斯矩阵,那么其性质

与高斯测量矩阵相同,符合压缩感知信号处理对测量矩阵的要求,此时式(4)、式(5)中 s_t 的求解属于压缩感知重构问题。实验发现,若支撑集矩阵 U_1 或 U_L 由包含 $\Phi\tilde{L}$ 或 \tilde{L} 的部分能量的若干个较大非零奇异值对应的左奇异向量构成,则 R_1 、 R_2 的分布曲线平滑且基本与 Φ 服从相同的分布。图1(a)为Curtain视频的一帧背景训练样本。图1(b)为对Curtain的背景训练样本集,当压缩采样率为0.1时,由保留95%能量的支撑集矩阵求得的 R_1 、 R_2 与高斯测量矩阵 Φ 的分布进行比较。如图1(b)所示, R_1 与 Φ 的分布差别稍大, R_2 与 Φ 的分布基本无差别,三者的分布差别非常小,所以 R_1 、 R_2 近似服从与 Φ 相同的高斯分布,可以作为测量矩阵使用。

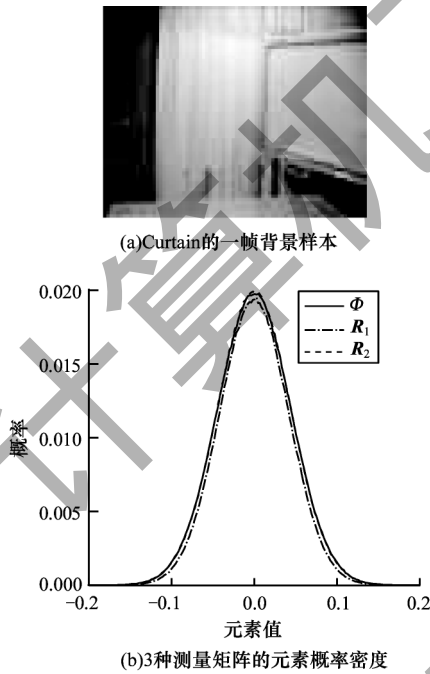


图1 3种测量矩阵元素的概率密度比较

Fig.1 The comparison of probability density of three measurement matrix elements

2 低秩稀疏分解的实现

将式(4)与式(5)表示的两种不同的压缩观测与投影过程统一表示为:

$$y_t = \Theta_t s_t + \zeta_t \quad (6)$$

式(6)中 s_t 的求解可用基追踪去噪法,即:

$$\min_{s_t} \|s_t\|_1, \text{ s.t. } \|y_t - \Theta_t s_t\| \leq \|\zeta_t\|_2 \quad (7)$$

求得 s_t 的估计值后, l_t 的估计也成为压缩感知重构问题:

$$\Theta_t l_t = y_t - \Theta_t s_t \quad (8)$$

应用基追踪算法即可求解 l_t 的估计值。

时变稀疏信号压缩观测的低秩稀疏分解需要解决的另一问题是由信号低秩背景缓慢变化引起的。

无论是先压缩观测再正交投影,还是先投影再压缩观测,当低秩背景产生变化时,它的正交投影矩阵就会改变,因而 Θ_t 也随之变化,因此需要解决如何判断低秩矩阵 l_t 是否发生变化,及其变化是否导致了正交投影矩阵的较大变化问题。本文采用计算相邻帧低秩矩阵的结构相似度(Structural Similarity, SSIM)的方法来进行判断,若两者的SSIM值小于阈值,说明低秩背景已经发生较大变化,需要重新计算正交投影矩阵。

应用第1种先压缩观测再投影方法的时变稀疏信号压缩观测的低秩稀疏分解算法的实现步骤如算法1所示。

算法1 PCS算法

步骤1 已知低秩背景训练样本 $\tilde{L} = [\tilde{l}_1, \tilde{l}_2, \dots, \tilde{l}_k]$, 初始化高斯测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 参数 c, η, th 及 $t=1$ 。

步骤2 对低秩背景训练样本 \tilde{L} 进行压缩观测得 $\Phi\tilde{L}$, 然后估计保持其部分能量 c 的近似支撑集矩阵 U_1 及正交投影矩阵 P 。

步骤3 令测量矩阵 $\Theta_t = P\Phi$, 根据式(6)对时变稀疏信号 x_t 进行压缩观测。

步骤4 应用基追踪去噪算法与基追踪算法先后对稀疏信号 s_t 和低秩信号 l_t 进行压缩感知重构。

步骤5 $t=t+1$, 若 $t > \eta$ 且 l_t 与 l_{t-1} 的结构相似度 $SSIM < th$, 令 $\tilde{L} = [l_{t-\eta+1}, \dots, l_{t-1}, l_t]$, 返回步骤2; 否则返回步骤3。直到最后一帧图像的低秩稀疏分解重构完成。

