

基于观测器的多智能体系统自适应跟踪控制

赵蕊, 朱美玲, 徐勇

(河北工业大学 理学院, 天津 300401)

摘 要: 基于带有非线性动态的二阶多智能体系统, 研究在有参考领导者条件下的跟踪一致性问题。假设跟随者之间的网络拓扑为有向图。针对跟随者不能得到自己的速度信息, 为每个跟随者设计分布式观测器来估计自己的速度, 在网络拓扑为有向图且在切换拓扑图的情况下给出基于观测器的自适应控制协议。利用 Lyapunov 稳定性理论和矩阵理论分析, 得到使系统实现一致性的充分条件。仿真结果表明, 在局部观测器和控制协议及自适应控制下, 跟随者可以跟踪到领导者。

关键词: 多智能体系统; 一致性; 观测器; 自适应控制; 跟踪控制

中文引用格式: 赵蕊, 朱美玲, 徐勇. 基于观测器的多智能体系统自适应跟踪控制[J]. 计算机工程, 2017, 43(4): 317-321.

英文引用格式: Zhao Rui, Zhu Meiling, Xu Yong. Adaptive Tracking Control for Multi-agent System Based on Observer[J]. Computer Engineering, 2017, 43(4): 317-321.

Adaptive Tracking Control for Multi-agent System Based on Observer

ZHAO Rui, ZHU Meiling, XU Yong

(School of Science, Hebei University of Technology, Tianjin 300401, China)

[Abstract] The tracking consensus problem in the case of reference leader based on second-order multi-agent system with nonlinear dynamics is studied. It is assumed that network topology between the followers is a directed graph. As followers cannot access their velocity information, a distributed observer is designed for each follower to estimate their velocity. For the system under switching network topology which is directed graphs, an adaptive control protocol based on observer is proposed. Using Lyapunov stability theory and matrix theory analysis, the sufficient condition which guarantees the system to reach a leader-follower tracking is obtained. Simulation results show that the follower can track the leader in the case of local observer, control protocol and adaptive control.

[Key words] multi-agent system; consensus; observer; adaptive control; tracking control

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2017.04.054

0 概述

在控制领域存在大量非线性系统, 如磁悬浮系统、航天飞行器、机器人等。非线性系统的普遍存在, 使得非线性系统分布式控制的研究成果日益增多^[1-4]。大量文献对非线性多智能体系统的一致性进行了研究^[5-8]。对于带有非线性动态的无领导者的多智能体系统, 文献[8]研究了在有向拓扑条件下的一致性。文献[9]研究在牵引控制下多智能体系统的跟踪一致性问题。文献[10]讨论了基于事件驱动的多智能体系统的一致性问题。

对于非线性多智能体系统, 在设计含有参数的控制协议时, 一般需要速度信息来实现一致性。但是, 在

实际系统中受到空间、重量和成本等因素的限制, 智能体往往不能够得到准确的速度测量, 因此设计只依赖位置信息的一致性控制协议是十分有意义的。这种情况下, 为了实现一致性, 通常需要设计一个状态观测器来估计速度信息。文献[11]针对二阶系统设计了状态观测器来估计领导者的速度。文献[12]对于带有固有非线性动态的多智能体系统设计了基于速度滤波器的一致性控制协议。文献[13]在切换拓扑的条件下, 通过设计降维观测器来达到二阶系统的跟踪一致性。另一方面, 在存在不确定性的情况下, 实现系统的高性能控制是自动控制理论界长期关注的问题。当系统中的动态特性结构已知, 但参数未知且满足线性参数化等条件时, 可以采用自适应控制达到渐近跟踪的控制效果。文

基金项目: 河北省自然科学基金(A2013202198)。

作者简介: 赵蕊(1991—), 女, 硕士研究生, 主研方向为多智能体系统; 朱美玲, 硕士研究生; 徐勇, 教授。

收稿日期: 2016-03-22 **修回日期:** 2016-05-17 **E-mail:** zhaorui1991_ok@163.com

献[14]给出了使得带有非线性动态的二阶非线性系统达到一致的分布式自适应增益控制。文献[15]给出了当领导者的状态信息不能被其他智能体可知的情况下的分布式自适应控制。

