

## 具有时滞的 SIR 计算机病毒传播模型

胡宝安, 李 兵, 李亚玲

(天津军事交通学院基础部, 天津 300161)

**摘 要:** 基于现实网络病毒的潜伏性以及网络中不同状态节点移出网络概率的不相等性, 根据传播动力学理论, 建立一个具有不同移出率和直接免疫的网络时滞 SIR 病毒模型。利用时滞微分方程的稳定性有关理论, 分析模型的动力学行为, 为有效控制、消除计算机病毒在网络上的传播提供理论依据。通过时滞对模型解的影响分析, 表明在网络病毒传播控制中, 提高病毒检测识别技术的重要性, 并且该模型能够有效地隔离染病节点。

**关键词:** 计算机病毒; 时滞; 全局稳定; 局部稳定; SIR 模型; 数值模拟

**中文引用格式:** 胡宝安, 李 兵, 李亚玲. 具有时滞的 SIR 计算机病毒传播模型[J]. 计算机工程, 2016, 42(5): 168-172.

**英文引用格式:** Hu Baoan, Li Bing, Li Yaling. SIR Computer Virus Propagation Model with Time Delay[J]. Computer Engineering, 2016, 42(5): 168-172.

## SIR Computer Virus Propagation Model with Time Delay

HU Baoan, LI Bing, LI Yaling

(Department of Basic Science, Tianjin Academy of Military Transportation, Tianjin 300161, China)

**[Abstract]** In reality, the network virus is latent and the probabilities of removing different state nodes from the network are not equal. According to the theory of transmission dynamics, a network SIR virus model with time delay is established with direct immunity and different removal rate. Based on the theory of delay differential equations about stability, this paper analyzes the dynamic behavior of the model, and provides theoretical basis to effectively control and eliminate the spread of computer virus in the network. After analyzing the time delay effect on the solution of the model, it is illustrated that the improvement of virus detection technology is necessary, and the proposed model can effectively isolate the infected nodes in the process of controlling virus transmission in the network.

**[Key words]** computer virus; time delay; global stability; local stability; SIR model; numerical simulation

**DOI:** 10.3969/j.issn.1000-3428.2016.05.029

### 1 概述

计算机病毒是一种能自我复制的计算机指令或程序代码, 其本身带有隐蔽性、破坏性、传染性、潜伏性、触发性且扩散面广<sup>[1]</sup>。据调查, 企业网络受到的安全威胁 80% 以上来自于计算机病毒<sup>[2]</sup>。因此, 研究如何有效防止计算机病毒在网络中的扩散传播具有深远意义。只有深入了解计算机病毒的传播机理, 才能对病毒的传播与危害状况做出准确的预测, 同时采取有效措施防止或降低危害。建立适当的数学模型是研究病毒的传播机理和预测病毒发展变化趋势的重要方法之一。

自第一次用传染病数学模型研究计算机病毒的传播以来<sup>[3]</sup>, 许多学者在此基础上针对网络中实际情况, 从不同角度描述了网络中节点的状态及节点

之间的转换关系, 不断加以改进, 提出了新的计算机病毒传播模型<sup>[4-6]</sup>。目前现有模型有如下不足:

(1) 假设各个状态的节点移出率(自然死亡率)相等, 即认为网络中各状态节点以相同的概率移出网络系统<sup>[7-8]</sup>。(2) 计算机病毒潜伏性考虑不够, 即大部分模型没有考虑计算机病毒潜伏性, 即使有的考虑了病毒潜伏性, 但是没有深入分析潜伏期对病毒的传播预防有何影响<sup>[9-10]</sup>。然而, 在现实网络中, 感染病毒的节点移出网络系统的概率显然比其他状态节点要高; 另外, 多数病毒进入到计算机以后不会立即开始活动, 一般都是在计算机系统中隐蔽一段时间后才开始破坏模块, 而这段时间就是潜伏期, 正是在这段时间里病毒大量地传播、再生<sup>[11]</sup>, 可见这一时期对病毒的传播也至关重要。

