

变分水平集分割方法

文 静¹, 陈占伟²

(1. 淮阴师范学院计算机科学系, 淮安 223300; 2. 周口师范学院计算机科学系, 周口 466001)

摘要: 针对三维图像多相分割问题, 提出一种变分水平集分割方法。由变分方法和梯度坡降方法得到能量泛函取极小值的水平集函数演化方程, 与基于区域模型的参数估计构成一个交替迭代过程。仿真结果表明, 该方法简单高效, 能快速实现三维图像的轮廓分割与重建, 真实反映采集序列断层图像的信息, 具有较好的应用价值。

关键词: 图像分割; 水平集分割; 曲面演化方程; 参数估计模型

Variation Level Set Segmentation Method

WEN Jing¹, CHEN Zhan-wei²

(1. Dept. of Computer Science, Huaiyin Normal University, Huaian 223300;

2. Dept. of Computer Science, Zhoukou Normal University, Zhoukou 466001)

【Abstract】 Aiming at the multiphase segmentation problem of 3D image, this paper proposes a variation level set segmentation method. It gets level set function evolution equation when energy functional gains minimal value by variation method and gradient decent method, and composes a alternative implicit process with parameter estimation based on locale model. Simulation results show that this method is simple and efficient, it can quickly realize outline segmentation and reconstruction of 3D image and truly information reflecting collecting sequence fault image.

【Key words】 image segmentation; level set segmentation; planar evolution equation; parameter estimation model

1 概述

近年来, 国内很多学者对水平集图像分割方法进行研究, 文献[1]提出一种基于 Mumford-Shah 模型的快速水平集分割方法; 文献[2]提出一种基于改进变分水平集的红外图像分割方法; 文献[3]提出一种快速 CV 双水平集算法; 文献[4]对图像分割中段光滑 Mumford-Shah 模型的水平集算法进行深入研究; 文献[5]研究了基于水平集的三维图像重构。本文提出一种新的变分水平集模型。

2 变分水平集分割方法

2.1 曲面演化方程

为表达方便, 本文使用 $\Phi = \{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_{n-1}\}$ 表示用于划分 n 个区域的 $n-1$ 个水平集函数集合, $\chi = \{\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n\}$ 表示 n 个区域的特征函数集合, $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$ 表示要估计 n 个区域的参数集合, $\theta_i = \{\theta_{i1}, \theta_{i2}, \dots, \theta_{ik}\}$ 表示第 i 个区域的参数子集, $Q_i = Q_i(u(X), \theta_i)$ 表示第 i 个区域的图像参数估计模型。

变分水平集分割方法首先定义用水平集函数表达的能量泛函, 然后通过变分方法得到水平集函数的演化方程, 当水平集函数停止演化时, 其 0 水平集对应点集合即为要求的轮廓线或面。能量泛函的定义是该类方法建模的基础, 能量泛函中包括基于边缘、区域、先验形状、颜色、运动场等方面的相关能量项, 可方便建立基于多种信息的集成化模型。本文研究目标是建立基于边缘和区域信息的三维图像多项分割的变分水平集模型, 其能量泛函的定义见式(1):

$$E(u, \theta, \Phi) = E_R(u, \theta, \Phi) + E_A(\Phi) + E_E(u, \Phi) + E_C(\Phi) \quad (1)$$

说明如下:

(1) $E_R(u, \theta, \Phi)$ 为基于区域模型能量, 定义见式(2):

$$E_R(u, \theta, \Phi) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \int_{\Omega} Q_i \chi_i dX \quad (2)$$

其中, Q_i 包含分割过程中要估计的各个区域参数, 当图像噪声符合 Gauss 分布时, 相应参数为均值和标准差。

(2) $E_A(\Phi)$ 为体积最小约束项, 该项为水平集函数演化方程提供常值演化速度, 其定义见式(3):

$$E_A(\Phi) = \sum_{i=1}^n \beta_i \int_{\Omega} \chi_i dX \quad (3)$$

(3) $E_E(u, \Phi)$ 为基于边缘的模型, 其定义见式(4):

$$E_E(u, \Phi) = \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i \int_{\Omega} g(u) |\nabla \chi_i| dX \quad (4)$$

其中, $g(u)$ 为通常的边缘检测函数。

(4) $E_C(\Phi)$ 为水平集函数保持为符号距离函数的约束项, 其定义见式(5):

$$E_C(\Phi) = \frac{\mu}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \int_{\Omega} (|\nabla \Phi_i| - 1)^2 dX \quad (5)$$

