

基于积分滑模的二阶系统任意预设时间编队控制

程雯, 过榴晓*

(江南大学理学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 在通信过程中, 智能体受各种未知干扰信号的影响, 导致系统性能降低。针对二阶非线性多智能体系统, 研究了在有向通信拓扑结构下实现任意预设时间编队期望的问题。首先, 结合预设时间机制与积分滑模控制策略, 设计一种新的编队控制协议, 该控制协议能够确保二阶多智能体系统在任意预设时间内实现到达段和滑动段 2 个阶段的收敛, 引入的积分滑模控制项有效降低了系统的稳态误差, 并提高其在预设时间控制下的鲁棒稳定性; 其次, 利用李雅普诺夫方法与代数图论知识, 分析得出二阶系统在该控制方法下达到预设时间编队期望的充分条件, 并证明了包含预设时变函数控制协议的有界性。仿真实验结果验证所设计控制方法的有效性与其可行性, 即给定任意初值, 带干扰项的二阶系统均可在任意预设时间内快速准确地达到稳定状态。

关键词: 滑模控制; 任意预设时间控制; 编队控制; 二阶非线性系统; 多智能体

中图分类号: TP391

文献标志码: A

DOI: 10.19678/j.issn.1000-3428.0068654

Arbitrary Preset Time Formation Control of Second-Order System Based on Integral Sliding Mode

CHENG Wen, GUO Liuxiao*

(School of Science, Jiangnan University, Wuxi 214122, Jiangsu, China)

【Abstract】 During the communication process, the agent is influenced by various unknown interference signals, resulting in a decrease in system performance. This study investigates the problem of achieving the desired formation in a directed communication topology for nonlinear second-order multi-agent systems within an arbitrary preset time. First, the preset time mechanism is combined with an integral sliding mode control strategy to integrate the design of the new formation control protocol. This control protocol ensures that the second-order multi-agent system achieves convergence in both the arrival and sliding stages within any preset time. The introduced integral sliding mode control term effectively reduces the steady-state error of the system, thus improving the robust stability of the system under preset time control. Through the analysis of the Lyapunov method and algebraic graph theory, sufficient conditions are obtained for the second-order system to achieve the desired formation time under this control method. Moreover, the boundedness of the control protocol containing preset time-varying functions is proven. The simulation experiment results verify the effectiveness and feasibility of the designed control method, that is, given any initial value, a second-order system with interference terms can quickly and accurately reach a stable state within any preset time.

【Key words】 sliding mode control; arbitrary preset time control; formation control; second-order nonlinear system; multi-agent

0 引言

近年来, 随着信息通信、人工智能等领域的快速发展, 多智能体系统(MASs)的协同控制是分布式控制领域的热点。由多个智能体组成的系统具有可靠性、灵活性和效率性等优点, 已被广泛应用于传感器网络^[1]、移动机器人^[2]、无人机^[3]和卫星集群^[4]等工程领域。编队控制是该领域中最热门的研究课题之一。与一致控制问题类似, 实现编队控制需要设计 1 个控制协议来驱动相互链接的智能体有目的的

相互协调, 并达到规定的几何模式^[5]。编队控制通常分为领导跟随策略^[6]、基于行为策略^[7]、虚拟结构策略^[8]和人工势函数策略^[9]。其中, 领导跟随编队控制因其操作简便而备受青睐, 跟随者智能体受领导者智能体信息的支配来完成轨迹运动。

多智能体系统在通信过程中容易受到各种干扰信号^[10]的影响, 未知的扰动会带来显著的不确定性, 最终导致系统的整体性能下降, 任务失败。在常见的鲁棒控制策略中, 滑模控制因其具有算法简单、响应快等优势被广泛应用。ZHU 等^[11]针对二阶非

收稿日期: 2023-10-20 修回日期: 2024-01-12

基金项目: 国家自然科学基金(61973137, 61807016); 江苏省自然科学基金(BK20181342, BK20171142)。

通信作者 E-mail: *guoliuxiao@jiangnan.edu.cn

线性动态多智能体系统,提出了一种基于滑模控制策略的分散自适应神经网络领导跟随编队控制方法。DONG 等^[12]利用线性滑模方法解决了基于时变拓扑下二阶非线性多智能体跟踪控制问题。NAIR 等^[13]设计积分滑模控制器,研究带有干扰的多机器人系统基于一致性的有限时间编队问题。BAI 等^[14]利用滑模估计器解决分数阶双积分器多智能体系统的分布式一致问题。NGUYEN^[15]将扰动观测器集成到快速终端滑模控制策略中,在有限时间内实现了分布式编队期望。

多智能体协同控制的理论研究通常关注系统在无限时间内达到渐近稳定,有限时间控制方法使得系统状态能在可预测的时间内实现稳定。YU 等^[16]提出一种基于有限时间的积分滑模控制方法,解决带干扰二阶系统的一致问题。PARK 等^[17]利用此方法在有限时间内达到多移动机器人智能体系统的编队期望。然而,有限时间策略的收敛时间依赖于系统的初始条件,系统达到编队期望的时间预估值在不同的初始条件下亦不同。因此,为了得到 1 个与初始条件无关的统一收敛时间估计,学者们建立了固定时间收敛理论,收敛时间估计仅受到系统参数的影响。ZHAO 等^[18]研究了一类带有外部干扰的二阶非线性模型,基于终端滑模控制方法使系统在固定时间内实现跟踪一致性。ZHANG 等^[19]将一种固定时间扩展状态观测器与滑模控制定律应用于轨迹跟踪控制,系统可在处于不可观测的系统状态和执行器故障的情况下,在固定时间内稳定到原点。

在实际应用中,往往不能仅通过调整参数来获得所需的收敛时间。为保证性能和安全,系统需要在预设的短时间内达到稳定。有限时间和固定时间策略不能满足所有的控制要求。近年来,预设时间稳定性的讨论引起了研究人员广泛的关注,此策略的目标是设计控制协议,确保系统在用户预定的任意时间内实现稳定。YANG 等^[20]聚焦于在预定义时间内实现具有编队约束和饱和控制的鲁棒控制问题,为在严格时间限制下实现多智能体编队控制提供有效的解决方案。WANG 等^[21]提出一种基于时间生成器的时变增益控制协议,在预定义的时间内实现平均一致和遏制一致。ZHOU 等^[22]解决了一般线性多智能体系统在任意预设时间内达到二分编队期望的问题。REN 等^[23]讨论了随机二阶非线性系统基于预设时间线性滑模策略下,系统克服执行器故障实现领导跟随一致。积分滑模控制相较于传统的一般线性滑模控制可以更有效地抑制稳