同文献[12,14,16],本文也假设领导者的控制输入是可知的。对于带有非线性动态的二阶多智能体系统,构造一个局部速度观测器来估计跟随者的速度,并设计基于观测器的自适应控制协议。

1 预备知识

矩阵 A 称为正稳定的,如果它的所有特征值都在右半平面内。 $A > 0$ (≥ 0 , < 0 , ≤ 0) 表示矩阵 A 为正定(半正定,负定,半负定)的。 $\text{diag}(k_1, k_2, \dots, k_N)$ 表示对角元素为 k_i 的对角矩阵。对于实矩阵 A , $\lambda_{\min}(A)$ 和 $\lambda_{\max}(A)$ 分别表示矩阵 A 的最大、最小特征值。 $\|A\|_1$, $\|A\|_2$ 和 $\|A\|_\infty$ 分别表示矩阵 A 的 1-范数、2-范数和 ∞ -范数。 $I_m \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ($O_m \in \mathbb{R}^{m \times m}$) 为 m 维单位(零)矩阵, $\mathbf{1}_m \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ ($\mathbf{0}_m \in \mathbb{R}^{m \times 1}$) 表示元素都是 1(0) 的 m 维列向量。 $\otimes$ 表示 Kronecker 积,它满足下面的运算法则:

$$1) (A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD);$$

$$2) \text{如果 } A \geq 0, B \geq 0, \text{ 那么 } A \otimes B \geq 0.$$

对于由 N 个个体组成的多智能体系统,它们的交互关系可由一个简单图 G 来描述。令 $G = (V, E, A)$ 表示由 N 个节点构成的有向加权图。其中,点集 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 为有限的非空集。用图中的顶点 v_i 表示智能体 i 。边集 $E \subseteq V \times V$, 如果存在一条由顶点 v_i 指向 v_j 的有向边 e_{ij} , 则称智能体 j 可以从智能体 i 处获得信息, 并称顶点 v_j 与 v_i 是相邻的。点 v_i 的邻点集记为 $N_i = \{v_j | (v_i, v_j) \in E\}$ 。图 G 的加权邻接矩阵为 $A = [a_{ij}]_{N \times N}$, 其中 a_{ij} 为边 e_{ij} 的权重, $a_{ii} = 0$, 当 $i \neq j$ 且 $(v_i, v_j) \in E$ 时, $a_{ij} > 0$ 。图 G 的 Laplacian 定义为 $L = [l_{ij}]_{N \times N}$, 其中 $l_{ii} = \sum_{j=1, j \neq i}^N a_{ij}$, $l_{ij} = -a_{ij}$ 。

对于带有领导者的多智能体系统,用 $\bar{G}$ 来表示 N 个跟随者(标记为 $1, 2, \dots, N$) 和一个领导者(标记为 0)之间的交互拓扑图。 $\bar{G}$ 包含子图 G 和点 v_0 以及连接跟随者和领导者的有向边。 G 表示 N 个跟随者之间的交互拓扑图。如果智能体 i 与领导者相邻, 则 $d_i > 0$ 为常数, 否则 $d_i = 0$ 。记 $D = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n)$, 令 $H = L + D$, 则 H 有以下性质:

引理 1 如果 $\bar{G}$ 包含一个以 v_0 为根的有向生成树, 则相应的矩阵 H 是正稳定的。

本文还用到如下 Schur 补引理^[17]:

引理 2 S 为一个对称阵, 将它写成分块矩阵的形式 $S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$, 其中, S_{11}, S_{22} 为对称方阵。 S

< 0 当且仅当下面 2 个条件中的 1 个成立:

$$1) S_{11} < 0, S_{22} - S_{21} S_{11}^{-1} S_{12} < 0;$$

$$2) S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{21} < 0.$$

2 数学模型

2.1 问题描述

本文考虑由 N 个跟随者(标记为 $1, 2, \dots, N$) 和一个领导者(标记为 0)构成的多智能体系统, 系统的动态方程为:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t)$$

$$\dot{v}_i(t) = u_i(t) + f(t, x_i, v_i)$$

$$y_i(t) = x_i(t), i = 0, 1, \dots, N \quad (1)$$

其中, $x_i, v_i, u_i \in \mathbb{R}^n$ 分别为第 i 个智能体的位置、速度和控制输入。 $f(t, x_i, v_i)$ 为一致连续可微的向量值函数, 它用来描述智能体 i 的非线性动态。本文将会用到以下假设:

假设 1 对 $x, y, z, v \in \mathbb{R}^n$ 存在非负常数 ρ_1 和 ρ_2 , 使得:

$$\|f(t, x, v) - f(t, y, z)\| \leq \rho_1 \|x - y\| + \rho_2 \|v - z\|, \forall t \geq 0. \quad (2)$$

如果对任意初值 $x_0(t), v_0(t)$ 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(t) - x_0(t)) = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} (v_i(t) - v_0(t)) = 0, i = 1, 2, \dots, N$ 成立, 则称多智能体系统达到了跟踪一致, 也就是所有的跟随者都能够跟踪到领导者。本文的主要目的是设计出分布式控制协议 $u_i(t)$, 使得多智能体系统式(1)达到跟踪一致。

2.2 一致性分析

假设领导者的控制输入为可知的, 跟随者只能获得自己及邻居智能体的位置信息。由于所有的跟随者不能实时地得到自己的速度信息, 因此需要一个观测器来估计速度。跟随智能体 i ($i = 1, 2, \dots, N$) 的分布式控制协议为:

$$u_i(t) = u_0 - c_i(t) \hat{\varepsilon}_i(t) \quad (3)$$

估计误差 $\hat{\varepsilon}_i$ 表示为:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}_i(t) = & \sum_{j \in N_i} a_{ij} (x_i(t) - x_j(t)) + d_i (x_i(t) - x_0(t)) \\ & + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{v}_i(t) - \hat{v}_j(t)) + d_i (\hat{v}_i(t) - v_0(t)) \end{aligned} \quad (4)$$

局部观测器为:

$$\begin{aligned} \dot{z}_i(t) = & -g z_i - g^2 x_i + u_i + f(t, x_i, \hat{v}_i) \\ \hat{v}_i(t) = & z_i(t) + g x_i \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $z_i(t) \in \mathbb{R}^n$ 为协议状态; $\hat{v}_i$ 为 v_i 的估计值; 控制增益 $g > 0$ 为有待确定的常数; $c_i(t)$ 为自适应增益控制协议:

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{c}}_i(t) = & \xi_i \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) \right. \\
& + d_i (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)) \\
& + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\mathbf{v}}_i(t) - \hat{\mathbf{v}}_j(t)) \\
& + d_i (\hat{\mathbf{v}}_i(t) - \mathbf{v}_0(t)) \left. \right]^T \\
& \times \left[\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) + d_i (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_0(t)) \right. \\
& + \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\mathbf{v}}_i(t) - \hat{\mathbf{v}}_j(t)) + d_i (\hat{\mathbf{v}}_i(t) - \mathbf{v}_0(t)) \left. \right]
\end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\xi_i > 0$ 为常数。

令 $\bar{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_0$, $\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0$, $\mathbf{e}_i = \mathbf{v}_i - \hat{\mathbf{v}}_i$, 则由式(3)~式(5)可得 $\bar{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{v}}_i, \mathbf{e}_i$ 的动态方程:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}_i = \dot{\mathbf{x}}_i - \dot{\mathbf{x}}_0 = \bar{\mathbf{v}}_i \quad (7)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{\mathbf{v}}}_i &= \dot{\mathbf{v}}_i - \dot{\mathbf{v}}_0 \\
&= \mathbf{u}_i + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i) - \mathbf{u}_0 - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0) \\
&= -c_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\mathbf{x}_i(t) - \mathbf{x}_j(t)) - c_i d_i \bar{\mathbf{x}}_i \\
&\quad - c_i \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\mathbf{v}}_i(t) - \hat{\mathbf{v}}_j(t)) \\
&\quad - c_i d_i (\hat{\mathbf{v}}_i(t) - \mathbf{v}_0(t)) \\
&\quad + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i) - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0)
\end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{e}}_i &= \dot{\mathbf{v}}_i - \dot{\hat{\mathbf{v}}}_i \\
&= \dot{\mathbf{v}}_i - (\dot{\mathbf{z}}_i + g\dot{\mathbf{y}}_i) \\
&= \mathbf{u}_i + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i) \\
&\quad - (-g\mathbf{z}_i - g^2\mathbf{x}_i + \mathbf{u}_i + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{v}}_i) + g\mathbf{v}_i) \\
&= -g\mathbf{e}_i + \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_i, \mathbf{v}_i) - \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_i, \hat{\mathbf{v}}_i)
\end{aligned} \quad (9)$$