第2种压缩观测方法是根据背景的训练样本, 先将时变稀疏信号近似投影到它的低秩部分的正交空间, 再对信号投影值进行压缩观测, 两种方法的第4步、第5步相同, 其前3步的步骤如算法2所示。

算法2 CPS算法

步骤1 已知低秩背景训练样本 $\tilde{L} = [\tilde{l}_1, \tilde{l}_2, \dots, \tilde{l}_k]$, 初始化高斯测量矩阵 $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$, 参数 c, η, th 及 $t=1$ 。

步骤2 计算保持低秩背景训练样本 \tilde{L} 部分能量 c 所对应的近似支撑集矩阵 U_L 及其正交投影矩阵 P_L 。

步骤3 令测量矩阵 $\Theta_t = \Phi P_L$, 根据式(6)对时变稀疏信号 x_t 进行压缩观测。

3 实验结果与分析

SpaRcs是一种能够根据压缩观测值直接实现信号的前景、背景分离的重构方法。所以, 实验时将SpaRcs方法与本文的PCS方法、CSP方法进行比较。

图2是压缩观测采样率 $m/n=0.3$ 时, 3种方法对Curtain视频的压缩观测的低秩稀疏分解重构的比较。

从图2(i)SpaRcs的低秩背景重构结果可以看出,该方法将移动前景的大部分误归为低秩背景,所以图2(j)中稀疏前景的分解结果只有部分轮廓,PCS与CSP方法的分解结果都优于SpaRcs方法,从图2(d)和图2(g)可以看出,对各帧图像,本文提出的CSP与PCS方法结

果比较,前者的稀疏前景重构结果的错误噪声点更少,前景图像更清晰。将稀疏前景与低秩背景的重构结果求和得到各帧图像的压缩感知重构结果,比较其峰值信噪比(Peak Signal-to-Noise Ratio,PSNR)值可以看出,CSP方法是3种方法中最高的。

