



基于狄利克雷问题的路网控制子区动态划分

张 曼, 闫 飞, 阎高伟, 李 浦

(太原理工大学 电气与动力工程学院, 太原 030024)

摘 要: 传统静态的路网控制子区划分算法难以适应复杂路网中交通流动态变化的特性。为此, 基于狄利克雷问题提出一种动态划分算法。根据密度峰值理论重新定义局部密度概念, 用以识别控制子区的稳定块。在此基础上, 将狄利克雷问题求解模型融入动态划分过程, 迭代地对匀质性低的路段进行重新分配, 实现控制子区的动态划分, 模拟交通流动态变化时的子区演化过程。基于美国法默布兰奇市真实路网数据集的实验结果表明, 该算法子区内部匀质性均值与归一化总方差指标较静态密度峰值划分算法分别降低 22% 和 11%, 其控制子区的匀质性较两层动态划分算法也得到有效提升。

关键词: 城市交通; 控制子区; 密度峰值; 狄利克雷问题; 动态划分

开放科学(资源服务)标志码(OSID):



中文引用格式: 张曼, 闫飞, 阎高伟, 等. 基于狄利克雷问题的路网控制子区动态划分[J]. 计算机工程, 2020, 46(12): 21-26, 35.

英文引用格式: ZHANG Man, YAN Fei, YAN Gaowei, et al. Dynamic partition of control sub-regions in road network based on Dirichlet problem[J]. Computer Engineering, 2020, 46(12): 21-26, 35.

Dynamic Partition of Control Sub-Regions in Road Network Based on Dirichlet Problem

ZHANG Man, YAN Fei, YAN Gaowei, LI Pu

(School of Electrical and Power Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

[Abstract] In view of the fact that the traditional static partition algorithms of control sub-regions in road network cannot adapt to the dynamic changes of traffic flow in complex road networks, this paper proposes a dynamic partition algorithm based on Dirichlet problem. According to the density peak theory, the concept of local density is redefined to identify and recognize the stable blocks in the control sub-regions. On this basis, the Dirichlet problem solving model is integrated into the dynamic partition process, and the roads with low homogeneity are iteratively re-partitioned to realize the dynamic partition of the control sub-regions. It reveals the evolution process of the sub-regions when the traffic flow changes dynamically. Experimental results on the dataset of real road network in Farmer Branch, USA show that, compared with the static density peak partition algorithm, the proposed algorithm reduces the mean homogeneity of sub-regions and normalized total variance index by 22% and 11% respectively, and improves the homogeneity of the control sub-region compared with the two-layer dynamic partitioning algorithm.

[Key words] urban traffic; control sub-region; density peak; Dirichlet problem; dynamic partition

DOI: 10.19678/j.issn.1000-3428.0057743

0 概述

城市规模的迅速扩张使路网复杂性日益增加, 针对交通拥堵的演化研究由此得到广泛关注。然而对单路段拥堵状况的研究难以适应相邻路段拥堵时

的传播和消散特性^[1]。将路网划分为不同拥堵程度的控制子区, 能够可视化地显示实时的拥堵场景, 这体现了路网控制子区动态划分的重要性。

目前, 对于路网控制子区的划分方法已有一些相关研究^[2-3]。研究者通常运用谱图理论^[4]或归一

基金项目: 国家自然科学基金(61703300); 中国博士后科学基金面上项目(2019M651082); 山西省应用基础研究项目(201801D221191); 山西省研究生教育创新计划(2019SY157)。

作者简介: 张 曼(1996—), 女, 硕士研究生, 主研方向为智能交通、机器学习; 闫 飞, 副教授; 阎高伟, 教授; 李 浦, 硕士研究生。

收稿日期: 2020-03-16 **修回日期:** 2020-04-24 **E-mail:** yanfei140222@163.com

化分割(Normalized cut, Ncut)算法^[5]求解矩阵特征系统,从而将异构路网划分为密度均匀的控制子区,但此类方法的划分性能对参数值较为敏感。文献[6]运用遗传算法与降维处理方法构建一种控制子区快速划分模型。文献[7]考虑拥堵的传播特性构建一种相似性模型,将高相似性的路段聚类成簇。文献[8]将大型路网转化为密度峰值图,并运用图切割算法实现控制子区划分的快速寻优。文献[9]在Ncut算法的基础上构建具有最优宏观基本图的控制子区划分模型,但其获取的子区边界存在不平滑情形。文献[10]基于 λ -连通性的概念提出一种启发式划分算法,并执行边界调整程序得到具有光滑边界的控制子区。文献[11]将路段间的拓扑特性融入K均值聚类算法中,弥补了必须对不平滑子区再根据连接性微调的不足。