态误差。LI 等^[24]设计了一种分布式的固定时间滑模流形和基于有向图的静态事件触发协议,系统在抑制外部干扰的同时在固定时间内实现领导者跟随一致。

本文针对有向拓扑下二阶多智能体系统,设计新的积分滑模面和控制协议,使系统在预设时间内实现编队期望,主要贡献如下:

1)区别于传统的有限时间^[17]与固定时间^[18]控制策略,本文讨论的二阶带干扰非线性系统可在任意预设时间内实现编队期望,该收敛时间迅速,且不受系统初始值和控制器参数的影响。

2)相较于一般预时间控制^[23]的不稳定性,对二阶系统引入积分滑模控制策略以提升鲁棒性,设定任意初值,系统均可有效实现预设时间稳定性。同时,积分项能有效降低稳态误差的影响。

1 预备知识和问题描述

1.1 符号表示

本文使用以下符号表示: \mathbf{G}^m 代表 m 维欧拉空间上的实矩阵; $\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 代表单位矩阵; $\mathbf{1}_N$ 为所有元素均为 1 的 N 维列向量;实矩阵 \mathbf{A} 的转置记为 \mathbf{A}^T ;方阵 \mathbf{H} 的最大与最小特征值分别表示为 $\lambda_{\max}(\mathbf{H})$ 与 $\lambda_{\min}(\mathbf{H})$; $\text{diag}\{\cdot\}$ 定义为一对角矩阵; \otimes 代表克罗内克积; $\|\cdot\|$ 代表向量或矩阵的欧几里得范数。

1.2 图论知识

考虑由 N 个智能体组成的多智能体系统,用三元组 $G = (V, \epsilon, \mathbf{A})$ 表示 1 个加权有向图,其中 $V = \{1, 2, \dots, N\}$ 代表节点的集合, $\epsilon \subseteq V \times V$ 代表有向边的集合,定义 $\mathbf{A} = [a_{i,j}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$ 为 1 个加权邻接矩阵,当有序对 $(j, i) \in \epsilon$ 时满足 $a_{i,j} > 0$,反之有 $a_{i,j} = 0$ 。在多智能体系统研究中,通信网络的结构通常通过有向图来描述,其中各个节点代表系统中的智能体,而有向边则象征着它们之间的通信连接。令 $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为 1 个对角矩阵, $d_i = \sum_{j \in N_i} a_{i,j}$, $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ 。 d_i 是每个节点智能体的入度。Laplacian 矩阵用 $\mathbf{L} = (l_{i,j})_{n \times n}$ 表示,其中 $\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A}$ 。若在该有向图中,每对节点之间至少存在 1 条定义为 $(j, j_1), (j_1, j_2), \dots, (j_k, i) \in \epsilon$ 的有向路径,则该图是强连通的。特别地,对于任意的 $(i, j) \in \epsilon \Leftrightarrow (j, i) \in \epsilon$, 则图 G 是一类特殊的有向图,即无向图。

假设领导者标记为节点 0,追随者为 $1, \dots, N$ 。使用对角矩阵 $\mathbf{A}_0 = \text{diag}(a_{10}, a_{20}, \dots, a_{N0}) \in \mathbb{R}^{N \times N}$

表示领导者和追随者之间的通信拓扑,其中 $a_{i0} > 0$ 意味着第 i 个追随者能够从领导者获得通信信息,否则 $a_{i0} = 0$ 。

假设 1 领导跟随多智能体系统的通信拓扑图至少包含 1 个有向生成树。

引理 1^[25] 假设存在 1 个正常数,满足如下条件 $\varrho = \min_{i=1,\dots,N} \left\{ \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^N a_{i,j} - \sum_{j=1}^N a_{j,i} \right) + a_{i0} \right\} > 0$, 则

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{L} + \mathbf{A}_0) \mathbf{x} \geq \varrho \sum_{i=1}^N x_i^2 \geq 0, \text{ 其中 } \mathbf{x} = [x_1, \dots, x_N]^T.$$

1.3 问题阐述

不失一般性,考虑包含 1 个领导者智能体和 N 个跟随者多智能体的二阶系统,其中每个跟随者智能体的动力学行为如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = v_i(t) \\ \dot{v}_i(t) = f(x_i, v_i, t) + \omega_i(t) + u_i(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中: $i=1, 2, \dots, N$; $x_i \in \mathbb{R}^m, v_i \in \mathbb{R}^m, u_i \in \mathbb{R}^m$ 分别表示第 i 个智能体的位置、速度和控制输入; $\omega_i(t)$ 和 $f(x_i, v_i, t)$ 表示未知干扰项和非线性向量函数。领导者智能体的动力学行为如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_0(t) = v_0(t) \\ \dot{v}_0(t) = f(x_0, v_0, t) + u_0(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $x_0 \in \mathbb{R}^m; v_0 \in \mathbb{R}^m; u_0 \in \mathbb{R}^m$; $f(x_0, v_0, t)$ 表示领导者的位置、速度控制输入与已知的非线性向量函数。当 $m=1$ 时,在实际仿真中 m 也可以取其他正整数值。

假设 2 假设存在 2 个非负常数 φ_1 和 φ_2 ,使得式(1)中非线性函数 $f(x_i, v_i, t)$ 和 $f(x_0, v_0, t)$ 满足 Lipschitz 不等式条件: $\|f(x_i, v_i, t) - f(x_0, v_0, t)\| \leq \varphi_1 \|x_i - x_0\| + \varphi_2 \|v_i - v_0\|$ 。

假设 3 对于常数 $\Omega > 0$,式(1)中的未知干扰项 ω_i 满足 $\max_{1 \leq i \leq N} |\omega_i| \leq \Omega$ 。

定义 1 考虑有向拓扑图 G ,称二阶多智能体网络系统中跟随者式(1)在预设时间 T 内快速精准地跟踪领导者式(2)的期望轨迹,当且仅当给定任意有界初值 $x(t_0)$ 、 $v(t_0)$ 和用户预设时间 $T > 0$ 满足下列 2 个条件:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow t_1} |x_i(t) - \kappa_i - x_0(t)| = 0 \\ |x_i(t) - \kappa_i - x_0(t)| = 0, t \geq t_0 + T \\ \lim_{t \rightarrow t_1} |v_i(t) - \dot{\kappa}_i - v_0(t)| = 0 \\ |v_i(t) - \dot{\kappa}_i - v_0(t)| = 0, t \geq t_0 + T \end{cases}$$