由于水平集函数作为符号距离函数仅在水平集函数初始化时有定义, 在水平集函数的演化方程中未体现该约束, 因此用符号距离函数定义的水平集函数的属性不再满足 Eikonal 方程。

通常做法是在水平集函数演化过程中求解初值问题的稳态解使水平集函数重新满足 Eikonal 方程, 确保感兴趣的 0 水平集附近水平集函数变化不会过于平坦或陡峭, 从而提高界面确定的精度。为避免水平集函数的反复校正, 将其符号距离函数的属性设计成能量泛函的一部分, 使能量泛函取极小值时的属性能自动满足。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60703106)

作者简介: 文 静(1979-), 女, 讲师、硕士, 主研方向: 图像处理, 三维图像分割与重建; 陈占伟, 讲师、硕士

收稿日期: 2009-12-09 **E-mail:** jshawenjing@163.com

由通常的变分方法和梯度坡降方法可得到能量泛函取极小值的水平集函数的演化方程, 见式(6):

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \delta(\Phi_i) \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i \nabla \cdot \left(g \frac{\nabla \chi_i}{|\nabla \chi_i|} \right) \Psi_{i,l}(\Phi) - \sum_{i=1}^n \alpha_i Q_i \Psi_{i,l}(\Phi) \right. \\ \left. \sum_{i=1}^n \beta_i \Psi_{i,l}(\Phi) \right\} + \mu \left[\Delta \Phi_i - \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \Phi_i}{|\nabla \Phi_i|} \right) \right] & \text{in } (0, \infty) \times \Omega \\ \left[\sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i g \frac{\partial \Phi_i}{|\nabla \chi_i|} \frac{\partial \chi_i}{\partial n} \right] + \mu \left(1 - \frac{1}{|\nabla \Phi_i|} \right) \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} = 0 & \text{on } \partial \Omega \\ \Phi_i(0, X) = \Phi_0(X) & \text{in } \Omega \end{cases} \quad (6)$$

为简化计算, 本文将体积最小约束及基于边缘的部分简化为式(7)及式(8):

$$E_A(\Phi) = \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i \int_{\Omega} H(\Phi_i) dX \quad (7)$$

$$E_E(u, \Phi) = \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i \int_{\Omega} g(u) \delta(\Phi_i) |\nabla \Phi_i| dX \quad (8)$$

得到相应的曲面演化方程, 见式(9):

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \delta(\Phi_i) \left\{ \gamma_i \nabla \cdot \left(g \frac{\nabla \Phi_i}{|\nabla \Phi_i|} \right) - \sum_{i=1}^n \alpha_i Q_i \Psi_{i,l}(\Phi) - \beta_i \right\} + \\ \mu \left[\Delta \Phi_i - \nabla \cdot \left(\frac{\nabla \Phi_i}{|\nabla \Phi_i|} \right) \right] & \text{in } (0, \infty) \times \Omega \\ \left[\frac{\gamma_i g \delta(\Phi_i)}{|\nabla \Phi_i|} + \mu \left(1 - \frac{1}{|\nabla \Phi_i|} \right) \right] \frac{\partial \Phi_i}{\partial n} = 0 & \text{on } \partial \Omega \\ \Phi_i(0, X) = \Phi_0(X) & \text{in } \Omega \end{cases} \quad (9)$$

2.2 基于区域模型的参数估计

当图像的区域模型为参数模型时, 水平集函数的演化和区域模型的参数估计构成一个交替迭代的过程。

当图像噪声符合 Gauss 分布时, 有

$$P_i = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(u-u_i)^2}{2\sigma_i^2}} \quad (10)$$

$$Q_i = \ln \sqrt{2\pi} + \ln \sigma_i + \frac{(u-u_i)^2}{2\sigma_i^2} \square \ln \sigma_i + \frac{(u-u_i)^2}{2\sigma_i^2} \quad (11)$$

$$u_i = \frac{\int_{\Omega} u \chi_i dX}{\int_{\Omega} \chi_i dX}, \quad \sigma_i^2 = \frac{\int_{\Omega} (u-u_i)^2 \chi_i dX}{\int_{\Omega} \chi_i dX} \quad (12)$$

