

## 基于 OFDM 的子载波加权技术研究

薛 梅<sup>1</sup>, 周 杰<sup>1</sup>, 邵根富<sup>2</sup>

(1. 南京信息工程大学 电子与信息工程学院, 南京 210044;  
2. 杭州电子科技大学 自动化学院, 杭州 310000)

**摘 要:** 针对正交频分复用(OFDM)系统中固有的高旁瓣问题, 结合子载波加权方法, 提出一种 OFDM 系统旁瓣抑制算法。根据若干优化限制进行优化运算, 使得传输信号的旁瓣达到最小值, 从而确定载波权重。在子载波加权的基础上引入时域加窗, 将发射信号与不同于传统矩形窗的窗函数做相乘运算, 最终对带外辐射进行有效抑制。仿真结果表明, 在无需传输任何边信息的情况下, 子载波加权方法平均能够抑制辐射强度不低于 10 dB 的 OFDM 旁瓣, 对加权后的 OFDM 信号采取加窗处理, 则可以抑制辐射强度约为 25 dB 的旁瓣。

**关键词:** 正交频分复用; 带外辐射; 旁瓣抑制; 子载波加权; 优化限制; 加窗

**中文引用格式:** 薛 梅, 周 杰, 邵根富. 基于 OFDM 的子载波加权技术研究[J]. 计算机工程, 2018, 44(6): 57-61.  
**英文引用格式:** XUE Mei, ZHOU Jie, SHAO Genfu. Research on subcarrier weighting technology based on OFDM[J]. Computer Engineering, 2018, 44(6): 57-61.

## Research on Subcarrier Weighting Technology Based on OFDM

XUE Mei<sup>1</sup>, ZHOU Jie<sup>1</sup>, SHAO Genfu<sup>2</sup>

(1. School of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China;  
2. School of Automatization, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310000, China)

**[Abstract]** Based on the inherent high sidelobe problem in Orthogonal Frequency-Devision Multiplexing (OFDM) system, a sidelobe suppression method for OFDM system is proposed based on subcarrier weighting method. The subcarrier weights are determined in such a way that the sidelobes of the transmission signal are minimized according to an optimization algorithm which allows several optimization constraints. To more effectively suppress the out-of-band radiation, the time domain windowing is introduced on the basis of the subcarrier weighting. The emission signal is multiplied by a window function which is different from the conventional rectangular window. Simulation results show that, the subcarrier weighting method can suppress the radiation intensity on average not less than 10 dB of OFDM sidelobe in the average without requiring the transmission of any side information, after the weighted transmission signal is windowed, the suppression effect of the sidelobe of the OFDM signal can reach about 25 dB.

**[Key words]** Orthogonal Frequency-Devision Multiplexing (OFDM); out-of-band radiation; sidelobe suppression; subcarrier weighting; optimization constraints; windowing

**DOI:** 10.19678/j.issn.1000-3428.0046907

### 0 概述

近年来, 对高速率数据传输技术的大量需求意味着需要更灵活和高效地使用可用频谱。正交频分复用(Orthogonal Frequency-Devision Multiplexing, OFDM)调制中固有的高旁瓣使得 OFDM 的带外辐射较大<sup>[1-5]</sup>, 因此, 如何在获得更高频谱效率的同时保留系统共存<sup>[6]</sup>, 引起了学者们的广泛关注。

现有的旁瓣抑制方法大多基于插入保护频带,

即在 OFDM 频谱边界的子载波是停用的或者在发射信号的时域加窗<sup>[7-10]</sup>。但是, 该 2 种方法对系统的吞吐量产生了一定的损耗。插入保护带<sup>[11-12]</sup>消耗了带宽, 而加窗则将发射信号的时域展宽, 且引入了符号间的干扰方法。