令 $\tilde{\mathbf{e}}_i = \hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_0$, 记:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T(t), \mathbf{x}_2^T(t), \dots, \mathbf{x}_N^T(t)]^T$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1^T(t), \mathbf{v}_2^T(t), \dots, \mathbf{v}_N^T(t)]^T$$

$$\bar{\mathbf{x}} = [\bar{\mathbf{x}}_1^T(t), \bar{\mathbf{x}}_2^T(t), \dots, \bar{\mathbf{x}}_N^T(t)]^T$$

$$\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T(t), \mathbf{e}_2^T(t), \dots, \mathbf{e}_N^T(t)]^T$$

$$\tilde{\mathbf{e}} = [\tilde{\mathbf{e}}_1^T(t), \tilde{\mathbf{e}}_2^T(t), \dots, \tilde{\mathbf{e}}_N^T(t)]^T$$

$$\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) = [\mathbf{f}^T(t, \mathbf{x}_1, \mathbf{v}_1), \mathbf{f}^T(t, \mathbf{x}_2, \mathbf{v}_2), \dots, \mathbf{f}^T(t, \mathbf{x}_N, \mathbf{v}_N)]^T$$

$$\mathbf{C}(t) = \text{diag}(c_1(t), c_2(t), \dots, c_N(t))$$

则式(7)~式(9)可写成以下向量形式:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}} = \bar{\mathbf{v}} = \tilde{\mathbf{e}} + \mathbf{e} \quad (10)$$

$$\dot{\mathbf{e}} = -g(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{e} + \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v}) - \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}) \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\tilde{\mathbf{e}}} &= -(\mathbf{C}(t)\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n)\bar{\mathbf{x}} - (\mathbf{C}(t)\mathbf{H} \otimes \mathbf{I}_n)\tilde{\mathbf{e}} \\
&\quad + g(\mathbf{I}_N \otimes \mathbf{I}_n)\mathbf{e} + \mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}}) \\
&\quad - \mathbf{1} \otimes \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0)
\end{aligned} \quad (12)$$

为了简单, 分别用 $\mathbf{F}, \hat{\mathbf{F}}$ 和 $\mathbf{F}_0$ 来表示 $\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \mathbf{v})$,

$\mathbf{F}(t, \mathbf{x}, \hat{\mathbf{v}})$ 和 $\mathbf{1} \otimes \mathbf{f}(t, \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0)$, 令 $\boldsymbol{\varepsilon} = [\bar{\mathbf{x}}^T, \tilde{\mathbf{e}}^T, \mathbf{e}^T]^T$, 则由式(10)~式(12)可以得到如下的误差动态系统:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) = [\boldsymbol{\Omega}(t) \otimes \mathbf{I}_n] \boldsymbol{\varepsilon}(t) + \boldsymbol{\eta}(t) \quad (13)$$

其中:

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\Omega}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{C}(t)\mathbf{H} & -\mathbf{C}(t)\mathbf{H} & g\mathbf{I} \\ 0 & 0 & -g\mathbf{I} \end{bmatrix} \\
\boldsymbol{\eta}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{F}} - \mathbf{F}_0 \\ \mathbf{F} - \hat{\mathbf{F}} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

显然, 如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{e}} = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{e} = 0$, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\mathbf{v}}_i - \mathbf{v}_0)$

$= 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v}_i - \hat{\mathbf{v}}_i) = 0$ 对所有的 $i = 1, 2, \dots, N$ 都成立, 也就有 $\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_0) = 0$, 即误差系统式(13)的稳定性意味着系统式(1)能达到一致。因此多智能体系统的跟踪一致性问题就转化成了误差系统式(13)的稳定性问题。