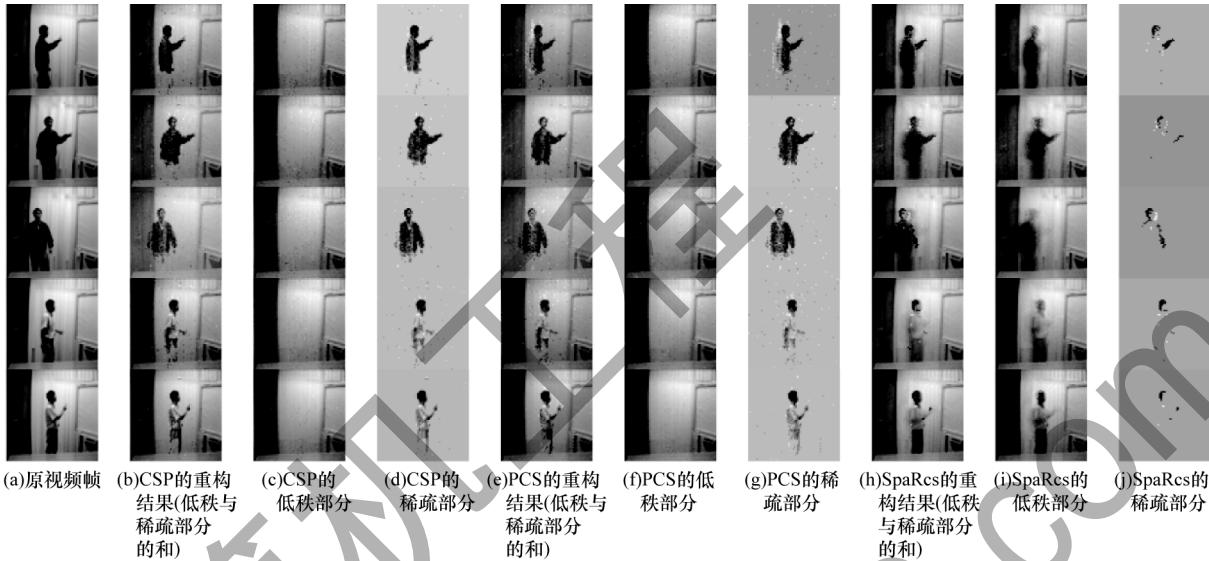


图2 Curtain低秩稀疏分解重构结果

Fig.2 The low rank and sparse decomposition refactoring results of Curtain

图3是CSP方法与SpaRcs方法对Hall视频的低秩稀疏分解重构结果的比较,实验中所有图像的压缩观测采样率都等于0.2。从图中可以看出,SpaRcs

方法将人这一稀疏前景的很大一部分划分到了低秩背景中,造成稀疏前景的识别正确率很低,而CSP方法的低秩与稀疏部分的重构结果更准确。

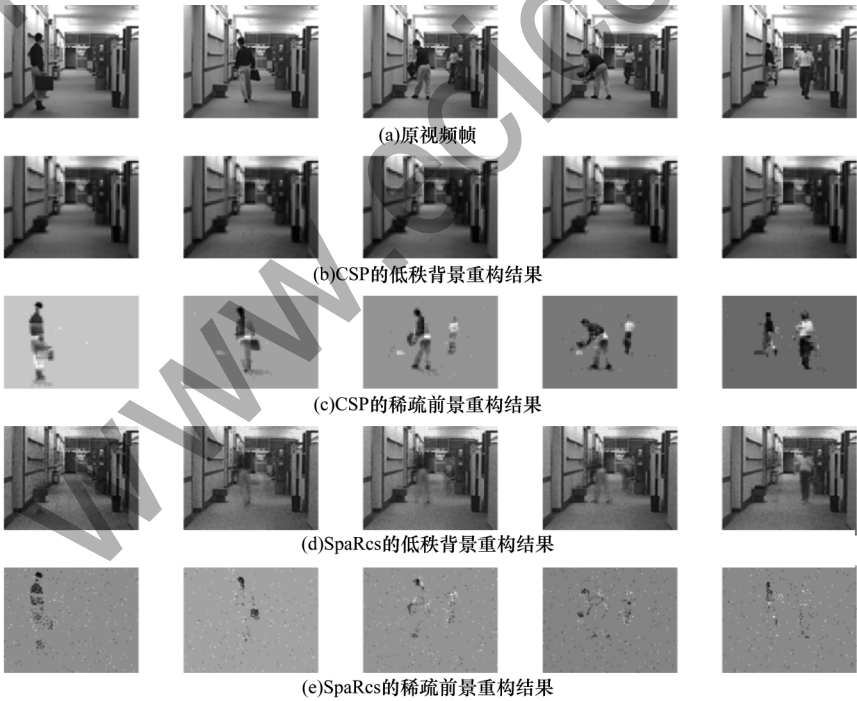


图3 Hall的压缩感知低秩稀疏分解比较($m/n=0.2$)

Fig.3 Comparison of low rank and sparse decomposition of compressed video of Hall ($m/n=0.2$)

图4所示为在压缩感知采样率为0.2~0.4时,3种方法对Curtain视频所有帧重构结果的PSNR平均值的比较。每帧的重构结果都是用重构的低秩背景与

稀疏前景的和求得的。从图4可以看出,CSP、PCS与SpaRcs方法比较,重构图像的PSNR值能提高2 dB左右,CSP方法的PSNR平均值高于PCS方法。

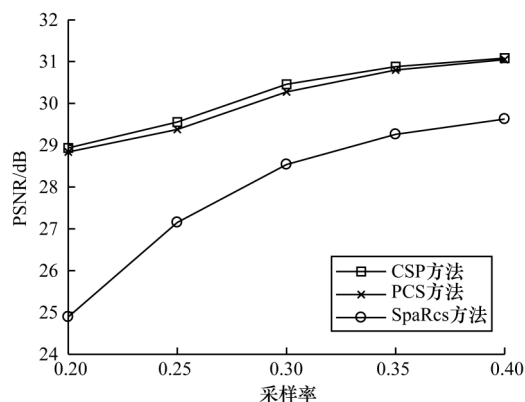


图4 Curtain重构图像的PSNR平均值

Fig.4 Average PSNR of Curtain reconstruction images

图5是压缩观测采样率为0.1时,对Hall视频各帧图像重构结果的PSNR值比较。从图5结果可以看出,在相同采样率下,SpaRcs方法重构图像的质量远低于CSP和PCS方法,而CSP方法的绝大多数重构帧的PSNR值都是3种方法中最高的。