针对以上问题, 本文提出一种能够显著抑制 OFDM 旁瓣的新方法。在子载波加权技术的基础上引入时域加窗技术, 用以克服上述方法中存在的不足。

**基金项目:** 国家自然科学基金面上项目(61471153); 江苏省高校自然科学基金重大项目(14KJA510001)。

**作者简介:** 薛 梅(1994—), 女, 硕士研究生, 主研方向为 OFDM 通信理论; 周 杰, 教授、博士生导师; 邵根富, 教授级高级工程师。

**收稿日期:** 2017-04-21 **修回日期:** 2017-06-11 **E-mail:** 654975418@qq.com

## 1 问题与计算模型

### 1.1 旁瓣抑制

首先,假设在没有进行子载波加权<sup>[13]</sup>的 OFDM 系统中,数据信号  $d_n$  的子载波数为  $N$ 。本文采取矩形脉冲滤波器的方式,经过快速傅里叶反变换 (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT) 将 OFDM 信号进行频域到时域的转变。因此,在频域范围内一个独立的无权重子载波  $s_n(x)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ , 定义为:

$$s_n(x) = d_n \frac{\sin(\pi(x - x_n))}{\pi(x - x_n)}, n = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

在式(1)中,  $x$  是一个归一化频率,表示为:

$$x = (f - f_0) T_0 \quad (2)$$

其中,  $f$  表示频率,  $f_0$  表示中心频率,  $x_n$  表示第  $n$  个子载波的归一化中心频率。

将系统中所有子载波的频谱相加,得到最终 OFDM 信号的频谱,即:

$$s(x) = \sum_{n=1}^N s_n(x) \quad (3)$$

由式(3)可以看出,最终叠加信号的旁瓣功率以  $1/(x^2 N)$  衰减<sup>[13]</sup>,因此,OFDM 系统会产生较高的带外辐射。为了减少 OFDM 系统对其他用户的干扰,抑制旁瓣显然很有必要。

### 1.2 子载波加权算法

假设一个 OFDM 系统中共有  $N$  个子载波。将输入信号根据其调制方式,如相移键控 (Phase-Shift Keying, PSK), 或正交幅度调制按符号映射到各子载波上,得到由  $N$  个复数值的数据符号  $d_n$  组成的一个数据符号序列,即  $\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)^T$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ 。将序列  $\mathbf{d}$  中的符号经过串并变换后传输至旁瓣抑制单元,输出新的序列  $\bar{\mathbf{d}} = (\bar{d}_1, \bar{d}_2, \dots, \bar{d}_N)^T$ 。旁瓣抑制单元将每一个符号  $d_n$  和一个子载波权重  $g_n$  进行乘法运算。因此,输出的  $\bar{\mathbf{d}}$  可以表示为:

$$\bar{d}_n = g_n d_n, n = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

使用反向离散傅里叶变换将向量  $\bar{\mathbf{d}}$  调制到  $N$  个子载波上并进行串并变换,将长度为  $T_\Delta$  且大于多径信道时延扩展的保护间隔以循环前缀的方式插入至最终信号中。本文假设保护间隔比一个 OFDM 符号的有用部分长度  $T_0$  小很多,因此,保护间隔的影响可以忽略 ( $T_\Delta \approx 0$ )。

接着,根据旁瓣抑制的优化准则定义一个权重序列  $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_N)^T$ 。由于优化目标是在一定频域范围内抑制旁瓣,因此也只在在这个范围内考虑  $s_n(x)$ 。在归一化频率  $y_m$  中抽取  $m$  个样本,  $m = 1,$

$2, \dots, M$ , 这些样本点都在优化旁瓣的范围内,因此,式(1)变换为:

$$s_{n,m} = s_n(y_m) = d_n \frac{\sin(\pi(y_m - x_n))}{\pi(y_m - x_n)} \quad (5)$$

将  $s_{n,m}$  放到一个向量中,得到向量  $\mathbf{s}_n = (s_{n,1}, s_{n,2}, \dots, s_{n,M})^T$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ 。最后,将所有的向量  $\mathbf{s}_n$  放入到一个矩阵中,得到  $\mathbf{S} = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_N)$ 。