上述方法实现了路网的静态划分,但未考虑子区在时间维度上的动态演化。文献[12]研究拥堵路段的时空关系,根据前一时刻的划分结果,通过目标函数最小化对后一时刻的高异质性路段进行合并或分割。文献[13]采用一种两层划分方法,通过增量地更新控制子区来跟踪拥堵的传播,该方法与每一刻都重新执行路网控制子区静态划分的方法相比具有更高的效率。

本文考虑路段的密度分布与交通流的时变特性,设计一种新的控制子区动态划分算法。利用路段与其邻域内其他路段的相似度重新定义局部密度概念,确定控制子区划分方案,并对孤立路段进行再处理,实现聚类与连通性的同步约束。在此基础上,将狄利克雷问题求解模型融入算法中,迭代更新高异质性路段的划分结果,从而捕捉子区的演变趋势,实现控制子区的动态划分。

1 狄利克雷问题求解模型

构建一个路网无向图 $G = (V, E)$, 其中, 节点 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_i, v_j, \dots, v_m\}$ 表示 m 条路段, 边集合 $E = \{e_{ij}\}$ 表示所有路段间的 n 个交叉口。令 s_i, s_j 表示路段 v_i, v_j 的饱和度, 则路段 v_i, v_j 间的相似度 $w(i, j)$ 定义如式(1)所示:

$$w(i, j) = \exp\left(-\frac{(s_i - s_j)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (1)$$

本文设置参数 $\sigma = 0.1$, 并构建相似度矩阵 $W = \{w(i, j)\}_{m \times m}$ 。度矩阵 D 的定义如式(2)和式(3)所示:

$$D = \text{diag}\{d_i\} \quad (2)$$

$$d_i = \sum_{j=1}^m w(i, j) \quad (3)$$

人为设置控制子区数 k , 以适应交通量的时空分布。定义路网中控制子区的编号为 $G = \{G^1, G^2, \dots, G^k\}$ 。路网无向图上狄利克雷问题的求解模型可看作是根

据调和函数(定义如式(4)所示)求解路段对于各控制子区的概率矩阵 r , 其中, $r(i, k)$ 表示 v_i 属于子区 G^k 的概率。

$$D[r] = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |\nabla r|^2 d\Omega \quad (4)$$

由于拉普拉斯方程是狄利克雷积分的拉格朗日方程^[14], 因此拉普拉斯方程满足边界条件 $\nabla^2 r = 0$ 。定义 $(n \times m)$ 阶的路段关联矩阵, 如式(5)所示:

$$A(e_{ij}, k) = \begin{cases} 1, & i = k \\ -1, & j = k \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

定义 $(n \times n)$ 阶的 0-1 对角矩阵 C , 则拉式矩阵可计算为 $L = A^T C A$, 调和函数可分解为式(6):

$$D[r] = \frac{1}{2} (Ar)^T C (Ar) = \frac{1}{2} r^T L r \quad (6)$$

由于 L 是半正定的, 因此 $D[r]$ 具有唯一的极小临界点。将路网内的路段分为 2 个部分, 即划分到控制子区的稳定块 V_s 与未分配路段 V_u , $V_s \cup V_u = V$, $V_s \cap V_u = \emptyset$ 。求解调和函数的临界值, 即在确定稳定块的情况下求解未分配路段属于不同子区的概率。假设 L 和 r 中控制子区的稳定块为第一部分, 未分配路段依次排序在后, 则调和函数可分解为式(7):

$$D[r_u] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} r_s^T & r_u^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_s & B \\ B^T & L_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_s \\ r_u \end{bmatrix} = \frac{1}{2} (r_s^T L_s r_s + 2r_u^T B^T r_s + r_u^T L_u r_u) \quad (7)$$

求 $D[r_u]$ 关于 r_u 的倒数, 并找到临界点:

$$\frac{D[r_u]}{\partial r_u} = B^T r_s + \frac{1}{2} \left(r_u \cdot \frac{r_u^T L_u}{\partial r_u} + r_u^T L_u \cdot \frac{r_u}{\partial r_u} \right) = B^T r_s + L_u r_u \quad (8)$$