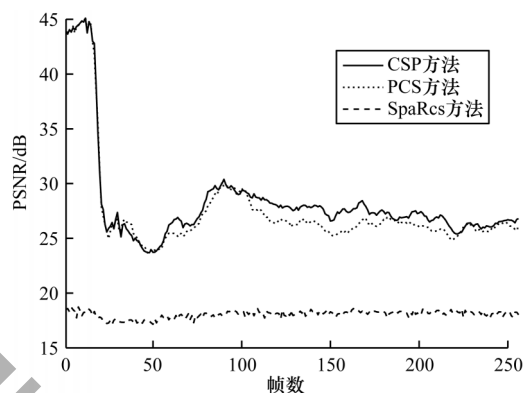
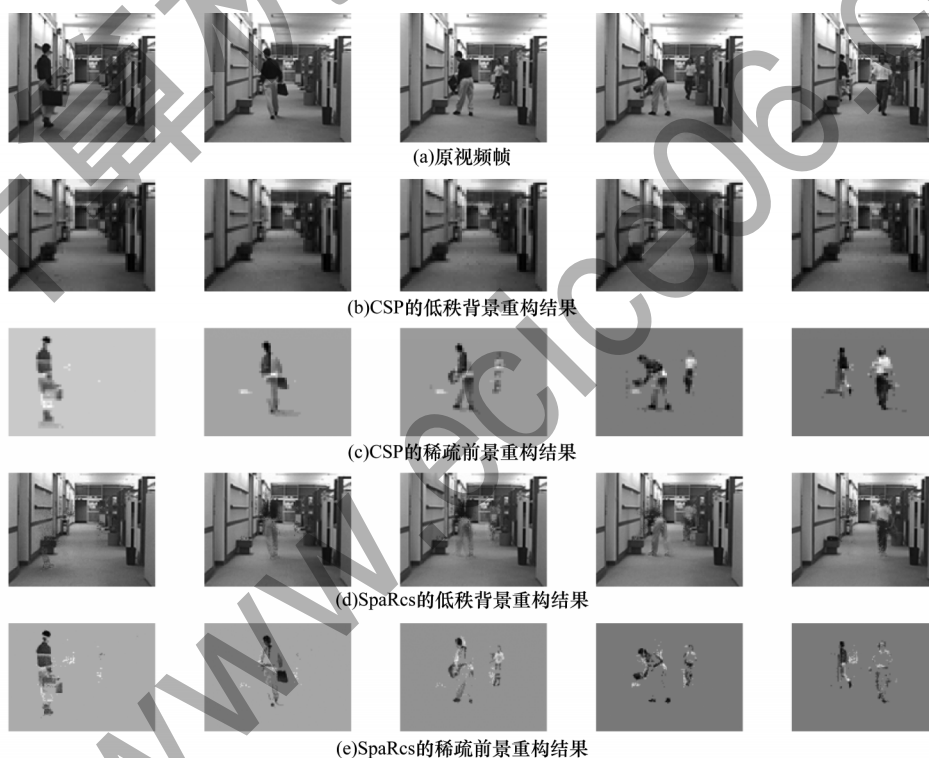


图5 Hall图像压缩感知重构的峰值信噪比比较

Fig.5 Comparison of PSNR of Hall image compression sensing reconstruction

图6与图3的各帧原图像是相同的,但压缩观测采样率变为0.3。与图3相比,SpaRcs方法的稀疏前景更加清晰准确,但是该方还是将视频的部分稀疏前景划分成低秩背景,与之比较,CSP方法的低秩背景与稀疏前景的重构分解结果都更加准确。

图6 Hall的压缩感知低秩稀疏分解比较($m/n=0.3$)Fig.6 Comparison of low rank and sparse decomposition of compressed video of Hall ($m/n=0.3$)

4 结束语

本文通过将时变稀疏信号的压缩观测值投影到其低秩值的正交空间,运用重构稀疏信号值与低秩信号值的方法,实现时变稀疏信号压缩观测的低秩稀疏分解。提出压缩观测与低秩空间正交投影按不同顺序进行的两种方法,每种方法的压缩观测与投影两个过程都可分别使用各自的算子一步实现。使用相邻重构帧低秩值的结构相似性判断低秩背景是

否发生变化,若发生变化,则采用最新重构低秩值更新低秩背景与其正交空间。实验结果表明,与SpaRcs方法相比,本文方法重构图像的PSNR平均值最多能提高2 dB左右。后续将研究基于三维压缩感知与正交投影的压缩感知低秩稀疏分解方法,使用较少的测量数获得更高信号重构质量的三维压缩感知,对时变稀疏信号进行压缩观测,低秩正交投影在三维空间完成,在投影完成后实现稀疏与低秩信号的重构。