为了最小化加权后传输信号  $\bar{\mathbf{d}}$  的旁瓣,必须解决式(6)<sup>[13]</sup>的优化问题。

$$\mathbf{g} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}} \|\mathbf{S} \tilde{\mathbf{g}}\|^2 \quad (6)$$

其中,  $\tilde{\mathbf{g}}$  是  $\mathbf{g}$  的实验值。

另外,对加权向量  $\mathbf{g}$  有 2 个限定,第一个限定保证子载波加权前后 OFDM 信号的功率稳定,即:

$$\|\bar{\mathbf{d}}\|^2 = \|\mathbf{d}\|^2 \quad (7)$$

在 PSK 系统中,可以将式(7)简化为:  $\|\mathbf{g}\|^2 = N$ 。第 2 个限定保证子载波加权后的信号功率在一定的范围内,即:

$$0 < g_{\min} \leq g_n \leq g_{\max}, g_{\min}, g_{\max}, g_n \in \mathbb{R} \quad (8)$$

该限定保证了每一个独立子载波都能分配到一定功率,由比值  $\rho = g_{\max}/g_{\min}$  控制。其中,  $g_{\min}$  和  $g_{\max}$  的值都是可以选择的,保证了加权重后的符号  $\bar{d}_n$  和原始符号  $d_n$  都保持在相同的定义域内。在这种情况下,没有从发射器到接收器的信令需要。例如,对 PSK 来说,  $g_{\min} > 0$  是固定的。

式(6)、式(7)和式(8)组成的优化限制问题都可以通过二次等式(7)和线性不等式(8)的性质概括为一个约束非线性规划问题。解决这一优化问题可以通过许多有效并且可靠的数值运算方法,例如拉格朗日投影法<sup>[14-17]</sup>。

### 1.3 误比特率算法

子载波加重的一个可能缺点是在误比特率及信噪比的性能上会有所衰减,原因是加权后每个独立子载波不能获取相同的传输功率。假设经过 Rayleigh 衰减信道和二进制定相移键控 (Binary Phase-Shift Keying, BPSK) 的调制后,误比特率  $P_b$  的值可以通过式(9)<sup>[13]</sup>计算得到。

$$P_b = \int_0^\infty \int_0^\infty f_{yz}(y, z) \cdot P_{\text{AWGN}}(y \cdot z \cdot \gamma_b) dy dz \quad (9)$$

其中,  $\gamma_b = E_b/N_0$ ,  $E_b$  和  $N_0$  分别表示每比特的传输能量和噪声功率谱密度, AWGN 表示加性高斯白

噪声,  $f_{yz}(y, z)$  表示联合概率密度函数描述 Rayleigh 衰减信道和子载波加权对信噪比  $\gamma_b$  所产生的影响, 任意值  $z$  表示经过 Rayleigh 衰减信道传输后接收到的功率,  $y$  表示由子载波加权所引起的功率波动。

对加性高斯白噪声来说, 误比特率公式中的  $P_{AWGN}(y \cdot z \cdot \gamma_b)$  可以用式 (10)<sup>[13]</sup> 表示。

$$P_{AWGN}(y \cdot z \cdot \gamma_b) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(y \cdot z \cdot \gamma_b) \quad (10)$$

由于  $y$  和  $z$  都是独立统计的, 因此可以将联合概率密度  $f_{yz}(y, z)$  拆分为 2 个概率密度函数之积, 得到:

$$P_b = \int_0^\infty f_y(y) \cdot \left( \int_0^\infty f_z(z) \cdot P_{AWGN}(y \cdot z \cdot \gamma_b) dz \right) dy \quad (11)$$

在 Rayleigh 衰减<sup>[18]</sup> 情况下, 通过计算可以得到式 (12)<sup>[13]</sup> 的误比特率。

$$P_b = \frac{1}{2} \int_0^\infty f_y(y) \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{y\gamma_b}{1+y\gamma_b}} \right) dy \quad (12)$$