式中: t_0 表示初始时刻; $\boldsymbol{\kappa} = (\kappa_1, \dots, \kappa_N)^T$ 表示编队

补偿向量,若 $\boldsymbol{\kappa} \equiv 0$,则多智能体编队问题会退化为多智能体的状态一致问题。

本文设计到达段和滑动段的切换函数,首先引入时变尺度函数^[23] $\mu_1(t)$ 和 $\mu_2(t)$:

$$\begin{aligned} \mu_1(t) &= \begin{cases} \frac{T_1^{h_1}}{(T_1 + t_0 - t)^{h_1}}, t \in [t_0, t_0 + T_1) \\ 1, t \in [t_0 + T_1, \infty) \end{cases} \\ \mu_2(t) &= \begin{cases} \frac{(T_1 + T_2)^{h_2}}{(T_1 + T_2 + t_0 - t)^{h_2}}, t \in [t_0, t_0 + T_1 + T_2) \\ 1, t \in [t_0 + T_1 + T_2, \infty) \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

式中:正常数 $h_\tau > 2 (\tau=1, 2)$; T_1, T_2 分别为用户设定的系统经过到达阶段和滑动阶段所需的时间。对式(3)进行求导:

$$\begin{aligned} \dot{\mu}_1(t) &= \begin{cases} \frac{h_1}{T_1} \mu_1^{1+\frac{1}{h_1}}(t), t \in [t_0, t_0 + T_1) \\ 0, t \in [t_0 + T_1, \infty) \end{cases} \\ \dot{\mu}_2(t) &= \begin{cases} \frac{h_2}{T_1 + T_2} \mu_2^{1+\frac{1}{h_2}}(t), t \in [t_0, t_0 + T_1 + T_2) \\ 0, t \in [t_0 + T_1 + T_2, \infty) \end{cases} \end{aligned}$$

记 $\mu_1(t)$ 在 $t = t_0 + T_1$ 的右导数为 $\dot{\mu}(t_0 + T_1)$, $\mu_2(t)$ 在 $t = t_0 + T_1 + T_2$ 的右导数为 $\dot{\mu}(t_0 + T_1 + T_2)$ 。由此可定义 2 个阶段所需切换函数 $\theta_1(t)$ 、 $\theta_2(t)$:

$$\begin{cases} \theta_1(t) = \xi_1 + k_1 \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1(t)} \\ \theta_2(t) = \xi_2 + k_2 \frac{\dot{\mu}_2(t)}{\mu_2(t)} \end{cases} \quad (4)$$

式中: k_1, k_2 和 ξ_1, ξ_2 均取大于 0 的常数。

2 基于积分滑模策略的任意预设时间内领导跟随编队控制

记编队位置误差变量 e_{xi} 和速度误差变量 e_{vi} :

$$\begin{cases} e_{xi} = \sum_{j \in N_i} a_{i,j} (x_i - x_j - \kappa_i + \kappa_j) + a_{i0} (x_i - x_0 - \kappa_i) \\ e_{vi} = \sum_{j \in N_i} a_{i,j} (v_i - v_j) + a_{i0} (v_i - v_0) \end{cases} \quad (5)$$

则误差动力系统表示为:

$$\begin{cases} \dot{e}_{xi} = \sum_{j \in N_i} a_{i,j} (v_i - v_j) + a_{i0} (v_i - v_0) \\ \dot{e}_{vi} = \sum_{j \in N_i} a_{i,j} [(\omega_i - \omega_j) + (f_i - f_j) + (u_i - u_j)] + a_{i0} [(\omega_i + (f_i - f_0) + (u_i - u_0))] \end{cases}$$

定义 $\mathbf{e}_x = [e_{x1}, \dots, e_{xN}]^T$, $\mathbf{e}_v = [e_{v1}, \dots, e_{vN}]^T$, 干扰项 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \dots, \omega_N]^T$, 控制输入 $\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_N]^T$, 非线性函数项 $\mathbf{F} = [f(x_1, v_1, t), \dots, f(x_N, v_N, t)]^T$ 和 $f_0 = f(x_0, v_0, t)$, 滑模向量 $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_N]^T$, $\mathbf{H} = \mathbf{L} + \mathbf{A}_0$ 。误差系统的紧凑格式为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_x = \mathbf{e}_v \\ \dot{\mathbf{e}}_v = \mathbf{H}(\mathbf{F} - \mathbf{1}_N \otimes f_0 + \boldsymbol{\omega} + \mathbf{u} - \mathbf{1}_N \otimes u_0) \end{cases} \quad (6)$$

在考虑预设时间机制的系统中,时变尺度函数可能会对初值波动的响应趋向不稳定。为了增强系统的抗干扰能力并提高稳定性,本文提出在控制策略中引入积分滑模。积分滑模控制变量定义如下:

$$s_i(t) = e_{vi}(t) + \int_0^t \theta_2(t) \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} (\delta_i(\rho) - \delta_j(\rho)) + a_{i0} \delta_i(\rho) \right) d\rho \quad (7)$$

式中: $\delta_i(\rho) = \alpha_1 e_{xi}(\rho) + \alpha_2 e_{vi}(\rho)$; α_1, α_2 均为正常数; $i = 1, 2, \dots, N$ 。相应滑模变量的紧凑格式为:

$$\mathbf{s}(t) = \mathbf{e}_v(t) + \int_0^t \theta_2(t) \mathbf{H} \boldsymbol{\delta}(\rho) d\rho \quad (8)$$

对 $\mathbf{s}(t)$ 进行求导:

$$\dot{\mathbf{s}}(t) = \dot{\mathbf{e}}_v(t) + \theta_2(t) \mathbf{H} \boldsymbol{\delta}(t)$$

本文提出一种带有预设时间机制的滑模控制协议,其设计目的是使得系统轨迹能够在指定的预设时间 T_1 内被引导至滑动流形 $s_i = \dot{s}_i = 0$ 上,并保证滑模变量 s_i 的稳定性,一旦达到滑动流形,系统状态变量 x_i 和 v_i 沿滑动流形滑动,系统可以在预设滑动时间 T_2 内实现编队期望。为此,这里选取等效控制项为:

$$u_{i,e,q} = (d_i + a_{i0})^{-1} \left(\sum_{j \in N_i} a_{ij} u_j + a_{i0} u_0 \right) - \theta_2 \delta_i \quad (9)$$