基于现实网络中不同状态节点移出网络概率的

**作者简介:** 胡宝安(1973-), 男, 副教授、硕士, 主研方向为网络安全、微分方程建模; 李 兵、李亚玲, 讲师、硕士。

**收稿日期:** 2014-12-08 **修回日期:** 2015-03-17 **E-mail:** hubaoan22@163.com

不同以及网络病毒的潜伏性,将网络中一台计算机主机或路由器看作一个节点,根据传播动力学理论,建立一个具有不同移出率和直接免疫的时滞微分方程的 SIR 模型。利用时滞微分方程稳定性有关理论,分析模型的动力学行为。通过时滞对模型解的影响分析,深入分析潜伏期对病毒的传播、预防的影响。说明在网络病毒传播控制中,提高病毒检测识别技术的重要性以及对染病节点实施有效隔离的有效性,为有效控制和消除计算机病毒在网络上的传播提供理论指导。

### 2 模型建立

本文假设网络节点总数是随时间连续变化的。以  $S(t)$  表示  $t$  时刻未感染病毒的易感染节点数,  $I(t)$  表示  $t$  时刻已感染病毒的感染节点数,  $R(t)$  表示  $t$  时刻对病毒具有免疫能力的免疫节点数。节点状态的转换关系如图 1 所示。其中,  $n$  表示新增的节点数;  $\beta$  表示表示易感染节点与感染节点的传染率系数;  $(1-p)$  表示新增节点数中由于事先装有防火墙或者装有主动防御病毒软件而直接进入免于状态的概率;  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  分别表示 3 种状态节点移出率;  $\gamma$  表示易感染节点由于反病毒软件将病毒查杀或重装系统进入免疫状态的治愈率;  $k$  表示易感节点通过事先安装有效杀毒软件、防火墙、预先检测等一系列反病毒措施获得免疫的反病毒措施实施率;  $\tau$  表示病毒的潜伏期,即节点感染病毒到病毒发作的时间间隔(从节点感染病毒到发现病毒的时间间隔)。从而单个易感节点被感染的感染率为  $\beta I(t-\tau)$ 。

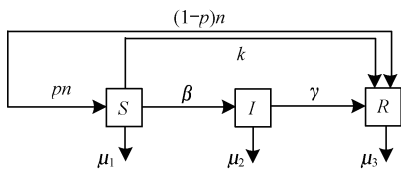


图 1 病毒传播模型

根据上述假设及传播动力学理论,建立如下具有不同移出率和直接免疫的网络时滞 SIR 模型:

$$\begin{cases} S'(t) = pn - \beta S(t)I(t-\tau) - (\mu_1 + k)S(t) \\ I'(t) = \beta S(t)I(t-\tau) - (\mu_2 + \gamma)I(t) \\ R'(t) = (1-p)n + \gamma I(t) - \mu_3 R(t) + kS(t) \end{cases} \quad (1)$$

初值条件:  $S(\theta) > 0, I(\theta) \geq 0, R(\theta) \geq 0, \theta \in [-\tau, 0]$  且  $S(0) > 0, I(0) > 0, R(0) > 0$ 。其中,  $S'(t) = \frac{dS}{dt}; I'(t) = \frac{dI}{dt}; R'(t) = \frac{dR}{dt}$ , 所有参数均为正数。

### 3 模型解的有界性

引理 1 式(1)模型满足初值条件的解均为正。

证明:

先证明  $S(t) > 0$ 。若不然,则必存在  $t_0$ ,使得  $S(t_0) = 0$ ,又因为  $S(t) > 0, t \in [-\tau, 0]$ ,所以  $t_0 > 0$ ,不妨取  $t_0 = \inf \{t > 0, S(t) = 0\}$ ,则有  $S(t_0) = 0, S'(t_0) \leq 0$ ,但由式(1)模型的第 1 个方程知,当  $t = t_0$  时,有:

$$S'(t_0) = pn - \beta S(t_0)I(t_0 - \tau) - (\mu_1 + k)S(t_0) = pn > 0$$

这与  $S'(t_0) \leq 0$  矛盾,故有  $S(t) > 0$ 。

再证  $I(t) > 0$ 。

当  $t \in (0, \tau]$ ,即  $t - \tau \in [-\tau, 0)$  时,  $S(t) > 0, I(t - \tau) \geq 0$ ,由式(1)模型的第 2 个方程可得:

$$\frac{dI}{dt} \geq -(\mu_2 + \gamma)I(t)$$

从而有:

$$I(t) \geq I(0) \exp\{- (\mu_2 + \gamma)t\} > 0, t \in [0, \tau]$$

同理可证,当  $t \in (n\tau, (n+1)\tau], n = 1, 2, \dots$ ,有  $I(t) > 0$ 。

类似于  $I(t) > 0$  的证法,可证  $R(t) > 0$ 。

引理 2 式(1)模型满足初值条件的解有界。

证明:

记  $\mu = \min\{\mu_1, \mu_2, \mu_3\}$ ,令  $N(t) = S(t) + I(t) + R(t)$ 。

式(1)模型的 3 个方程相加可得:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= n - \mu_1 S(t) - \mu_2 I(t) - \mu_3 R(t) \\ &\leq n - \mu(S(t) + I(t) + R(t)) \\ &\leq n - \mu N(t) \end{aligned}$$

由微分方程比较定理可知:

$$\limsup_{t \rightarrow +\infty} N(t) \leq \frac{n}{\mu}$$

结合引理 1 可得式(1)模型的解有界。

对于易感状态节点数  $S(t)$ ,还有如下结论:

引理 3 式(1)模型的解  $S(t)$ ,存在  $T$ ,当  $t > T$

时,有  $S(t) < \frac{pn}{\mu_1 + k}$ 。

证明:

由引理 1 和式(1)模型第 1 个方程可得:

$$\frac{dS}{dt} \leq pn - (\mu_1 + k)S(t)$$

即有  $\limsup_{t \rightarrow +\infty} S(t) \leq \frac{pn}{\mu_1 + k}$ ,从而必存在  $T$ ,当

$t > T$  时,  $S(t) < \frac{pn}{\mu_1 + k}$ 。若不然,则存在  $t_0 > T$ ,满足:

$$S(t) < \frac{pn}{\mu_1 + k}, T < t < t_0$$

$$S(t_0) = \frac{pn}{\mu_1 + k}, S'(t_0) \geq 0$$

然而根据式(1)模型第 1 个方程,在  $t_0$  处,

$S'(t_0) = -\frac{\beta pn}{\mu_1 + k} I(t_0 - \tau) < 0$ ,这与  $S'(t_0) \geq 0$  矛盾。

所以存在  $T > 0$ , 当  $t > T$  时,  $S(t) < \frac{pn}{\mu_1 + k_2}$ 。

记  $\frac{n}{\mu} = m_1, \frac{pn}{\mu_1 + k} = m_2$ , 则集合  $D = \{(S, I, R) \mid 0 < S(t) < m_2, 0 < I(t), R(t) < m_1\}$  是式(1)模型的最终不变集。故下文在区域  $D$  内论述。

### 4 平衡点的稳定性

本节通过研究式(1)模型在平衡点的稳定性来分析模型反映的病毒传播机理。

记模型基本再生数为:

$$R_0 = \frac{p\beta n}{(\mu_1 + k)(\mu_2 + \gamma)}$$

当  $R_0 \leq 1$  时, 式(1)模型在  $D$  内有唯一的病毒消除平衡点  $Q_0$ :

$$Q_0 = (\bar{S}_0, 0, \bar{R}_0) = \left( \frac{pn}{\mu_1 + k}, 0, \frac{((1-p)\mu_1 + k)n}{\mu_3(\mu_1 + k)} \right)$$

当  $R_0 > 1$  时, 式(1)系统在  $D$  内除了病毒消除平衡点  $Q_0$  之外, 还有一个病毒流行平衡点  $Q^*$ :

$$Q^* = (S^*, I^*, R^*) = \left( \frac{\mu_2 + \gamma}{\beta}, \frac{(\mu_1 + k)(\bar{R}_0 - 1)}{\beta}, \frac{(1-p)A + \gamma I^* + kS^*}{\mu_3} \right)$$

**定理 1** 当  $R_0 \leq 1$  时, 病毒消除平衡点  $Q_0$  全局渐近稳定。

证明:

对函数

$$V(t) = I(t) + \int_{t-\tau}^t \beta S(\theta + \tau) I(\theta) d\theta$$

沿式(1)模型求导得:

$$V'(t) = \beta S(t) I(t - \tau) - \mu_2 I(t) - \gamma I(t) + \beta S(t + \tau) I(t) - \beta S(t) I(t - \tau) = I(t) [\beta S(t + \tau) - (\mu_2 + \gamma)]$$

对充分大的  $t$ , 因为  $0 < S(t) < \frac{pn}{\mu_1 + k}$ , 所以有:

$$V'(t) < I(t) \left[ \frac{\beta pn}{\mu_1 + k} - (\mu_2 + \gamma) \right] = I(t) (\mu_2 + \gamma) [R_0 - 1] \leq 0$$

即有  $V'(t) < 0$ , 由 Lasalle 不变原理, 可得  $\lim_{t \rightarrow +\infty} I(t) = 0$ 。

下面证明  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = S_0$ 。取  $\varepsilon \in (0, 1)$ , 因为  $\lim_{t \rightarrow \infty} I(t) = 0$ , 所以存在  $T_\varepsilon > 0$ , 当  $t > T_\varepsilon$  时, 有  $0 < \beta I(t) < \varepsilon$ , 所以当  $t > T_\varepsilon + \tau$  时, 就有:

$$pn - (\mu_1 + k + \varepsilon)S(t) \leq S'(t) \leq pn - (\mu_1 + k)S(t)$$

由微分方程比较定理及  $\varepsilon$  的任意性可得:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \frac{pn}{\mu_1 + k} = \bar{S}_0$$

类似地, 可以证明  $\lim_{t \rightarrow \infty} R(t) = \bar{R}_0$ 。

**定理 2** 当  $R_0 > 1$  时, 病毒流行平衡点  $Q^*$  局部渐近稳定。

记  $x(t) = (S(t), I(t), R(t))^T$ , 则:

$$x(t - \tau) = (S(t - \tau), I(t - \tau), R(t - \tau))^T$$

式(1)模型在平衡点  $Q^*$  处的线性系统为:

$$x'(t) = Bx(t) + Dx(t - \tau)$$

其中:

$$B = \begin{pmatrix} -\beta I^* - \mu_1 - k & 0 & 0 \\ \beta I^* & -(\mu_2 + \gamma) & 0 \\ k & \gamma & -\mu_3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0 & -\beta S^* & 0 \\ 0 & \beta S^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

特征方程为:

$$(\lambda + \mu_3) \left[ \left( \lambda + \frac{p\beta A}{\mu_2 + \gamma} \right) (\lambda + \mu_2 + \gamma) - (\lambda + \mu_1 + k)(\mu_2 + \gamma)e^{-\lambda\tau} \right] = 0 \quad (2)$$

显然  $\lambda = -\mu_3$  为负根; 方程式(2)后一部分可简化为:

$$\lambda^2 + a\lambda + b\lambda e^{-\lambda\tau} + de^{-\lambda\tau} + c = 0 \quad (3)$$

其中:

$$a = \frac{p\beta n}{\mu_2 + \gamma} + \mu_2 + \gamma$$

$$b = -(\mu_2 + \gamma)$$

$$c = p\beta A$$

$$d = -(\mu_1 + k)(\mu_2 + \gamma) \quad (4)$$

当  $\tau = 0$  时, 特征方程式(3)简化为:

$$\lambda^2 + (a + b)\lambda + c + d = 0 \quad (5)$$

由式(4)可知  $a + b > 0, c + d > 0$ , 即方程式(5)只有负实根, 这说明当  $\tau = 0$  时,  $Q^*$  局部渐近稳定。