由于该联合概率密度函数  $f_y(y)$  的闭解不可得, 因此这里使用数值仿真, 则  $f_y(y)$  可以近似表示为式 (13)<sup>[13]</sup>。

$$f_y(y) = \alpha \cdot \delta(y - g_{\min}) + (1 - \alpha) \cdot \delta(y - g_{\max}) \quad (13)$$

其中,  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\delta(\cdot)$  是狄利克雷函数。

将式 (13) 代入式 (12), 最终得到误比特率为:

$$P_b = \frac{1}{2} \left( 1 - \alpha \sqrt{\frac{|g_{\min}|^2 \gamma_b}{1 + |g_{\min}|^2 \gamma_b}} - (1 - \alpha) \sqrt{\frac{|g_{\max}|^2 \gamma_b}{1 + |g_{\max}|^2 \gamma_b}} \right) \quad (14)$$

## 2 时域加窗技术

在对独立子载波进行加权的基础上, 引入传统的时域加窗技术来抑制旁瓣, 即将子载波加权后的最终发射信号  $s_n(x)$  与不同于传统矩形窗的窗函数  $w(t)$  相乘。时域加窗部分结构如图 1 所示。

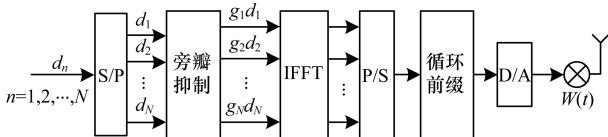


图 1 时域加窗的 OFDM 发射部分结构

一般情况下, 矩形窗口的长度为符号长度与保护间隔长度之和, 即  $T_0 = T_s + T_{GI}$ , 而采用不同于传统的矩形窗加窗技术后, 必须增大窗口的截取长度, 此时通常采取加前缀和后缀的方法, 如图 2 所示。

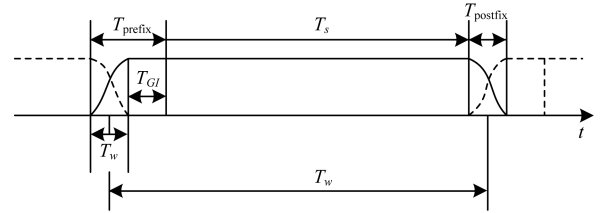


图 2 OFDM 符号加窗示意图

由于 OFDM 系统采用正交频复用的方式, 因此相邻的符号间必定会有部分重叠, 在选择窗口长度时必须保证前缀、后缀以及保护间隔都位于窗口内, 这样才不会引起符号间的干扰。通常可使用升余弦窗函数, 表达式为:

$$w_{RC}(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\pi + \frac{\pi t}{\beta T_w}\right), & 0 \leq t < \beta T_w \\ 1, & \beta T_w \leq t < T_w \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi(t - T_w)}{\beta T_w}\right), & T_w \leq t < (1 + \beta) T_w \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (15)$$

其中,  $\beta \in [0, 1]$  表示升余弦窗口函数的滚降系数。

加窗后最终 OFDM 符号的持续时间  $T_w$  表示为  $T_w = (T_s + T_{\text{prefix}} + T_{\text{postfix}}) / (1 + \beta)$ 。符号的前缀长度  $T_{\text{prefix}}$  是保护间隔与滚降范围的长度之和, 即  $T_{\text{prefix}} = \beta T_w + T_{GI}$ 。后缀  $T_{\text{postfix}} = \beta T_w$  只包含滚降范围的长度。

由于采用了加升余弦窗的方式, 使得 OFDM 符号的脉冲过渡带由尖锐变得平缓, 从而能够在频域范围内有效抑制旁瓣。对式 (15) 进行快速傅里叶变换 (Fast Fourier Transform, FFT) 则可以得到式 (16)<sup>[8]</sup> 表示的加窗后的独立子载波频谱。

$$S_n^{rc}(f) = \operatorname{si}(\pi f T_w) \cdot \frac{\cos(\beta \pi f T_w)}{1 - 4\beta^2 f^2 T_w^2} \quad (16)$$