令 $\frac{D[r_u]}{\partial r_u} = 0$, 得到 $L_u r_u = -B^T r_s$ 。概率矩阵 r

对应的子矩阵 r_s 定义如式(9)所示:

$$r_s(i, k) = \begin{cases} 1, & v_i \in G^k \\ 0, & v_i \notin G^k \end{cases} \quad (9)$$

对未分配路段对应的子矩阵 r_u 进行求解, 任意 v_i 属于各子区的概率之和满足式(10)。获取第 $(i - S)$ 行 ($i \in \{S+1, S+2, \dots, m\}$) 最大值的所在列 $l \in \{1, 2, \dots, k\}$, 即将 v_i 划分到子区 G^l 内。

$$\sum_l r_u(i, l) = 1, \forall l \in \{1, 2, \dots, k\} \quad (10)$$

2 控制子区静态划分

本节基于密度峰值理论, 重新定义了局部密度概念, 用于自动识别控制子区的稳定块, 同时运用狄利克雷问题的求解模型实现控制子区的划分。子区划分流程如图 1 所示。

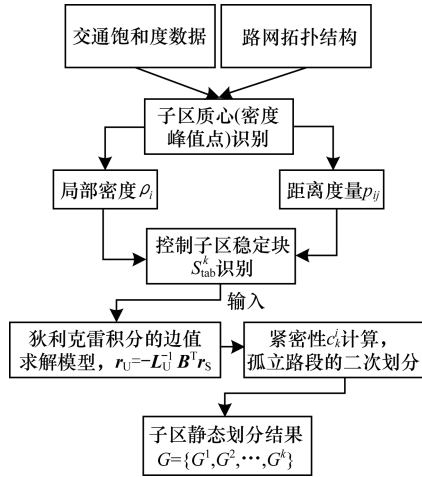


图1 控制子区划分流程

Fig.1 Partition procedure of control sub-regions

2.1 局部密度定义

由于交通路网属于稀疏网络,因此本文对传统局部密度概念中节点的度进行加权,运用路段与其邻域内其他路段的相似度来求解局部密度,使之适用于实际路网。

基于密度峰值理论^[15],将任意路段 v_i 到每一个更高局部密度路段 v_j 的最短路径记为 p_{ij} ,并将其中的最小值记为 p_i 。局部密度 ρ_i 的定义如式(11)和式(12)所示:

$$\rho_i = \sum_j a_{ij} \cdot w(i, j), w(i, j) > \theta \quad (11)$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & p_{ij} = 1 \\ 0, & p_{ij} > 1 \end{cases} \quad (12)$$

其中, θ 是一个截断阈值, ρ_i 表示在 v_i 的邻域内其他点与该点大于 θ 值的相似度之和。上述局部密度只对 θ 的相对大小敏感,说明基于局部密度的划分算法具有很好的鲁棒性。 θ 的敏感度分析详见本文第4节。

2.2 控制子区稳定块识别

控制子区稳定块识别算法步骤如下:

输入 路段集合 V , 局部密度集合 $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$

输出 控制子区稳定块集合 $\{S_{tab}^1, S_{tab}^2, \dots, S_{tab}^k\}$

步骤1 初始化任意子区 G^k 的稳定块集合 $S_{tab}^k = \emptyset$ 。将路段局部密度按降序排列,并搜索前 k 条路段 $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ 分别作为 k 个控制子区的质心。更新每个稳定块 $S_{tab}^k = v_k$ 。

步骤2 若任意多个质心在空间上相邻,则只保留局部密度最大的质心,依次选择高局部密度的路段作为新的质心。循环该过程,直到所有质心互不相邻。此时,保证质心周围是低密度路段,以避免质心选取到异常点。若获得的质心数小于 k ,则返回步骤1,重新赋 k 值。

步骤3 计算剩余的任意路段 v_i 到各质心的最短路径。若 $p_i = p_{ij} = 1$,则将 v_i 归属于质心 v_j 所在的稳定块;若 v_i 与多个质心的最短路径均为 1,则将其归属于与之具有最大相似性的质心所在的稳定块;否则跳过该路段,重复此步骤,直到遍历完所有路段,稳定块集合的更新结束。

通过改进的局部密度概念,算法能够自动获取具有最大密度峰值的 k 个质心并识别控制子区的稳定块,然后将稳定块作为输入参数进行静态划分模型的求解。

2.3 基于狄利克雷问题的控制子区静态划分

狄利克雷问题的求解模型能够解决子区内的最大关联性辨识问题^[16]。本节将改进的局部密度概念运用于求解模型中,达到将高相似性路段聚类成簇的目的。

控制子区静态划分算法步骤如下:

输入 控制子区稳定块集合 $\{S_{tab}^1, S_{tab}^2, \dots, S_{tab}^k\}$

输出 子区划分结果 $G = \{G^1, G^2, \dots, G^k\}$

步骤1 将路网内路段分为 V_s (划分到子区的稳定块)与 V_u (未分配路段),通过求解狄利克雷问题,对 V_u 内的元素进行划分。

步骤2 针对存在的不连通控制子区,保留最大的连通区域,将剩余的孤立路段或小的连通区域作为二次划分的目标。计算任意目标路段 v_i 相对于各子区 G^k 的紧密度 c_k^i ,定义如式(13)所示:

$$c_k^i = \sum_{v_j \in G^k} w(i, j), G^k \subset G \quad (13)$$

步骤3 将具有最大紧密度的路段划分到对应子区内。若路段与多个子区具有相同的最大紧密度,则任选其一,并重复此步骤,直到所有的子区内部连通时,静态划分结束。

步骤2和步骤3是针对算法在执行控制子区划分时缺乏考虑路网拓扑结构及子区平滑性的不足,进行子区平滑性优化的过程。

2.4 评价指标

将子区内部匀质性的均值 $NS_k^{[17]}$ 与归一化总方差 $TV_n^{[7]}$ 作为评价指标,对比不同分区下的路网划分性能,定义如式(14)~式(17)所示。两者的取值越小,表明划分效果越好。

$$NS(G^l, G^k) = \frac{\sum_{i \in G^l} \sum_{j \in G^k} (s_i - s_j)^2}{N_{G^l} \cdot N_{G^k}} \quad (14)$$

$$NS_k(G^l) = \frac{NS(G^l, G^l)}{\min\{NS(G^l, G^k) | \text{lab}(G^l, G^k) = 1\}} \quad (15)$$

$$NS_k = \frac{\sum_{G^l \subset G} NS_k(G^l)}{k} \quad (16)$$

$$TV_n = \frac{\sum_{l=1}^k N_{G^l} \cdot \text{var}(G^l)}{m \cdot \text{var}(G)} \quad (17)$$

其中, $ab(G^l, G^k) = 1$ 表示控制子区 G^l, G^k 相邻, N_{G^l} 表示子区 G^l 内的路段数。

3 控制子区动态划分

由于交通量动态分布,若对每一时刻的路网都执行静态划分,计算复杂性较高,因此本文提出一种动态划分算法存储前一时刻稳定路段的划分结果,同时对异质性高的路段进行微调,从而得到后一时刻较好的划分结果,准确捕捉控制子区的演化趋势。

本文提出的动态划分算法采用迭代的聚类过程。在初始时刻 t 控制子区静态划分结果的基础上,计算各子区 $(t+1)$ 时刻的饱和度均值,并更新相似度矩阵,取饱和度与所在子区饱和度均值差异最小的路段作为新的质心,以识别 $(t+1)$ 时刻控制子区的交通状态。在此基础上,将质心作为初始的稳定块,迭代地捕捉与稳定块具有最大相似度 $w_{\max}$ 的路段,并将其添加到稳定块集合中。需要注意的是,稳定块必须包含在该子区内。但随着迭代次数的增多,该块的异质性呈非线性增长趋势。因此,此处设置限制条件 $w_{\max} > \delta$,使得稳定块达到一定覆盖率时截止扩展并缩短运行时间。本文设置 $\delta = 0.3$ 。最后利用控制子区静态划分算法对剩余路段进行划分。动态划分算法仅将异质性高的路段作为研究对象,降低了计算复杂性,具体描述如下:

算法 动态划分算法

输入 控制子区数 k , 终止时刻 t' , 局部密度 $\{\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m\}$, $\rho_1 > \rho_2 > \dots > \rho_m$

输出 路网划分结果 $G = \{G^1, G^2, \dots, G^k\}$

1. For $i \in [1, k]$ do // t 时刻稳定块识别
2. $S_{\text{tab}}^i = v_i$;
3. End For
4. For $i \in [k+1, m]$ do
5. If $(p_i = p_{i1} = 1)$ then
6. $S_{\text{tab}}^i = \{S_{\text{tab}}^1, v_i\}, i \in \{1, 2, \dots, k\}$;
7. Elseif $(p_i = p_{i1} = \dots = p_{ik} = 1)$ then
8. $w(i, 1) = \max\{w(i, 1), w(i, 1+1), \dots, w(i, k)\}$;
9. $S_{\text{tab}}^i \leftarrow \{S_{\text{tab}}^1, v_i\}$;
10. Else $(p_i > 1)$ then
11. $++i$;
12. End If