切换控制项为:

$$u_{i,s,w} = (d_i + a_{i0})^{-1} \left[-\theta_1 s_i - \eta \text{sat}\left(\frac{s_i}{\chi}\right) \right] \quad (10)$$

式中: η 为正常数; $\chi > 0$ 指边界层且足够小。饱和函数 $\text{sat}(\cdot)$ 满足:

$$\text{sat}\left(\frac{s_i}{\chi}\right) = \begin{cases} 1, & s_i \geq \chi \\ \frac{s_i}{\chi}, & |s_i| < \chi \\ -1, & s_i \leq -\chi \end{cases}$$

在滑模控制实际应用中,控制器中符号函数项往往会引起滑动运动过程中的颤振现象。为解决此问题,在本文设计的控制协议中,等效控制项由饱和函数

来代替符号函数^[26],当系统轨迹进入所定义的边界层领域 χ 内,控制动作将不再进行切换,从而避免滑动流形 $s_i = 0$ 附近的控制值频繁变化,有效减轻颤振效应。

本文基于预设时间积分滑模控制的编队控制器设计为:

$$u_i(t) = u_{i,e,q}(t) + u_{i,s,w}(t) \quad (11)$$

对应紧凑格式:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{H}^{-1} \left[(\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{1}_N) \otimes u_0(t) - \theta_1(t) \mathbf{s}(t) - \eta \text{sat}\left(\frac{\mathbf{s}(t)}{\chi}\right) - \theta_2(t) \boldsymbol{\delta}(t) \right] \quad (12)$$

在现有的网络系统协同控制研究中^[15],采用滑模控制方法,在这些方法中滑模变量的设计往往会导致抑制稳态误差的成本增加。本文提出在滑模变量中加入积分项。因此,改进后的分布式控制协议能够在系统受到外部干扰时有效地抑制稳态误差增加。

预设时间控制结合积分滑模控制策略在实际应用领域中展现出了其显著的可行性,特别是在那些对精确性和鲁棒性要求极高的场合。这种控制机制允许控制器设计者精确地设定系统参数以达到预定状态的时间点,这一特性对于那些需要精确同步或对时间高度敏感的任务至关重要。例如,在自动驾驶汽车和航空航天等对安全性要求极为严格的应用中,预设时间机制能够保障系统在既定时限内达到安全状态,而滑模控制则增强了系统的稳定性,降低了潜在的事故风险。在多智能体系统应用中,如无人机编队和机器人协作团队,该控制策略能够有效同步各个智能体的行动,确保它们协调一致地达到目标状态或形成预定的编队结构。经过恰当的设计,该控制方法同样适用于各类动态系统,包括非线性系统、复杂的高阶系统等。

定理 1 假设 1、假设 2 和假设 3 成立,考虑具有有向拓扑的二阶领导跟随非线性多智能体系统,选取分布式积分滑模变量和编队控制协议,若满足下述不等式条件:

$$\eta > \varphi_1 \|\mathbf{e}_x\| + \varphi_2 \|\mathbf{e}_v\| + \|\mathbf{H}\| (\varphi_1 \|\mathbf{k}\| + \|\boldsymbol{\omega}\|) \quad (13)$$

$$k_1 > \frac{4}{h_1} \quad (14)$$

则跟随者系统的轨迹会在任意预设时间 T_1 内到达并且保持在积分滑模面 $\mathbf{s}(t) = 0$ 上。

证明 选取连续的李雅普诺夫函数:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}^T(t) \mathbf{s}(t) \quad (15)$$

沿着式(11)对 $V_1(t)$ 求导可得:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1(t) &= \mathbf{s}^T(t) \dot{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{s}^T(t) [\dot{\mathbf{e}}_v(t) + \theta_2(t) \mathbf{H}(\alpha_1 \mathbf{e}_x(t) + \alpha_2 \mathbf{e}_v(t))] = \\
 &= \mathbf{s}^T(t) (\mathbf{H} \cdot (\mathbf{u} - \mathbf{1}_N \otimes u_0 + \mathbf{F} - \mathbf{1}_N \otimes f_0 + \boldsymbol{\omega}) + \theta_2(t) \mathbf{H}(\alpha_1 \mathbf{e}_x(t) + \alpha_2 \mathbf{e}_v(t))) = \\
 &= \mathbf{s}^T(t) \left(\mathbf{H} \left(\mathbf{H}^{-1} \left((\mathbf{A}_0 \mathbf{1}_N) \otimes u_0 - \theta_1(t) \mathbf{s}(t) - \eta \text{sat} \left(\frac{\mathbf{s}(t)}{\chi} \right) \right) - \theta_2(t) \delta(t) - \mathbf{1}_N \otimes u_0 + \right. \right. \\
 & \left. \left. \mathbf{F} - \mathbf{1}_N \otimes f_0 + \boldsymbol{\omega} \right) + \theta_2(t) \mathbf{H}(\alpha_1 \mathbf{e}_x(t) + \alpha_2 \mathbf{e}_v(t)) \right) = \\
 &= \mathbf{s}^T(t) \left(\mathbf{H} \left(\mathbf{H}^{-1} \left((\mathbf{A}_0 \mathbf{1}_N) \otimes u_0 - \theta_1(t) \mathbf{s}(t) - \eta \text{sat} \left(\frac{\mathbf{s}(t)}{\chi} \right) \right) - \mathbf{1}_N \otimes u_0 + \mathbf{F} - \mathbf{1}_N \otimes f_0 + \boldsymbol{\omega} \right) \right) = \\
 &= \mathbf{s}^T(t) \left(-\theta_1(t) \mathbf{s}(t) - \eta \text{sat} \left(\frac{\mathbf{s}(t)}{\chi} \right) + \mathbf{H}(\mathbf{F} - \mathbf{1}_N \otimes f_0 + \boldsymbol{\omega}) \right) \tag{16}
 \end{aligned}$$

由克罗内克积定义和假设 2 可得下列不等式:

$$\begin{aligned}
 \|\mathbf{F} - \mathbf{1}_N \otimes f_0\| &\leq \|(\|f(x_1, v_1, t) - f(x_0, v_0, t)\|, \dots, \|f(x_N, v_N, t) - f(x_0, v_0, t)\|)\| \leq \\
 &\|(\varphi_1 \|x_1 - x_0\| + \varphi_2 \|v_1 - v_0\|, \dots, \varphi_1 \|x_N - x_0\| + \varphi_2 \|v_N - v_0\|)\| \leq \\
 &\|(\varphi_1 \|x_1 - \kappa_1 - x_0\| + \kappa_1\| + \varphi_2 \|v_1 - v_0\|, \dots, \varphi_1 \|x_N - \kappa_N - x_0\| + \kappa_N\| + \varphi_2 \|v_N - v_0\|)\| \leq \\
 &\|\mathbf{H}^{-1}\| (\varphi_1 \|\mathbf{e}_x\| + \varphi_2 \|\mathbf{e}_v\|) + \varphi_1 \|\boldsymbol{\kappa}\| \tag{17}
 \end{aligned}$$