其中,  $\operatorname{si}(x)$  为  $\sin(x)/x$  的原函数。为了避免符号间的干扰, 要将升余弦窗函数进行必要的时域扩展, 以此保证数据符号和保护间隔的长度, 则升余弦脉冲将会变窄。

## 3 旁瓣抑制仿真结果与比较

### 3.1 子载波加权仿真

图 3 所示为子载波加权技术原理, 设置参数  $N = 7$ ,  $g_{\max}/g_{\min} = \sqrt{4}$ ,  $\mathbf{d} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$ 。优化范围横跨 OFDM 主带宽每一侧的 12 个旁瓣 (从传输带宽外的第一个旁瓣算起)。为了保持矩阵  $\mathbf{S}$  的低维度, 优化范围内每个旁瓣只考虑一个归一化频

率样本  $s_n(y_m)$ , 即每一侧的  $M = 12$ 。在频域内独立子载波的频谱和所有子载波总信号的频谱都得以显现。从图 3(a) 和图 3(b) 可以看出, 在优化范围内, 加权后独立子载波间的信号会相互抵消。

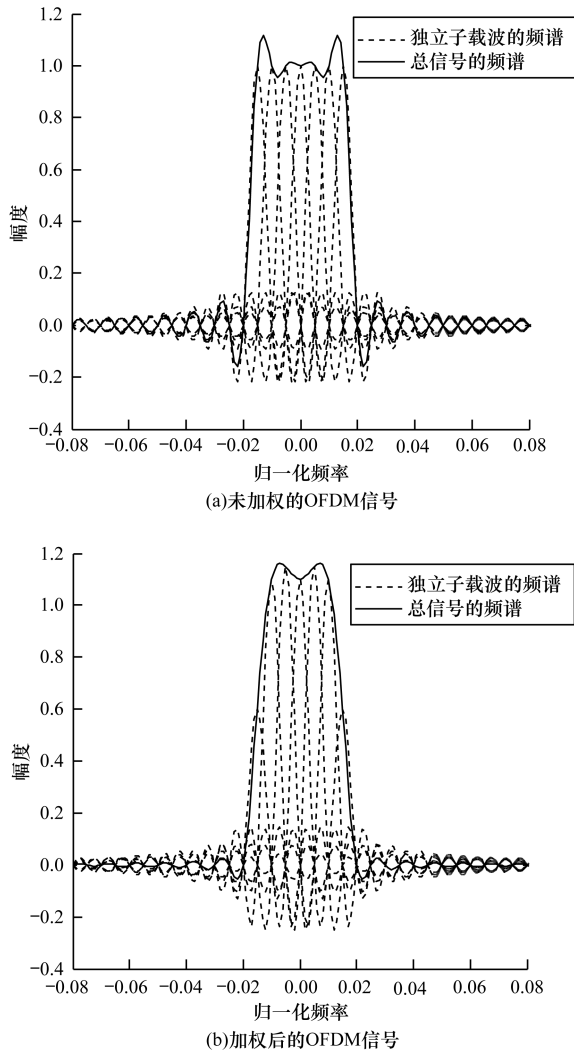


图 3 子载波加权技术效果

### 3.2 误比特率性能

假设信噪比 SNR 固定为 16 dB, 表 1 所示为在不同权重比值  $g_{\max}/g_{\min}$  情况下子载波加权后 OFDM 信号的误比特率。由表 1 可以看出, 在权重比值  $g_{\max}/g_{\min}$  为  $\sqrt{4}$  时, 能得到一个很显著的 10 dB 的旁瓣抑制效果。比值  $g_{\max}/g_{\min}$  越大, 抑制效果越好, 原因是随着  $g_{\max}/g_{\min}$  比值的增大, 式(8)的限制变宽, 从而为式(6)找到最优解提供更多自由度。但是, 由于子载波不能获得相同的传输功率, 导致了误比特率性能的损失, 这也即子载波加权的弊端。随着比值  $g_{\max}/g_{\min}$  的增大, 一些子载波只能获得很小的传输功率, 导致接收端不能很好地解码, 从而造成性能的损