13. End For
14. While $(t < t')$ // 狄利克雷问题求解
15. $r_U = -L_U^{-1} B^T r_S$ // 概率矩阵求解
16. If (控制子区内部连通) then
17. $G_i \leftarrow \{G_i^1, G_i^2, \dots, G_i^k\}$ // t 时刻的结果
18. Else (存在孤立路段集) then
19. 搜索二次划分的目标 $\{v_i, v_{i+1}, \dots, v_j\}$;
20. $c_k^i = \max\{c_k^1, c_k^2, \dots, c_k^i, \dots, c_k^j, \dots, c_k^k\}$;
21. $G_i^k \leftarrow \{G_i^k, v_i\}$;
22. End If
23. $t \leftarrow t+1$ // 时段更新
24. For $i \in [1, k]$ do
25. $w(S_{\text{tab}}^k, i) = \max(w(S_{\text{tab}}^k, :))$;
26. $w(S_{\text{tab}}^k, i) > \delta, S_{\text{tab}}^k = S_{\text{tab}}^k \cup v_i$;
27. End For
28. End While // 动态划分稳定块识别

4 案例分析

4.1 数据集与 θ 值的敏感度分析

考虑数据与问题来源的真实性,本文以美国法默布兰奇市^[18]某区域的真实数据集为例进行分析。该路网包含 211 条路段,道路拓扑图如图 2 所示。数据集包含所有路段在 2014 年 10 月所有工作日的饱和度均值。本文将全天 00:00—23:15 的时段取 15 min 为间隔,得到 93 个时段,以饱和度为特性进行研究。

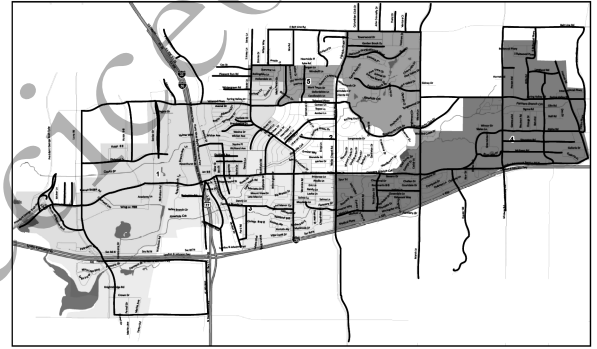


图 2 美国法默布兰奇市的道路拓扑图

Fig.2 Road topology map of Farmers Branch, USA

截断阈值 θ 是控制子区划分中一个关键参数,其取值直接决定了分区效果。本文选取晚高峰期 ($t=69$) 时的路网进行划分。当分区数 $k=2 \sim 4$ 时, θ 值对 NS_k 与 TV_n 的影响如图 3 所示。

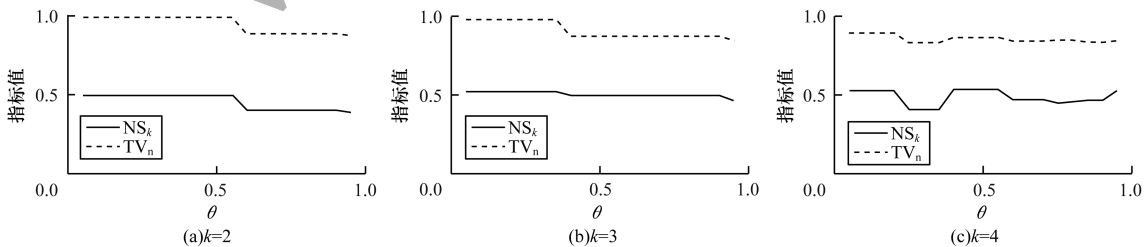


图 3 2 分区 ~ 4 分区下 θ 对 NS_k 与 TV_n 的影响

Fig.3 Influence of θ to NS_k and TV_n under two partitions ~ four partitions

由图 3 可见, 在不同分区数下, NS_k 与 TV_n 指标值随着 θ 的增大逐渐变小, 表明算法的划分性能逐渐增强。控制子区数 k 分别为 2、3、4 时, 路网的最优 θ 值为 0.95、0.95、0.25, 此时 NS_k 与 TV_n 最小, 即算法的划分效果最佳。最优 θ 值下的路网评价指标如表 1 所示。