由定理 1 条件式(13),式(16)推导得到:

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_1(t) &\leq -\theta_1(t) \mathbf{s}^T(t) \mathbf{s}(t) - \\
 &\left(\xi_1 + k_1 \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1(t)} \right) \mathbf{s}^T(t) \mathbf{s}(t) \leq \\
 &-\frac{1}{2} \left(\xi_1 + k_1 \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1(t)} \right) V_1(t) \tag{18}
 \end{aligned}$$

由于 $\mu_1(t)$ 在不同时间段有不同形式,后文将式(18)分段进行讨论:

1) 当 $t \in [t_0, t_0 + T_1)$ 时,有:

$$\dot{V}_1(t) \leq -\frac{1}{2} \xi_1 V_1(t) - \frac{k_1}{2} \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1(t)} V_1(t)$$

对上式两端同乘 $\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) > 0$,可得:

$$\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) \dot{V}_1(t) \leq -\frac{1}{2} \xi_1 V_1(t) \mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) -$$

$$\frac{k_1}{2} \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1^{1-\frac{k_1}{2}}(t)} V_1(t)$$

将不等式两端进行整理,有:

$$\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) \dot{V}_1(t) + \frac{k_1}{2} \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1^{1-\frac{k_1}{2}}(t)} V_1(t) \leq$$

$$-\frac{1}{2} \xi_1 V_1(t) \mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) \left(\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) V_1(t) \right)' \leq$$

$$-\frac{\xi_1}{2} V_1(t) \mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t)$$

求解微分方程不等式,可得:

$$\begin{aligned}
 \mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) V_1(t) &\leq e^{-\frac{\xi_1}{2} \langle t-t_0 \rangle} \mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t_0) V_1(t_0) = \\
 e^{-\frac{\xi_1}{2} \langle t-t_0 \rangle} V_1(t_0) \tag{19}
 \end{aligned}$$

若 $V_1(t) \leq \mu_1^{-\frac{k_1}{2}}(t) e^{-\frac{\xi_1}{2} \langle t-t_0 \rangle} V_1(t_0)$ 成立,

$\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t)$ 在时间区间 $[t_0, t_0 + T_1)$ 上是递减函数。

已知 $\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t_0) = 1$,由时变尺度函数的定义有

$$\lim_{t \rightarrow (t_0+T_1)^-} \mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) = 0, \text{因此 } \lim_{t \rightarrow (t_0+T_1)^-} V_1(t) = 0, \text{这意味}$$

2) 当 $t \in [t_0 + T_1, \infty)$ 时,有 $\dot{V}_1(t) \leq -\xi \mathbf{s}^T(t) \mathbf{s}(t)$,且 $V_1(t_0 + T_1) = \lim_{t \rightarrow (t_0+T_1)^-} V_1(t) = 0$,

则有 $0 \leq V_1(t) \leq V_1(t_0 + T_1) = 0$,进而式(20)成立:

$$\|\mathbf{s}(t)\|^2 \leq \|\mathbf{s}(t_0 + T_1)\|^2 = 0 \tag{20}$$

即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\mathbf{s}(t)\|^2 = 0$,又因 $\mathbf{s}(t)$ 在整个时间区间上是连续函数,故对于任意 $t \in [t_0 + T_1, \infty)$, $\mathbf{s}(t) \equiv 0$.

当多智能体系统的状态变量进入积分滑动流形时,有 $\mathbf{s}(t) = \dot{\mathbf{s}}(t) = 0$,给出定义如式(21)所示:

$$\begin{aligned}
 \delta(t) &= \mathbf{H} \mathbf{y}(t) \\
 \mathbf{y}(t) &= \alpha_1 \mathbf{e}_x(t) + \alpha_2 \mathbf{e}_v(t) \\
 \mathbf{e}_x(t) &= \mathbf{x}(t) - \boldsymbol{\kappa} - \mathbf{1}_N \otimes x_0(t) \\
 \mathbf{e}_v(t) &= \mathbf{v}(t) - \mathbf{1}_N \otimes v_0(t) \tag{21}
 \end{aligned}$$

分别取 $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N]^T$, $\mathbf{e}_x = [\mathbf{e}_{x1}, \dots, \mathbf{e}_{xN}]^T$, $\mathbf{e}_v = [\mathbf{e}_{v1}, \dots, \mathbf{e}_{vN}]^T$,则系统的动力学行为有如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{e}}_x(t) = \mathbf{e}_v(t) \\ \dot{\mathbf{e}}_v(t) = -\theta_2(t) \cdot \boldsymbol{\delta}(t) \end{cases} \tag{22}$$

定理 2 考虑二阶领导跟随多智能体系统式,当滑模变量 $s_i(t)$ 进入滑动流形即有 $s_i(t) = \dot{s}_i(t) = 0$ 后,若控制协议式(11)中参数满足如下条件:

$$\alpha_1 \leq \alpha_2^2 \cdot \lambda_{\min}(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) \tag{23}$$

$$\beta_2 > \frac{2}{h_2} \tag{24}$$

式中: $\beta_1 = (\xi_2 + 1) \frac{2r\varrho}{\lambda_{\max}(\mathbf{Q})}$, 则跟随系统可在预设时间 T_2 内趋于稳定, 即系统在预设时间 T_2 实现编队期望。