失。为估计信噪比的损失, 假设加权 ( $g_{\max}/g_{\min} > 1$ ) 和不加权 ( $g_{\max}/g_{\min} = 1$ ) 情况下 OFDM 信号都通过一个以 Rayleigh 信道为例的无线移动信道。在接收端, 通过匹配滤波器来检测信道的信息。表 1 给出了仿真得到的误比特率以及根据式(14)计算得到的误比特率, 两者几乎相同(此处将式(14)中的仿真参数  $\alpha$  值设为 0.63)。从实验数据可以看出, 比值  $g_{\max}/g_{\min}$  增大的同时误比特率也在不断降低。因此, 增大  $g_{\max}/g_{\min}$  比值时, 在抑制旁瓣与降低误比特率间取一个折中, 本文设置比值  $g_{\max}/g_{\min}$  为  $\sqrt{4}$ 。

表 1 误比特率性能比较

$g_{\max}$ 与 $g_{\min}$ 比值	平均旁瓣 抑制/dB	仿真误比特率	近似误比特率
1	0.000 0	0.014 9	0.014 7
$\sqrt{2}$	4.860 0	0.018 0	0.017 7
$\sqrt{4}$	10.130 0	0.025 6	0.025 1
$\sqrt{6}$	13.350 0	0.039 2	0.032 4
$\sqrt{8}$	15.640 0	0.039 9	0.039 3

### 3.3 综合旁瓣抑制效果

本文采用的调制方式是 BPSK, 同时设置子载波的个数  $N$  为 7。优化范围包含每一侧频谱的 12 个旁瓣(从 OFDM 传输带宽外的第一个旁瓣算起)。在优化范围内, 每个旁瓣只考虑一个单独的归一化频率样本  $s_n(y_m)$ , 即  $M = 12$ 。

子载波加权和不加权的 OFDM 信号频谱以及加权加窗后的信号频谱如图 4 所示, 符号向量  $\mathbf{d} = (1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)^T$ 。在子载波加权情况下, 权重最大值与最小值的比值  $g_{\max}/g_{\min}$  设为  $\sqrt{4}$ 。由图 4 可以看出, 子载波加权技术的优点显而易见, 与没有子载波加权的 OFDM 频谱相比较, 子载波加权后优化范围内的旁瓣抑制效果达到约 10 dB。此外, 对加权后的 OFDM 信号采取加窗处理, 可以抑制旁瓣约 25 dB。原因是对传输子载波加权后, 通过优化算法改变了子载波的权值, 使得在不影响总传输功率的情况下, 每个独立子载波的传输功率不同, 从而在信号叠加后降低旁瓣。在加权的基础上再对原信号加升余弦窗, 使得 OFDM 符号的脉冲过渡带由尖锐变得平缓, 因此, 能够在频域范围内更有效地抑制旁瓣。经典的 OFDM 系统仅仅只需要考虑保护间隔, 而加窗之后的 OFDM 系统则还要考虑由保护间隔和在滚降范围内的前缀和后缀所导致的符号时域扩展。因此, 升余弦脉冲  $T_w/T_s$  的变窄将引起误比特率性能的损失。