记 $\Gamma = \{\bar{G} \mid \bar{G} \text{ 有以 } \mathbf{v}_0 \text{ 为根的有向生成树, } \mathbf{H}^T(\bar{G}) + \mathbf{H}(\bar{G}) \text{ 是正定的}\}$ 。下面的定理会证明当领导者的控制输入为已知时, 交互拓扑只要在 Γ 中切换, 系统就可以达到一致。设 $S = \{\bar{G}_i \mid \bar{G}_i \in \Gamma, i \in P\}$, 有限指标集 $P = \{1, 2, \dots, M\}$, 切换信号 $\sigma(t) \rightarrow P$ 用来表示拓扑图的下标。假设不出现扰动, 在任意有限时间区间 $\sigma(t)$ 只切换有限次数。

记 $\bar{\lambda} \triangleq \{\lambda_{\min}(\mathbf{H}^T(\bar{G}) + \mathbf{H}(\bar{G}))\}_{\bar{G} \in S}$, $\bar{\lambda} \triangleq \{\lambda_{\max}(\mathbf{H}^T(\bar{G}) + \mathbf{H}(\bar{G}))\}_{\bar{G} \in S}$, 则可得到以下结论:

定理 1 假设对多智能体系统式(1), 跟随者之间的网络拓扑为有向图且所有的交互拓扑 $\bar{G}_{\sigma(t)} \in \Gamma$, 假设 1 成立, 控制增益满足 $g > \rho_2$, 则在局部观测器式(5)和控制协议式(3)及自适应控制式(6)下所有的跟随者可以跟踪到领导者。

证明: 为了证明误差系统式(13)的稳定性, 令 γ

$$= \frac{\bar{\lambda}}{\lambda}, a = 2\gamma\rho_1 + 2\gamma\rho_2 + 2\gamma, \text{ 则有 } \gamma > 0. \text{ 取 Lyapunov 函数:}$$

$$V(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) = \boldsymbol{\varepsilon}(t)^T (\mathbf{P} \otimes \mathbf{I}_n) \boldsymbol{\varepsilon}(t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{(c_i(t) - c_0)^2}{\xi_i} \quad (14)$$

其中, Lyapunov 矩阵为:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} a\mathbf{I} & \gamma\mathbf{I} & 0 \\ \gamma\mathbf{I} & \gamma\mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & \omega\mathbf{I} \end{bmatrix}$$

c_0, ω 为充分大的正数。容易验证 $\mathbf{P}$ 为对称阵且为正定阵。由式(13)可得式(14)的导数为:

$$\begin{aligned}
\dot{V}(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) &= \boldsymbol{\varepsilon}^T (\boldsymbol{\Omega}_{\sigma(t)}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \boldsymbol{\Omega}_{\sigma(t)}) \boldsymbol{\varepsilon} \\
&\quad + 2\boldsymbol{\varepsilon}^T (\mathbf{P} \otimes \mathbf{I}_n) \boldsymbol{\eta}(t) \\
&\quad + \sum_{i=1}^N \frac{\dot{c}_i(t) (c_i(t) - c_0)}{\xi_i}
\end{aligned} \quad (15)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Omega_{\sigma(t)}^T P + P \Omega_{\sigma(t)} &= \begin{bmatrix} -\gamma C(t)(H_{\sigma(t)}^T + H_{\sigma(t)}) & -\gamma C(t)(H_{\sigma(t)}^T + H_{\sigma(t)}) + aI & (g\gamma + a)I \\ -\gamma C(t)(H_{\sigma(t)}^T + H_{\sigma(t)}) + aI & -\gamma C(t)(H_{\sigma(t)}^T + H_{\sigma(t)}) + 2\gamma I & (g\gamma + \gamma)I \\ (g\gamma + a)I & (g\gamma + \gamma)I & -2g\omega I \end{bmatrix} \\ &\leq \begin{bmatrix} -\gamma\bar{\lambda}C(t) & -\gamma\bar{\lambda}C(t) + aI & (g\gamma + a)I \\ -\gamma\bar{\lambda}C(t) + aI & -\gamma\bar{\lambda}C(t) + 2\gamma I & (g\gamma + \gamma)I \\ (g\gamma + a)I & (g\gamma + \gamma)I & -2g\omega \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (16)$$