证明 当 $t \in [t_0 + T_1, \infty)$ 时, 考虑如下李雅普诺夫函数:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= [\epsilon_x^T \quad \epsilon_v^T] \begin{bmatrix} \alpha_1 \alpha_2 (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) & \alpha_1 \mathbf{I}_N \\ \alpha_1 \mathbf{I}_N & \alpha_2 \mathbf{I}_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_v(t) \\ -\theta_2(t) \delta(t) \end{bmatrix} = \\ &\alpha_1 \alpha_2 \epsilon_x^T (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) \epsilon_v + \alpha_1 \epsilon_v^T \epsilon_v - \theta_2(t) (\alpha_1 \epsilon_x^T + \alpha_2 \epsilon_v^T) \mathbf{H} (\alpha_1 \epsilon_x + \alpha_2 \epsilon_v) = \\ &\alpha_1 \alpha_2 \epsilon_x^T (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) \epsilon_v + \alpha_1 \epsilon_v^T \epsilon_v - [\alpha_1^2 \epsilon_x^T \mathbf{H} \epsilon_x + 2\alpha_1 \alpha_2 \epsilon_x^T \mathbf{H} \epsilon_v + \alpha_2^2 \epsilon_v^T \mathbf{H} \epsilon_v] - \\ &(\theta_2(t) + 1) (\alpha_1 \epsilon_x^T + \alpha_2 \epsilon_v^T) \mathbf{H} (\alpha_1 \epsilon_x + \alpha_2 \epsilon_v) = \\ &\epsilon_v^T (\alpha_1 \mathbf{I}_N - \alpha_2^2 \mathbf{H}) \epsilon_v - \alpha_1^2 \epsilon_x^T \mathbf{H} \epsilon_x - (\theta_2(t) + 1) (\alpha_1 \epsilon_x^T + \alpha_2 \epsilon_v^T) \mathbf{H} (\alpha_1 \epsilon_x + \alpha_2 \epsilon_v) = \\ &\epsilon_v^T \left(\alpha_1 \mathbf{I}_N - \frac{1}{2} \alpha_2^2 (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) \right) \epsilon_v - \alpha_1^2 \epsilon_x^T \mathbf{H} \epsilon_x - (\theta_2(t) + 1) (\alpha_1 \epsilon_x^T + \alpha_2 \epsilon_v^T) \mathbf{H} (\alpha_1 \epsilon_x + \alpha_2 \epsilon_v) \end{aligned} \tag{26}$$

由定理 2 条件式(23), 可得:

$$\begin{aligned} \alpha_1 \mathbf{I}_N - \frac{1}{2} \alpha_2^2 (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) &\leq \\ \alpha_1 \mathbf{I}_N - \frac{1}{2} \alpha_2^2 \lambda_{\min}(\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) &\leq 0 \end{aligned}$$

则式(26)前两项均为负值, 定义正常数 ϱ , 进而由引理 1 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &\leq -(\theta_2(t) + 1) \mathbf{y}^T(t) \mathbf{H} \mathbf{y}(t) \leq \\ &-\varrho \left(\xi_2 + 1 + k_2 \frac{\dot{\mu}_2(t)}{\mu_2(t)} \right) \sum_{i=1}^N y_i^2(t) \end{aligned} \tag{27}$$

定义 $y_i^2(t) = (\alpha_1 \epsilon_{xi} + \alpha_2 \epsilon_{vi})^2 = \mathbf{q}_i^T \mathbf{M} \mathbf{q}_i$ 以及矩阵

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 & \alpha_1 \alpha_2 \\ \alpha_2 \alpha_1 & \alpha_2^2 \end{bmatrix}, \mathbf{q}_i = [\epsilon_{xi}, \epsilon_{vi}]^T. \text{ 显然 } \mathbf{M} \text{ 是}$$

1 个半正定矩阵, 令 $\boldsymbol{\psi} = (\mathbf{q}_1^T, \dots, \mathbf{q}_N^T)^T$, 在二阶系统到达期望编队之前, 下列不等式必然成立:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N y_i^2 &= \sum_{i=1}^N (\alpha_1 \epsilon_{xi} + \alpha_2 \epsilon_{vi})^2 = \sum_{i=1}^N \mathbf{q}_i^T \mathbf{M} \mathbf{q}_i = \\ \boldsymbol{\psi}^T (\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_N) \boldsymbol{\psi} &> 0 \end{aligned} \tag{28}$$

设计 1 个有界闭集合 $U = \{\boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^{2N} : \boldsymbol{\gamma}^T \boldsymbol{\gamma} = 1\}$.

则对于任意的 $\frac{\boldsymbol{\psi}}{\|\boldsymbol{\psi}\|} \in U$, 都有:

$$r = \min_{\frac{\boldsymbol{\psi}}{\|\boldsymbol{\psi}\|} \in U} \left(\frac{\boldsymbol{\psi}}{\|\boldsymbol{\psi}\|} \right)^T (\mathbf{M} \otimes \mathbf{I}_N) \left(\frac{\boldsymbol{\psi}}{\|\boldsymbol{\psi}\|} \right) > 0$$

若上式成立, 进而得到:

$$\sum_{i=1}^N y_i^2 \geq r \|\boldsymbol{\psi}\|^2 = r \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m (\epsilon_{xij}^2 + \epsilon_{vij}^2)$$

可得 $V_2(t)$ 和 y_i 满足下列不等式:

$$V_2(t) \leq \frac{1}{2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}) \|\boldsymbol{z}\|^2 =$$

$$V_2(t) = \frac{1}{2} \boldsymbol{z}^T(t) \mathbf{Q} \boldsymbol{z}(t) \tag{25}$$

式中: 列向量 $\boldsymbol{z}(t) = [\epsilon_x^T(t), \epsilon_v^T(t)]$; \mathbf{Q} 是正定矩阵

且 $\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \alpha_2 (\mathbf{H} + \mathbf{H}^T) & \alpha_1 \mathbf{I}_N \\ \alpha_1 \mathbf{I}_N & \alpha_2 \mathbf{I}_N \end{bmatrix}$; 由式(23)可知,

$V_2(t)$ 为正定函数。沿式(25)对李雅普诺夫函数进行求导, 可得:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \lambda_{\max}(\mathbf{Q}) \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^m (\epsilon_{xij}^2 + \epsilon_{vij}^2) &\leq \\ \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{Q})}{2r} \sum_{i=1}^N y_i^2 &\end{aligned} \tag{29}$$

代入式(27)可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &\leq \\ &-\varrho \left(\xi_2 + 1 + k_2 \frac{\dot{\mu}_2(t)}{\mu_2(t)} \right) \frac{2r}{\lambda_{\max}(\mathbf{Q})} V_2(t) = \\ &-\beta_1 V_2(t) - \beta_2 \frac{\dot{\mu}_2(t)}{\mu_2(t)} V_2(t) \end{aligned} \tag{30}$$