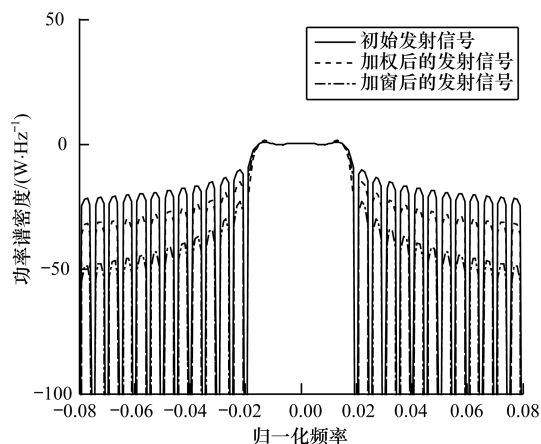


图4 旁瓣抑制效果

#### 4 结束语

本文将子载波加权算法与时域加窗技术相结合,提出一种基于子载波加权的旁瓣抑制算法,其能够提高基于OFDM传输系统的频谱效率,也可应用于基于OFDM的覆盖系统,以避免共享频带时对保留系统的干扰。该子载波加权的旁瓣抑制方法无需传输任何边信息,就能够很好地抑制OFDM信号的旁瓣,加升余弦窗函数后则能够抑制更多OFDM信号旁瓣。但其不足之处在于抑制旁瓣的过程中导致了误比特率性能的损失。因此,如何在抑制旁瓣的同时减少误比特率性能的损失,将是下一步的研究内容。

#### 参考文献

- [1] 施荣华,王涛,董健,等.一种改进的导航信号窄带干扰抑制方法[J].计算机工程,2012,38(23):67-70.
- [2] 胡子夏,王伶俐,童家榕.MB-OFDM UWB系统中的加窗算法设计[J].计算机工程,2010,36(17):117-119,122.
- [3] COSOVIC I, JANARHANAM V. Sidelobe suppression in OFDM systems [C]//Proceedings of the 5th International Workshop on Multicarrier Spread Spectrum. Berlin, Germany: Springer, 2006:473-482.
- [4] COSOVIC I, MAZZONI T. Suppression of sidelobes in OFDM systems by multiple choice sequences [J]. European Transactions on Telecommunications, 2006, 17(6):623-630.
- [5] BINGHAM J A C. RFI suppression in multicarrier transmission systems [C]//Proceedings of 1996 IEEE Conference on Global Telecommunications. Washington D. C., USA: IEEE Press, 1996:1026-1030.
- [6] WEISS T, JONDRAL F. Spectrum pooling: an innovative strategy for the enhancement of spectrum efficiency [J]. IEEE Communications Magazine, 2004, 42(3):8-14.
- [7] WEISS T, HILLENBRAND J, KROHN A, et al. Mutual interference in OFDM-based spectrum pooling systems [C]//Proceedings of IEEE Conference on Vehicular Technology. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2004:1873-1877.
- [8] 张佩. 认知无线通信系统中的干扰抑制技术研究 [D]. 南京:南京邮电大学, 2012.
- [9] NEE R V, PRASAD R. OFDM for wireless multimedia communications [M]. Norwood, USA: Artech House, Inc., 2000.
- [10] SELIM A, MACALUSO I, DOYLE L. Efficient sidelobe suppression for OFDM systems using advanced cancellation carriers [C]//Proceedings of IEEE International Conference on Communications. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2013: 4687-4692.
- [11] BRANDES S, COSOVIC I, SCHNELL M. Reduction of out-of-band radiation in OFDM systems by insertion of cancellation carriers [J]. IEEE Communications Letters, 2006, 10(6):420-422.
- [12] ZHAO Y P. In-band and out-band spectrum analysis of OFDM communication systems using ICI cancellation methods [C]//Proceedings of International Conference on Communication Technology. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2000:773-776.
- [13] COSOVIC I, BRANDES S, SCHNELL M. Subcarrier weighting: a method for sidelobe suppression in OFDM systems [J]. IEEE Communications Letters, 2006, 10(6): 444-446.
- [14] FLECTCHER R. Practical methods of optimization [M]. New York, USA: Wiley-Interscience, 2000.
- [15] 袁亚湘. 非线性优化计算方法 [M]. 北京:科学出版社, 2007.
- [16] GANDER W. Least square with a quadratic constraint [J]. Numerische Mathematik, 1980, 36(3):291-307.
- [17] Golub G H, Loan C V. Matrix computations [M]. Baltimore, USA: The Johns Hopkins University Press, 1996.
- [18] PROAKIS J. Digital communications [M]. New York, USA: McGraw-Hill Education, 1995.

编辑 吴云芳