另一方面,根据假设 1 有:

其中:

$$\begin{aligned} 2\varepsilon^T(P \otimes I_n)\eta(t) &= 2(\bar{x}^T, \tilde{e}^T, e^T) \\ &\cdot \left(\begin{bmatrix} I_N & \gamma I_N & 0 \\ \gamma I_N & \gamma I_N & 0 \\ 0 & 0 & \omega I_N \end{bmatrix} \otimes I_n \right) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{F} - F_0 \\ F - \hat{F} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$= 2(\bar{x}^T, \tilde{e}^T, e^T) \begin{bmatrix} (\gamma I_N \otimes I_n)(\hat{F} - F_0) \\ (\gamma I_N \otimes I_n)(\hat{F} - F_0) \\ (\omega I_N \otimes I_n)(F - \hat{F}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 2[(\gamma I_N \otimes I_n)(\bar{x}, \tilde{e})]^T(\hat{F} - F_0) \\ &+ 2[(\omega I_N \otimes I_n)e]^T(F - \hat{F}) \\ &\leq 2[(\gamma I_N \otimes I_n)(\bar{x}, \tilde{e})]^T(\rho_1 \|\bar{x}\| + \rho_2 \|\tilde{e}\|) \\ &+ 2[(\omega I_N \otimes I_n)e]^T \rho_2 \|e\| \\ &\leq 2\gamma(\|\bar{x}\| + \|\tilde{e}\|)(\rho_1 \|\bar{x}\| + \rho_2 \|\tilde{e}\|) + 2\omega\rho_2 \|e\| \|e\| \\ &= \gamma(2\rho_1 \|\bar{x}\| \|\bar{x}\| + 2\rho_2 \|\bar{x}\| \|\tilde{e}\| + 2\rho_1 \|\tilde{e}\| \|\bar{x}\| \\ &+ 2\rho_2 \|\tilde{e}\| \|\tilde{e}\|) + 2\omega\rho_2 \|e\| \|e\| \\ &\leq \gamma(3\rho_1 + \rho_2) \bar{x}^T \bar{x} + \gamma(3\rho_2 + \rho_1) \tilde{e}^T \tilde{e} + 2\omega\rho_2 e^T e \\ &= \varepsilon^T \begin{bmatrix} \gamma(3\rho_1 + \rho_2)I & 0 & 0 \\ 0 & \gamma(3\rho_2 + \rho_1)I & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega\rho_2 I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$$(\otimes I_n)\varepsilon = \sum_{i=1}^N \frac{\dot{c}_i(t)(c_i(t) - c_0)}{\xi_i} = \varepsilon^T$$

$$\cdot \begin{bmatrix} (C(t) - c_0 I) H_{\sigma(t)}^T H_{\sigma(t)} (C(t) - c_0 I) H_{\sigma(t)}^T H_{\sigma(t)} 0 \\ (C(t) - c_0 I) H_{\sigma(t)}^T H_{\sigma(t)} (C(t) - c_0 I) H_{\sigma(t)}^T H_{\sigma(t)} 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} (\otimes I_n)\varepsilon &\leq \varepsilon^T \begin{bmatrix} (C(t) - c_0 I)\bar{\lambda} & (C(t) - c_0 I)\bar{\lambda} & 0 \\ (C(t) - c_0 I)\bar{\lambda} & (C(t) - c_0 I)\bar{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ (\otimes I_n)\varepsilon & \end{aligned} \quad (18)$$