表 1 最优 θ 值下的路网评价指标Table 1 Evaluation index of road network under optimal θ value

评价指标	控制子区数		
	$k=2$	$k=3$	$k=4$
NS_k	0.39	0.46	0.41
TV_n	0.88	0.85	0.83

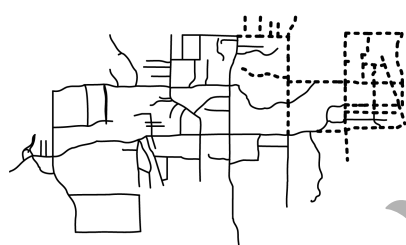
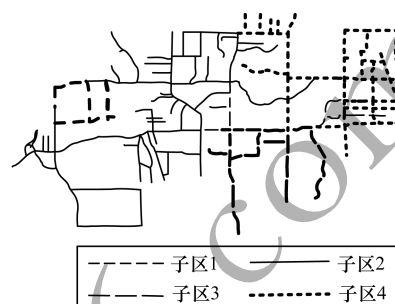
(a) $k=2$ (b) $k=3$ (c) $k=4$

图 4 2 分区 ~ 4 分区下控制子区的分布

Fig. 4 Distribution of control sub-regions under two partitions ~ four partitions

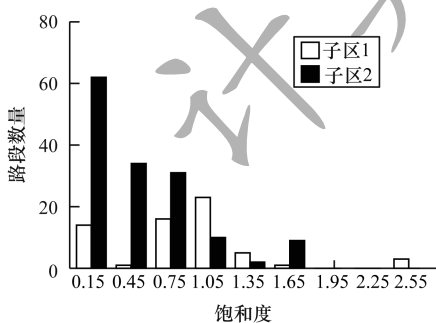
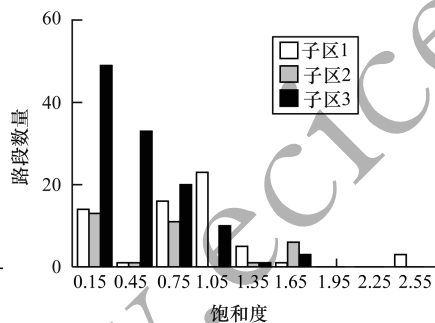
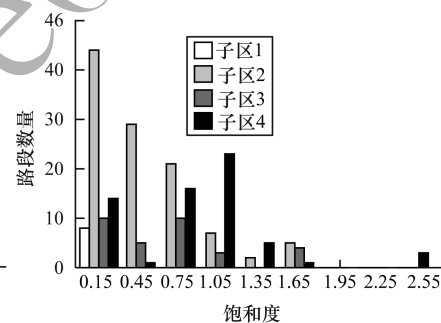
(a) $k=2$ (b) $k=3$ (c) $k=4$

图 5 2 分区 ~ 4 分区下饱和度的频率分布

Fig. 5 Frequency distribution of saturation under two partitions ~ four partitions

表 2 2 分区 ~ 4 分区下不同算法的评价指标对比

Table 2 Comparison of evaluation indexes of different algorithms under two partitions ~ four partitions

算法	控制子区数		
	$k=2$	$k=3$	$k=4$
谱聚类算法	0.45/0.94	0.46/0.89	0.53/0.88
Newman 算法	0.45/0.94	0.61/0.89	0.59/0.86
密度峰值聚类算法	0.50/0.99	0.54/0.96	0.50/0.89
本文算法	0.39/0.88	0.46/0.85	0.41/0.83

由表 2 可见, 在 3 种分区模式下, 本文算法相较于其他算法的 NS_k 与 TV_n 值均最小, 即控制子区的匀质性最高。其中, 2 分区时本文算法相较于密度峰值算法的 NS_k 、 TV_n 分别降低 22% 和 11%, 体现了算法的有效性。

4.2 不同分区下静态划分效果分析

$t=69$ 时刻的控制子区静态划分结果如图 4 所示。结合图 5 中各控制子区内饱和度的频率分布可知: 当 $t=69$ 时, 2 分区时的子区 2 内部通畅, 多数路段的饱和度集中在 0.2 ~ 0.5, 子区 1 为饱和区域; 4 分区下的 3、4 子区内饱和度相似, 但连接两者的公共路段较少, 因此, 将其划分为两部分。由于执行了子区边界平滑处理, 因此各控制子区内部完全连通, 为交通信号控制策略提供了准确的依据。