为了讨论  $\tau > 0$  时  $Q^*$  的稳定性, 应用文献[12]中的时滞微分方程稳定性方法。设  $\lambda = i\omega, \omega > 0$  是方程式(3)的一个纯虚根, 将  $\lambda = i\omega$  代入方程式(3), 分离实部与虚部, 得:

$$c - \omega^2 + b\omega \sin(\omega\tau) + d\cos(\omega\tau) = 0$$

$$a\omega + b\omega \cos(\omega\tau) - d\sin(\omega\tau) = 0$$

消去  $\sin(\omega\tau), \cos(\omega\tau)$ , 得到关于  $\omega$  的方程:

$$\omega^4 + (a^2 - b^2 - 2c)\omega^2 + (c^2 - d^2) = 0 \quad (6)$$

经计算得  $a^2 - b^2 - 2c > 0, c^2 - d^2 > 0$ , 所以方程式(6)没有正实根, 根据文献[12](定理 3.3.1)可知, 式(1)模型在平衡点  $Q^*$  处的稳定性不会出现开关现象, 即  $\tau > 0$  时  $Q^*$  的稳定性与  $\tau = 0$  时的稳定性相同。因此, 对任意的  $\tau \geq 0, Q^*$  是局部渐近稳定的。

### 5 数值模拟与分析

与常微分方程不同, 在时滞微分方程中, 方程平衡点的稳定性不仅和方程的系数有关, 而且和时滞  $\tau$

值有关。随着时滞  $\tau$  值的变化,方程平衡点的稳定性可能会出现开关现象,并在时滞  $\tau$  的某些临界值处出现 Hopf 分岔现象,产生周期解。下面通过数值模拟验证结论的正确性以及模型的有效性,并分析时滞对式(1)模型平衡点稳定性的影响<sup>[13]</sup>。

由定理 1 可知,当  $R_0 \leq 1$  时,对任意的非负  $\tau$  值,病毒消除平衡点  $Q_0$  全局稳定性。由定理 2 可知,当  $R_0 > 1$  时,病毒流行平衡点  $Q^*$  是局部渐进稳定的。这说明时滞  $\tau$  的改变不影响式(1)模型平衡点的稳定性,式(1)模型不会出现 Hopf 分岔现象。

对于定理 1,取  $n=1, p=0.7, \beta=0.3, \mu_1=0.1, \mu_2=0.2, \mu_3=0.15, \gamma=0.5, k=0.3$ , 计算得到  $R_0=0.75 < 1$ , 取不同的初值,分别对  $\tau=1$  和  $\tau=10$  进行数值模拟,结果如图 2、图 3 所示。

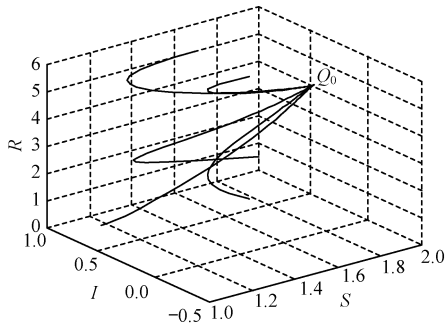


图 2  $R_0 \leq 1, \tau=1$  时模型轨线

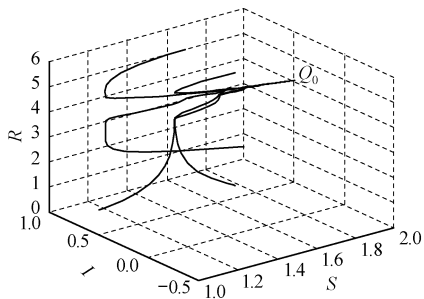


图 3  $R_0 \leq 1, \tau=10$  时模型轨线

对于定理 2,取  $n=1, p=0.7, \beta=0.3, \mu_1=0.1, \mu_2=0.2, \mu_3=0.15, \gamma=0.2, k=0.15$ , 计算得到  $R_0=2.10 > 1$ , 取不同的初值,分别对  $\tau=1$  和  $\tau=10$  进行数值模拟,结果如图 4、图 5 所示。