由上可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\varepsilon) &= \varepsilon^T(\Omega_{\sigma(t)}^T P + P \Omega_{\sigma(t)}) \otimes I_n \varepsilon \\ &+ 2\varepsilon^T(P \otimes I_n)\eta(t) + \sum_{i=1}^N \frac{\dot{c}_i(t)(c_i(t) - c_0)}{\xi_i} \\ &\leq \varepsilon^T(Q \otimes I_n)\varepsilon \end{aligned} \quad (19)$$

$$Q = \begin{bmatrix} (3\rho_1 + \rho_2 - c_0\bar{\lambda})I & (a - c_0\bar{\lambda})I & (g\gamma + a)I \\ (a - c_0\bar{\lambda})I & (3\rho_2 + \rho_1 - c_0\bar{\lambda} + 2\gamma)I & (g\gamma + \gamma)I \\ (g\gamma + a)I & (g\gamma + \gamma)I & (-2g\omega + a\rho_2)I \end{bmatrix}$$

$$\text{记 } Q_{11} = \begin{bmatrix} (3\rho_1 + \rho_2 - c_0\bar{\lambda})I & (a - c_0\bar{\lambda})I \\ (a - c_0\bar{\lambda})I & (3\rho_2 + \rho_1 - c_0\bar{\lambda} + 2\gamma)I \end{bmatrix},$$

$$\text{取 } c_0 > \max \left\{ \frac{3\rho_1 + \rho_2}{\bar{\lambda}}, \frac{3\rho_2 + \rho_1 + 2}{\bar{\lambda}}, \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 - \rho_1\rho_2 + 2\rho_1 + 6\rho_2 + 4}{2\bar{\lambda}} \right\},$$

则有 $Q_{11} < 0$, 若 $g > \rho_2$, 则对于足够大的 ω , 由引理 2 有:

$$Q_{11} + \frac{1}{2(g - \rho_2)\omega} \begin{bmatrix} (g + \gamma)I \\ (g + 1)I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (g + \gamma)I & (g + 1)I \end{bmatrix} < 0$$

因此,误差动态系统式(13)稳定,有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t)$

$= 0$, 即系统式(1)中所有跟随者能跟踪到领导者。

3 数值仿真

本节通过数值仿真来验证上文的结论。考虑由 4 个跟随者和 1 个领导者组成的系统,动态方程由式(1)给出。假设 $f(t, x_i, v_i) = \cos(x_i + v_i + 3)$, $u_0 = \sin t + 0.5 \cos t$, 取 $g = 8$, 初始值为随机选取值。拓扑图在 $\bar{G}_1, \bar{G}_2$ 之间切换, 相应的矩阵 $H_i (i = 1, 2)$ 为:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.5 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0.6 & -0.5 & 0 \\ 0 & -0.2 & 0.4 & -0.2 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0.6 & 0 & -0.5 & 0 \\ 0 & 0.6 & -0.5 & 0 \\ 0 & -0.3 & 0.5 & -0.2 \\ -0.1 & 0 & 0 & 0.2 \end{bmatrix}$$

图 1 表明,在局部观测器式(5)和控制协议式(3)及自适应控制式(6)下所有的跟随者可以跟踪到领导者。

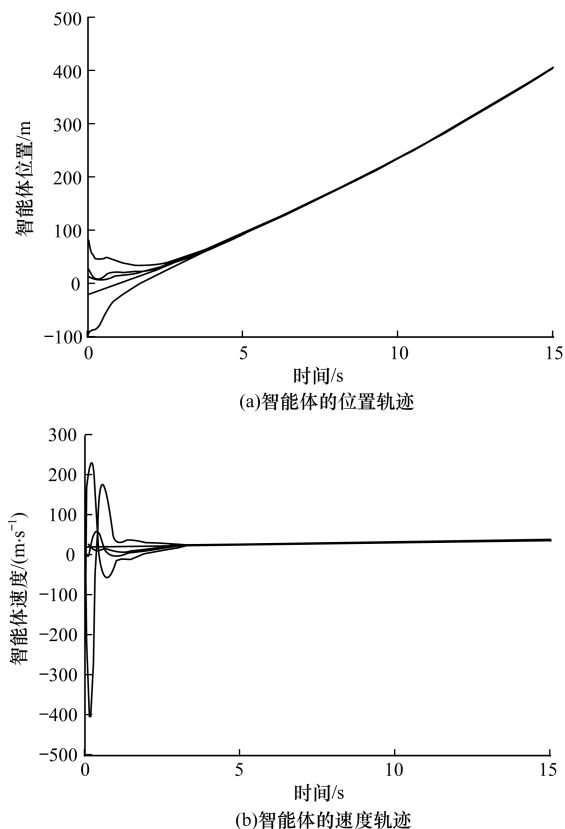


图1 智能体的状态轨迹

4 结束语

本文研究带有领导者的二阶多智能体系统,针对智能体不能实时得到自身的速度信息这一情况,设计基于观测器的控制协议。将一致性问题转化为稳定性问题,基于 Lyapunov 稳定性理论和矩阵理论分析,通过构造合适的 Lyapunov 函数得到一致性成立的充分条件。考虑领导者的控制输入不为零是下一步将要进行的工作。