将谱聚类算法、Newman 算法^[19]、密度峰值聚类算法^[20]以及本文算法分别从 NS_k 与 TV_n 两个方面对比算法性能, 如表 2 所示, 表中数据均以 NS_k/TV_n 的形式列出。

4.3 连续时段内动态划分效果分析

此处分析 2 分区下 $t=69 \sim 75$ 时段内本文算法与两层动态划分算法的动态划分效果。不同时刻路网的饱和度和分布如图 6 所示, 控制子区的划分结果如图 7 所示。

由图 7(a) 可见, 本文算法与两层动态划分算法^[13]在大部分时刻的划分结果相较于随着时间的步进一直保持原划分结果的静态划分具有更好的效果。其中, 本文算法在除 $t=71$ 时的其他划分结果相较于两层动态划分算法性能更好, 体现了本文算法的有效性。由图 7(b) 可见, $t=69 \sim 75$ 时段内 2 个控制子区的饱和度逐渐减小, 说明路网处于拥堵消散阶段。同时由图 8 可见, 拥堵子区 1 (虚线区域) 呈现先扩大后缩小的变化趋势。

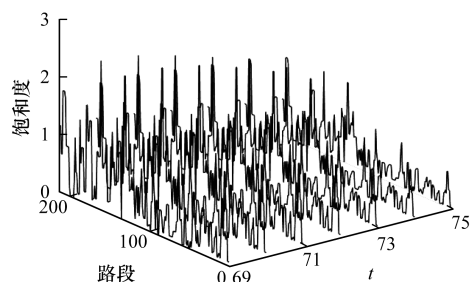
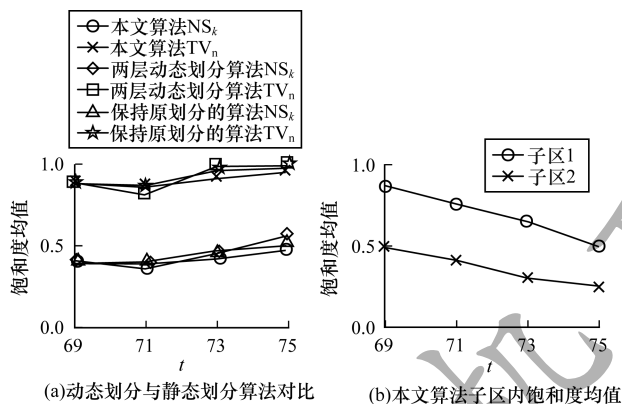
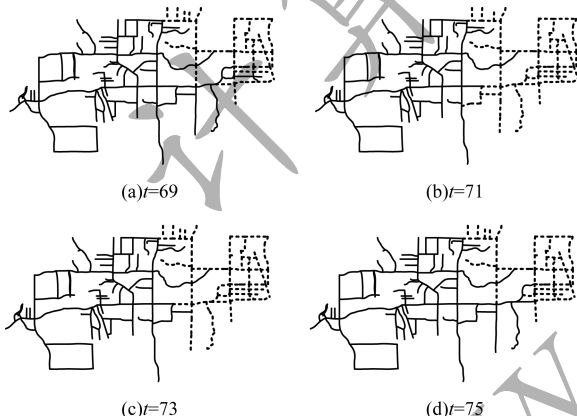


图 6 路网饱和度分布

Fig. 6 Saturation distribution of road network

图 7 2 分区下 $t=69 \sim 75$ 时段算法划分性能Fig. 7 Partition performance of algorithms at $t=69 \sim 75$ under two partitions图 8 2 分区下 $t=69 \sim 75$ 时段控制子区演化过程Fig. 8 Evolution process of control sub-regions at $t=69 \sim 75$ under two partitions

5 结束语

本文结合密度峰值理论和狄利克雷问题求解模型,提出一种路网控制子区的动态划分算法,用以实现控制子区的快速寻优,同时提高子区边界的平滑性并捕捉控制子区的动态演化趋势。以美国法默布兰奇市的真实路网数据集作为案例进行分析,结果表明,该算法能够有效提升子区内部匀质性均值与归一化总方差,增强控制子区动态划分的时效性。下一步拟将该动态划分算法应用于边界控制中,并结合具体需求加以优化。