当图像噪声符合 Rayleigh 分布时, 有

$$P_i = \frac{u}{\sigma_i^2} e^{-\frac{u^2}{2\sigma_i^2}} \quad (13)$$

$$Q_i = 2 \ln \sigma_i - \ln u + \frac{u^2}{2\sigma_i^2} \quad (14)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{\int_{\Omega} u^2 \chi_i dX}{2 \int_{\Omega} \chi_i dX} \quad (15)$$

当图像噪声符合 Gamma 分布时, 有

$$P_i = \frac{1}{u} \left(\frac{Lu}{\sigma_i} \right)^L \frac{e^{-\frac{Lu}{\sigma_i}}}{\Gamma(L)} \quad (16)$$

$$Q_i = \ln u - L \ln \left(\frac{Lu}{\sigma_i} \right) + \ln \Gamma(L) + \frac{Lu}{\sigma_i} \square \ln u - L \ln Lu + L \ln \sigma_i + \frac{Lu}{\sigma_i} \quad (17)$$

$$\sigma_i = \frac{\int_{\Omega} u \chi_i dX}{\int_{\Omega} \chi_i dX} \quad (18)$$

3 实验与分析

三维图像类型包括人体切片数据、真实三维 CT 数据和人造三维图像数据。分割区域包括两相、三相情形。图像模型包括 Gauss 分布、Rayleigh 分布和 Gamma 分布。这样有 18 种组合, 为验证本文方法, 依次对每种组合进行实验。在计算中, 时间步长 $\Delta t = 0.2$, 体积约束项系数 $\beta_i = 0$, 符号距离函数约束项系数 $\mu = 0.003$, 采用规整化的 $H_{2\varepsilon}$ 与 $\delta_{2\varepsilon}$ 函数, 取小常量 $\varepsilon = 1$ 。限于篇幅, 本文仅给出人造三维图像数据、三相分割、图像噪声符合 Gauss 分布情形下的实验结果。

三维图像三相分割的对象取自美国国家图书馆虚拟人体的下颌骨和牙齿部分的图像, 图像规格为大小为 191×151 , 共取 105 层, 构成 $191 \times 151 \times 105$ 的三维图像, 图 1 为其中第 30 幅、第 60 幅、第 86 幅图像。



图 1 下颌骨与牙齿的图像

采用 Gauss 分布的区域参数估计模型, 用 2 个水平集函数分割下颌骨和牙齿的周围组织。水平集函数初始化为

$$\Phi(x, y, z) = r - \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2}$$

本例使用空间步长 $h=1$, 各项系数分别为 $\alpha_i = 10$, $\gamma_i = 0.01 \times 255^2$, $g = 1$ 。其三维分割与重建的过程如图 2 所示。

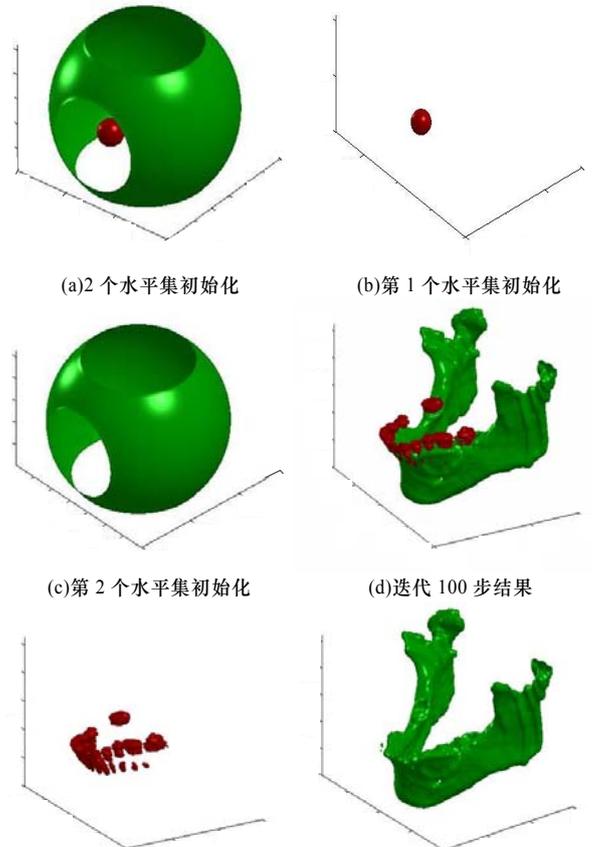


图 2 下颌骨与牙齿三维图像的三相分割与重建

(下转第 216 页)