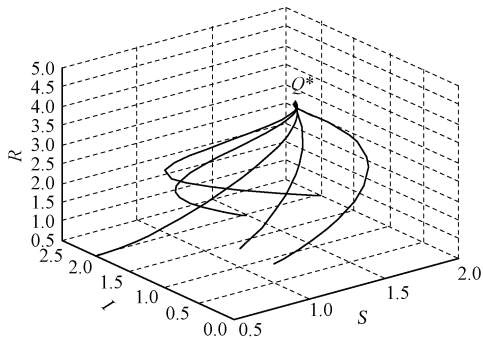


图 4  $R_0 > 1, \tau=1$  时模型轨线

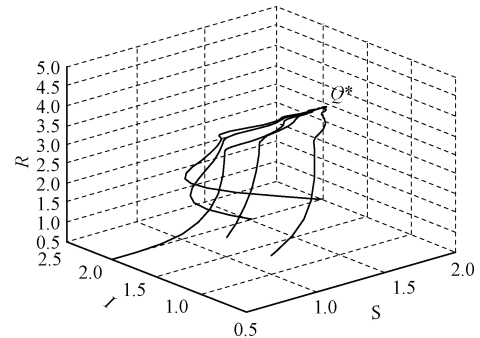


图 5  $R_0 > 1, \tau=10$  时模型轨线

图 2、图 3 表明,当  $R_0 \leq 1$  时,对于任意的  $\tau$  值网络病毒最终都会消除。图 4、图 5 表明,当  $R_0 > 1$  时,对于任意的  $\tau$  值网络病毒不会被消除,而是稳定在一定水平。

在其他参数不变的情况下,取不同的  $\tau$  值,对各个状态节点数目随时间的变化进行数值模拟,发现尽管时滞不会影响平衡点的最终稳定性,但是影响着模型解趋于平衡点的速度。当  $\tau$  值较小时,式(1)模型的解在较短时间内趋于平衡点,随着  $\tau$  值的增大,系统解趋于平衡点的时间增大,如图 6、图 7 所示。这意味着如果能在节点感染病毒但未发作之前就能识别出病毒并采取措施,就能实现在短时间内有效控制病毒传播<sup>[14]</sup>。事实也是如此(早发现,早杀毒)。这一方面说明了病毒的检测技术在控制计算机网络病毒传播中的重要性,另一方面说明了式(1)模型的可行性。

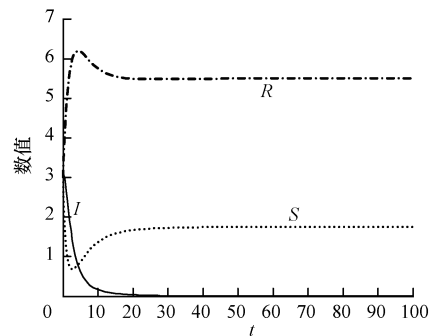


图 6  $R_0 \leq 1, \tau=1$  时  $S, I, R$  随时间的变化

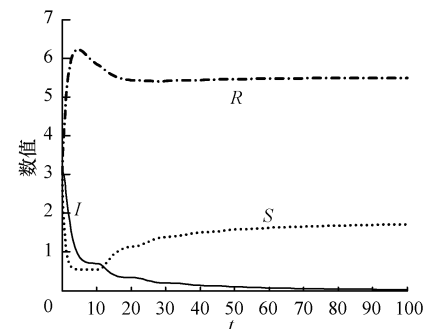


图 7  $R_0 \leq 1, \tau=10$  时  $S, I, R$  随时间的变化

图6、图7表明,当 $R_0 \leq 1$ 时,对不同的 $\tau$ 值,网络中的病毒最终都会消亡,但是 $\tau = 10$ 时病毒消除时间( $t > 20$ )明显大于 $\tau = 1$ 时的病毒消除时间( $t > 70$ )。

## 6 结束语

考虑现实网络中不同状态节点移出网络概率的不同以及网络病毒的潜伏性,本文建立了一个具有不同移出率和直接免疫的网络时滞SIR病毒模型,通过模型的动力学行为分析,为有效控制和消除计算机病毒在网络上的传播提供理论指导。根据定理1和相关数值模拟,实现在短时间内消除网络病毒的目的,应从以下方面着手:首先,减小 $p$ 增大 $k$ 的值,即事先做好防范(如安装防火墙、杀毒软件等);其次,减小时滞 $\tau$ 值,即提高病毒的检测技术,尽可能早地识别病毒并采取措施(如及时更新病毒库,修复系统漏洞等);最后,减小 $\beta, n$ ,增大 $\gamma$ 的值,即发现病毒后立即采取控制措施(如减小新增网络节点数,切断节点间通信,针对病毒开发反病毒软件实施杀毒)。根据定理2和数值模拟,减小时滞 $\tau$ 值,同时增大移出率 $\mu_2$ 的值,能够使染病节点数目在短时间内稳定在较低的水平。这说明提高病毒的检测识别技术十分重要<sup>[15]</sup>,同时也说明在针对新病毒的反病毒软件没有开发出来之前,对染病节点实施隔离是控制计算机网络病毒传播的有效办法。