参考文献

- [1] JI Y X, LUO J, GEROLIMINIS N. Empirical observations of congestion propagation and dynamic partitioning with probe data for large-scale systems [J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2014, 2422(1): 1-11.
- [2] WALINCHUS R J. Real-time network decomposition and sub-network interfacing [J]. Highway Research Record, 1971, 366: 20-28.
- [3] VENTRESQUE A, BRAGARD Q, LIU E S, et al. SPaRTSim: a space partitioning guided by road network for distributed traffic simulations [C]//Proceedings of the 16th IEEE/ACM International Symposium on Distributed Simulation and Real Time Applications. New York, USA: ACM Press, 2012: 202-209.
- [4] OCAMPO-MARTINEZ C, BOVO S, PUIG V. Partitioning approach oriented to the decentralised predictive control of large-scale systems [J]. Journal of Process Control, 2011, 21(5): 775-786.
- [5] JI Y X, GEROLIMINIS N. On the spatial partitioning of urban transportation networks [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2012, 46: 1639-1656.
- [6] LU Kai, XU Jianmin, ZHENG Shujian, et al. Research on fast dynamic division method of coordinated control subarea [J]. Acta Automatica Sinica, 2012, 38(2): 279-287. (in Chinese)
卢凯, 徐建闽, 郑淑鉴, 等. 协调控制子区快速动态划分方法研究 [J]. 自动化学报, 2012, 38(2): 279-287.
- [7] SAEEDMANESH M, GEROLIMINIS N. Clustering of heterogeneous networks with directional flows based on "Snake" similarities [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2016, 91: 250-269.
- [8] ANWAR T, LIU C F, VU H L, et al. Partitioning road networks using density peak graphs: efficiency vs. accuracy [J]. Information Systems, 2017, 64: 22-40.
- [9] LIU Lan, LU Weike, HU Guojing, et al. Spatial partitioning of traffic networks for boundary flow control [J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, 31(11): 186-196. (in Chinese)
刘澜, 卢维科, 胡国静, 等. 面向边界控制的路网小区划分 [J]. 中国公路学报, 2018, 31(11): 186-196.
- [10] AN K, CHIU Y C, HU X B, et al. A network partitioning algorithmic approach for macroscopic fundamental diagram-based hierarchical traffic network management [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2018, 19(4): 1130-1139.
- [11] LU Shoufeng, TAO Liming, JIANG Yongdong. Road network partition algorithm considering connectivity [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2018, 18(5): 99-106. (in Chinese)
卢守峰, 陶黎明, 江勇东. 考虑连接性的路网划分算法 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2018, 18(5): 99-106.
- [12] SAEEDMANESH M, GEROLIMINIS N. Dynamic clustering and propagation of congestion in heterogeneously congested urban traffic networks [J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2017, 105: 193-211.

(下转第 35 页)

(上接第 26 页)

- [13] ANWAR T, LIU C F, VU H L, et al. Capturing the spatiotemporal evolution in road traffic networks [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2018, 30(8): 1426-1439.
- [14] GRADY L. Random walks for image segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(11): 1768-1783.
- [15] XUE Xiaona, GAO Shuping, PENG Hongming, et al. Density peaks clustering algorithm based on K-nearest neighbors and classes-merging [J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2019, 57(1): 111-120. (in Chinese)
薛小娜, 高淑萍, 彭弘铭, 等. 基于 K 近邻和多类合并的密度峰值聚类算法 [J]. 吉林大学学报 (理学版), 2019, 57(1): 111-120.
- [16] ROS-OTON X, SERRA J. The Dirichlet problem for the fractional Laplacian: regularity up to the boundary [J]. Journal de Mathématiques Pures et Appliquées, 2014, 101(3): 275-302.
- [17] XU Jianmin, YAN Xiaowen, JING Binbin, et al. Dynamic network partitioning method based on intersections with different degree of saturation [J]. Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology, 2017, 17(4): 145-152. (in Chinese)
徐建闽, 鄢小文, 荆彬彬, 等. 考虑交叉口不同饱和度的路网动态分区方法 [J]. 交通运输系统工程与信息, 2017, 17(4): 145-152.
- [18] ETEMADNIA H, ABDELGHANY K, HASSAN A. A network partitioning methodology for distributed traffic management applications [J]. Transportmetrica A: Transport Science, 2014, 10(6): 518-532.
- [19] ZHOU Zhao, LIN Shu, XI Yugeng. A fast network partition method for large-scale urban traffic networks [J]. Control Theory and Applications, 2013, 11(3): 359-366.
- [20] RODRIGUEZ A, LAIO A. Clustering by fast search-and-find of density peaks [J]. Science, 2014, 344(6191): 1492-1496.

编辑 金胡考