参考文献

- [1] 洪奕光,翟超. 多智能体系统动态协调与分布式控制设计[J]. 控制理论与应用, 2011, 28(10): 1506-1512.
- [2] 刘学良,胥布工. 具有多个通信时延的多智能体系统分布式 H_∞ 一致性控制[J]. 控制与决策, 2012, 27(4): 494-500.
- [3] 王强,王玉振,杨仁明. 一类多智能体系统分组一致控制协议的设计与分析[J]. 控制与决策, 2013, 28(3): 369-373.
- [4] 罗小元,李旭,李绍宝,等. 分布式离散多智能体系统在固定和切换拓扑下的编队控制[J]. 控制与决策, 2013, 28(12): 1869-1873.

- [5] Cao Yongcan, Ren Wei. Distributed Coordinated Tracking with Reduced Interaction via a Variable Structure Approach[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2012, 57(1): 33-48.
- [6] Yu Wenwu, Chen Guanrong, Cao Ming. Some Necessary and Sufficient Conditions for Second-order Consensus in Multi-agent Dynamical Systems[J]. Automatica, 2010, 46(6): 1089-1095.
- [7] Yu Wenwu, Zheng Weixing, Chen Guanrong, et al. Second-order Consensus in Multi-agent Dynamical Systems with Sampled Position Data[J]. Automatica, 2011, 47(7): 1496-1503.
- [8] Yu Wenwu, Chen Guanrong, Cao Ming, et al. Second-order Consensus for Multi-agent Systems with Directed Topologies and Nonlinear Dynamics[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2010, 40(3): 881-891.
- [9] Song Qiang, Cao Jinde, Yu Wenwu. Second-order Leader-following Consensus of Nonlinear Multi-agent Systems via Pinning Control[J]. System Control Letter, 2010, 59(9): 553-562.
- [10] Qian Yufeng, Wu Xiaoqun, Lü Jinhui, et al. Second-order Consensus of Multi-agents Systems with Nonlinear Dynamics via Impulsive Control[J]. Neurocomputing, 2014, 125(11): 142-147.
- [11] Hong Yiguang, Chen Guanrong, Bushnell L. Distributed Observers Design for Leader-following Control of Multi-agent Networks[J]. Automatica, 2008, 44(3): 846-850.
- [12] Mei Jie, Ren Wei, Ma Guangfu. Distributed Coordination for Second-order Multi-agent Systems with Nonlinear Dynamics Using Only Relative Position Measurements[J]. Automatica, 2013, 49(5): 1419-1427.
- [13] Zhang Yan, Gao Lixin, Tong Changfei. On Distributed Reduced-order Observer-based Protocol for Linear Multi-agent Consensus Under Switching Topology[J]. IET Control Theory & Applications, 2015, 9(5): 784-792.
- [14] Yu Wenwu, Ren Wei, Zheng Weixing, et al. Distributed Control Gains Design for Consensus in Multi-agent Systems with Second-order Nonlinear Dynamics[J]. Automatica, 2013, 49(7): 2107-2115.
- [15] Xu Xiaole, Chen Shengyong, Gao Lixin. Observer-based Consensus Tracking for Second-order Leader-following Nonlinear Multi-agent Systems with Adaptive Coupling Parameter Design[J]. Neurocomputing, 2015, 156(25): 297-305.
- [16] Gao Lixin, Zhang Jingjing, Chen Wenhui. Second-order Consensus for Multi-agent Systems Under Directed and Switching Topologies[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 2012, 40(3): 881-891.
- [17] Horn R A, Johnson C R. Matrix Analysis[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1985.

编辑 顾逸斐