式中: $\beta_1 = (\xi_2 + 1) \frac{2r\varrho}{\lambda_{\max}(\mathbf{Q})}$; $\beta_2 = \frac{2rk_2\varrho}{\lambda_{\max}(\mathbf{Q})}$ 。进而类比定理 1 可得:

$$V_2(t) \leq \mu_2^{-\beta_2}(t) e^{-\beta_1(t-t_0+T_1)} V_2(t_0 + T_1) \tag{31}$$

且 $\lim_{t \rightarrow (t_0+T_1+T_2)^-} V_2(t) = 0$, 当 $t \in [t_0 + T_1 + T_2, \infty)$

时, $V_2(t) \equiv 0$ 。即二阶系统可在任意预设时间 T_2 内达到目标编队期望。

本文给出控制输入式(11)的有界性证明, 已知 $u_i(t)$ 的紧凑格式, 则:

$$\begin{aligned} \|\mathbf{u}(t)\| &\leq \|\mathbf{H}^{-1}\| \cdot \\ &(\|\mathbf{A}_0 \cdot \mathbf{1}_N \otimes \mathbf{u}_0\| + \|\theta_1(t) \mathbf{s}(t)\| + \eta) + \\ &\|\theta_2(t) \delta(t)\| \end{aligned} \tag{32}$$

1) 当 $t \in [t_0, t_0 + T_1)$ 时, 结合式(15)和式(19)可得:

$$\|\mathbf{s}(t)\| \leq \sqrt{2\mu_1^{\frac{k_1}{2}}(t) e^{-\frac{\xi_1}{2}(t-t_0)} V_1(t_0)} \tag{33}$$

则由定理 1 条件式(14)和式(33)可得:

$$\begin{aligned} \|\theta_1(t)s(t)\| &\leq \left(\xi_1 + k_1 \frac{\dot{\mu}_1(t)}{\mu_1(t)}\right) \\ \|\sqrt{2}\mu_1^{\frac{k_1}{4}}(t)e^{-\frac{\xi_1}{4}(t-t_0)}V_1^{\frac{1}{2}}(t_0)\| &\leq \\ \sqrt{2}\xi_1\mu_1^{\frac{k_1}{4}}(t)V_1^{\frac{1}{2}}(t_0) + \\ \sqrt{2}k_1\frac{h_1}{T_1}\mu_1^{\frac{k_1}{4}+\frac{1}{h_1}}(t)V_1^{\frac{1}{2}}(t_0) &\leq \\ \left(\sqrt{2}\xi_1 + \sqrt{2}k_1\frac{h_1}{T_1}\right)V_1^{\frac{1}{2}}(t_0) \end{aligned} \quad (34)$$

显然 $\theta_2(t)$ 和 $\delta(t)$ 在 $t \in [t_0, t_0 + T_1)$ 内有界。因此控制输入 $u_i(t)$ 在 $t \in [t_0, t_0 + T_1)$ 有界。

2) 当 $t \in [t_0 + T_1, t_0 + T_1 + T_2)$ 时, $s(t) = 0$, 则:

$$\begin{aligned} \|u(t)\| &\leq \|H^{-1}\| \cdot \|A_0 \cdot \mathbf{1}_N \otimes u_0\| + \\ \|\theta_2(t)\delta(t)\| \end{aligned} \quad (35)$$

由定理 2 条件式(23)和 $y(t)$ 、 $V_2(t)$ 的定义得出:

$$\begin{aligned} V_2(t) &= \frac{1}{2}z^T(t)Qz(t) \geq \\ \frac{1}{2}(\alpha_1\alpha_2\lambda_{\min}(H+H^T)\epsilon_x^T\epsilon_x + \alpha_1\epsilon_v^T\epsilon_x + \alpha_1\epsilon_x^T\epsilon_v + \\ \alpha_2\epsilon_v^T\epsilon_v) &\geq \frac{1}{2\alpha_2}(\alpha_2^2\epsilon_x^T\epsilon_x + 2\alpha_1\alpha_2\epsilon_v^T\epsilon_x + \alpha_2^2\epsilon_v^T\epsilon_v) = \\ \frac{1}{2\alpha_2}(\alpha_1\epsilon_x(t) + \alpha_2\epsilon_v(t))^2 &= \frac{1}{2\alpha_2}y^T(t)y(t) \end{aligned} \quad (36)$$

因此,由定理 2 条件式(24)和式(35)可得:

$$\begin{aligned} \|\theta_2(t)\delta(t)\| &= \|\theta_2(t)Hy(t)\| \leq \\ \theta_2(t)\|H\| \|\sqrt{2\alpha_2}V_2\| &\leq \\ \sqrt{2\alpha_2}\theta_2\|H\| \mu_2^{\frac{\beta_2}{2}}e^{-\frac{\beta_2}{2}(t-t_0-T_1)}V_2^{\frac{1}{2}}(t_0+T_1) &\leq \\ \sqrt{2\alpha_2}(\xi_2 + k_2\frac{h_2}{T_1+T_2})\|H\|V_2^{\frac{1}{2}}(t_0+T_1) \end{aligned} \quad (37)$$

控制输入 $u_i(t)$ 在 $t \in [t_0 + T_1, t_0 + T_1 + T_2)$ 有界。

3) 当 $t \in [t_0 + T_1 + T_2, \infty)$ 时, 控制输入 $u_i(t) = 0$ 。因此,控制输入式(11)在整个时间跨度 $t \in [t_0, \infty)$ 上有界即可证得。

3 数值仿真实验

本文通过数值仿真来验证所提方法的有效性,考虑包含 5 个跟随者和 1 个领导者所组成的二阶多智能体网络系统,其通信拓扑结构如图 1 所示。

不失一般性,假定所有的邻接权重均为 1,所有智能体的维数都为 3,进而可得对角矩阵 $A_0 =$

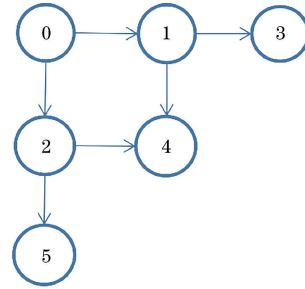


图 1 强连通有向拓扑图 G

Fig.1 Strongly connected directed topology graph G $\text{diag}(1, 1, 0, 0, 0)$ 和拉普拉斯矩阵 L :