参考文献

- [1] 荆楠,毕卫红,胡正平,等. 动态压缩感知综述[J]. 自动化学报,2015,41(1):22-37.
JING N, BI W H, HU Z P, et al. A survey on dynamic compressed sensing[J]. Acta Automatica Sinica, 2015, 41(1):22-37. (in Chinese)
- [2] CANDÈS E J, LI X D, MA Y, et al. Robust principal component analysis[J]. Journal of the ACM, 2011, 58(3): 1-37.
- [3] 刘占林,王琰,杨大为. 压缩感知的矩阵低秩稀疏分解目标跟踪算法[J]. 小型微型计算机系统, 2017, 38(4): 881-885.
LIU Z L, WANG Y, YANG D W. Sparse and low-rank matrix decomposition tracking method with compressed sensing[J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2017, 38(4):881-885. (in Chinese)
- [4] NARAYANAMURTHY P, VASWANI N. Provable dynamic robust PCA or robust subspace tracking[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2019, 65(3): 1547-1577.
- [5] QIU C L, VASWANI N, LOIS B, et al. Recursive robust PCA or recursive sparse recovery in large but structured noise[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(8):5007-5039.
- [6] LOIS B, VASWANI N. Online matrix completion and online robust PCA[C]//Proceedings of 2015 International Symposium on Information Theory. Hong Kong, China; [s. n.], 2015:1826-1830.
- [7] ZHANG Y B, HUANG L T, LI Y Q, et al. Low-rank and joint-sparse signal recovery using sparse Bayesian learning in a WBAN[J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2021, 32(1):359-379.
- [8] 陈明惠,王帆,张晨曦,等. 基于压缩感知的频域 OCT 图像稀疏重构[J]. 光学精密工程, 2020, 28(1):189-199.
CHEN M H, WANG F, ZHANG C X, et al. Sparse reconstruction of frequency domain OCT image based on compressed sensing[J]. Optics and Precision Engineering, 2020, 28(1):189-199. (in Chinese)
- [9] KE J, ZHANG L X, ZHOU Q, et al. Broad dual-band temporal compressive imaging with optical calibration[J]. Optics Express, 2021, 29(4):5710.
- [10] ZHOU Q, KE J, LAM E Y. Near-infrared temporal compressive imaging for video[J]. Optics Letters, 2019, 44(7):1702-1705.
- [11] 王敏敏,孙胜利. 并行压缩成像系统的压缩域小目标检测[J]. 光学精密工程, 2016, 24(10):2549-2556.
WANG M M, SUN S L. Small target detection in compressed domain for parallel compressive imaging system[J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24(10): 2549-2556. (in Chinese)
- [12] YUAN X, BRADY D J, KATSAGGELOS A K. Snapshot compressive imaging: theory, algorithms, and applications[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2021, 38(2):65-88.
- [13] ZHONG Y H, ZHANG J, ZHOU Z K, et al. Recovery of image and video based on compressive sensing via tensor approximation and spatio-temporal correlation[J]. Multimedia Tools and Applications, 2021, 80(5):7433-7450.
- [14] PU W, WANG X D, WU J J, et al. Video SAR imaging based on low-rank tensor recovery[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 32(1): 188-202.
- [15] VASWANI N. Kalman filtered compressed sensing[C]//Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Image Processing. Washington D. C., USA:IEEE Press, 2008:893-896.
- [16] SANKARANARAYANAN A C, TURAGA P K, CHELLAPPA R, et al. Compressive acquisition of linear dynamical systems[J]. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2013, 6(4):2109-2133.
- [17] 孙玉宝,吴泽彬,吴敏,等. 联合低秩与稀疏先验的高光谱图像压缩感知重建[J]. 电子学报, 2014, 42(11):2219-2224.
SUN Y B, WU Z B, WU M, et al. Compressed sensing reconstruction of hyperspectral imagery jointly using low rank and sparse prior[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(11):2219-2224. (in Chinese)
- [18] WATERS A E, SANKARANARAYANAN A C, BARANIUK R G. SpaRCS: recovering low-rank and sparse matrices from compressive measurements[C]//Proceedings of the 25th Annual Conference on Neural Information Processing Systems. Washington D. C., USA:IEEE Press, 2011:3567-3578.
- [19] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 2009, 26(3):301-321.
- [20] RAMESH L, SHAH P. R-SpaRCS: an algorithm for foreground-background separation of compressively-sensed surveillance videos[C]//Proceedings of the 12th International Conference on Advanced Video and Signal Based Surveillance. Berlin, Germany: Springer, 2015:1-6.
- [21] GUO H, QIU C L, VASWANI N. An online algorithm for separating sparse and low-dimensional signal sequences from their sum[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(16):4284-4297.