### 参考文献

- [1] 孙柏林. 网络空间病毒猖獗,工业安全形势严峻[J]. 自动化技术与应用,2012,31(10):1-8.
- [2] 朱春妹. 浅析计算机网络安全威胁因素及防范技术[J]. 知识经济,2012,(16):98.
- [3] 张锦. 计算机网络安全问题与对策探讨[J]. 科技创新导报,2012,(25):37.

- [4] Kephart J O, White S R. Directed Graph Epidemiological Model of Computer Viruses [C]//Proceedings of IEEE Symposium on Security and Privacy. Washington D. C., USA: IEEE Computer Society, 1991:343-359.
- [5] Gan Chenquan, Yang Xiaofan, Liu Wanping. Propagation of Computer Virus Under Human Intervention: A Dynamical Model [J]. Discrete Dynamics in Nature & Society, 2012, 6(1):203-222.
- [6] 冯丽萍,王鸿斌,冯素琴. 改进的SIR计算机病毒传播模型[J]. 计算机应用,2011,31(7):1891-1893.
- [7] Mishra B K, Pandey S K. Fuzzy Epidemic Model for the Transmission of Worms in Computer Network [J]. Nonlinear Analysis Real World Applications, 2010, 11(5):4335-4341.
- [8] Ren Jianguo, Yang Xiaofan, Zhu Qingyi, et al. A Novel Computer Virus Model and Its Dynamics [J]. Nonlinear Analysis Real World Applications, 2012, 13(1):376-384.
- [9] Feng Liping, Liao Xiaofeng, Li Huaqing, et al. Hopf Bifurcation Analysis of a Delay Viral Infection Model in Computer Networks [J] Mathematical and Computer Modeling 2012, 56(7/8):167-169.
- [10] 徐昌进,姚凌云. 具有时滞的计算机网络病毒传染模型分支分析[J]. 河南科技大学学报,2013,34(1):55-59.
- [11] Han Xie, Tan Qiulin. Dynamical Behavior of Computer Virus on Internet [J]. Applied Mathematics & Computation, 2010, 217(6):2520-2526.
- [12] Kuang Y. Delay Differential Equations with Applications in Population Dynamics [M]. Boston, USA: Academic Press, 1993.
- [13] 傅朝金,廖晓昕. 时滞微分方程的稳定性[J]. 数学物理学报,2003,23(4):494-498.
- [14] 韩杨,李俊娥. 网络病毒的特点及其防治策略[J]. 计算机工程,2003,29(1):6-7.
- [15] 陈项颖,王志英,任江春. 一种新型病毒主动防御技术与检测算法[J]. 计算机应用研究,2010,27(6):2338-2340.

编辑 顾逸斐

(上接第167页)

- [11] Bettini C, Sean W, Sushil J X. Protecting Privacy Against Location-based Personal Identification [C]//Proceedings of Secure Data Management Conference. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2005:185-199.
- [12] Boneh D, Boyen X, Shacham H. Short Group Signatures [C]//Proceedings of CRYPTO '04. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2004:41-55.
- [13] Machanavajjhala A, Kifer D, Gehrke J, et al. L-diversity: Privacy Beyond K-anonymity [J]. ACM Transactions on

- Knowledge Discovery from Data, 2007, 2(1):311-320.
- [14] Krumm J. Inference Attacks on Location Tracks [C]//Proceedings of International Conference on Pervasive Computing. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2007:127-143.
- [15] Niu Ben, Li Qinghua, Zhu Xiaoyan, et al. Achieving K-anonymity in Privacy-aware Location-based Services [C]//Proceedings of INFOCOM '14. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2014:754-762.

编辑 刘冰