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

在领导者和跟随者多智能体系统中的非线性 $f(x_i, v_i, t) = 0.8\sin(x_i(t)) + 1.2\cos(t)v_i(t)$, 有界干扰项 $\omega_{x,y,v}(t) = 1.5\cos(0.2it + \frac{i}{3}\pi)$ 。将领导者智能体的控制输入 u_0 定义为 $u_0(t) = [0.5\cos(t), 2\cos(1.2t), 1.2\sin(0.8t)]^T$ 。编队补偿向量 \mathbf{k}_i 分别选取值为 $\mathbf{k}_1 = [2, -3, -2]^T$, $\mathbf{k}_2 = [2, 3, -2]^T$, $\mathbf{k}_3 = [2, -3, -5]^T$, $\mathbf{k}_4 = [2, 3, -5]^T$, $\mathbf{k}_5 = [0, 0, 3]^T$ 。初始时刻 $t_0 = 0$ s, 任意预设时间 $T_1 = 0.2$ s, $T_2 = 2.8$ s。时间和速度初值均选取在区间 $[-40, 40]$ 上的随机数。其余相关参数 $k_1 = 1, k_2 = 1, \xi_1 = 2, \xi_2 = 2, h_1 = 3, h_2 = 3, \alpha_1 = 2.5, \alpha_2 = 1.6$ 。

图 2 是领导者智能体和 5 个跟随者智能体基于

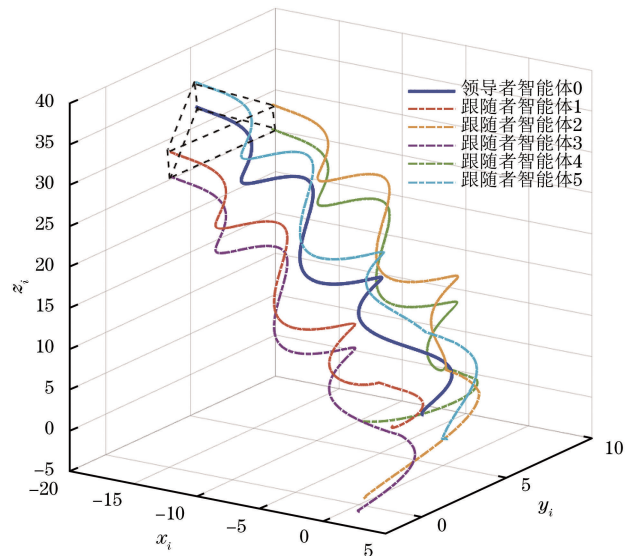


图 2 智能体在空间上的编队轨迹图

Fig.2 Formation trajectory diagram of the agent in space

控制协议在三维直角坐标系随时间变化曲线(彩色效果见《计算机工程》官网 HTML 版,下同)。图 2 中 5 个跟随者智能体均在预设时间 3 s 内实现编队期望,最终所达到的编队期望形状是 1 个曲线棱柱体的形态。

图 3 是领导者和跟随者智能体分别在 X 轴、Y

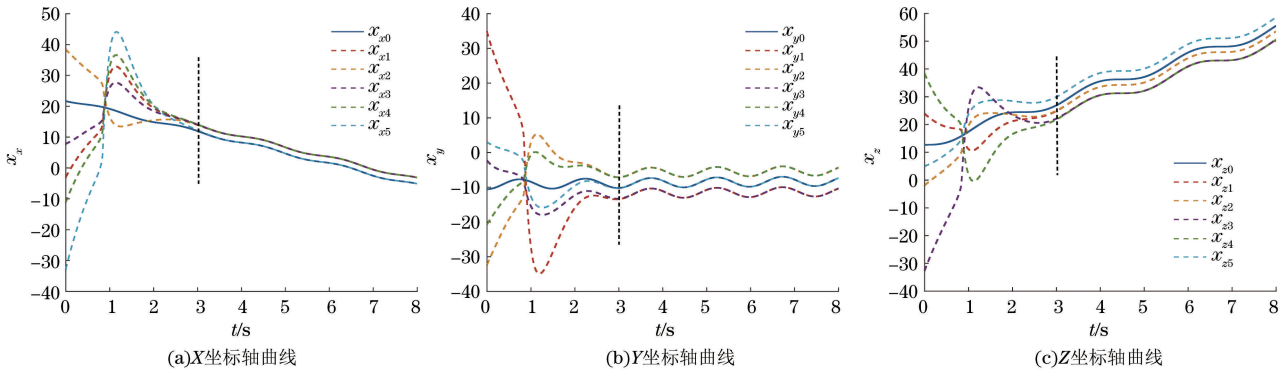


图 3 智能体的位置随时间变化轨迹图

Fig.3 Trajectory diagram of the position of the agent variable with time

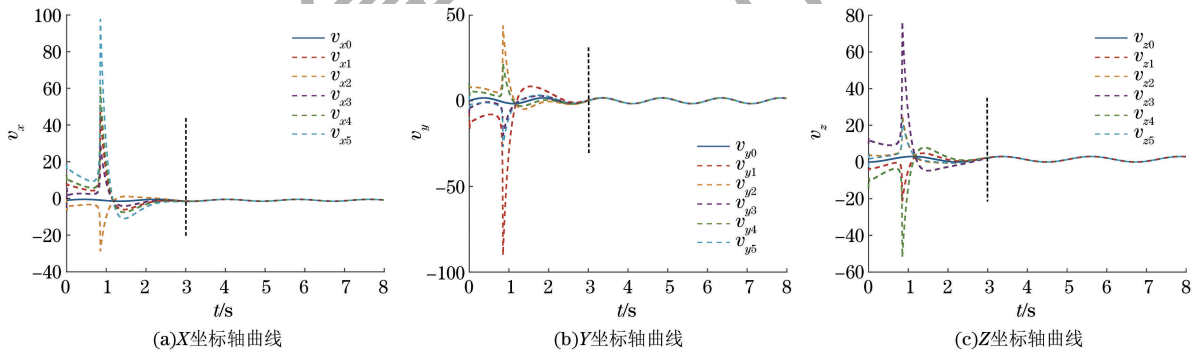


图 4 智能体的速度随时间变化轨迹图

Fig.4 Trajectory diagram of the velocity of the agent variable with time

图 5 是滑模变量 $\|s_i(t)\|, i=1,2,\dots,N$ 随时间变化曲线,在预设时间 $T_1=0.2\text{ s}$ 内趋于 0,这意味着此刻系统的状态变量在滑模面上趋于稳定。图 6 是位置编队误差 $e_{xi}(t), i=1,2,\dots,N$ 随时间的变化曲线。从图 5 和图 6 可以看出,3 个分量均可在 3 s 内趋于 0,实现了在预设时间内收敛。

为验证系统的鲁棒性特征,实验选取 3 种不同外部干扰 $\tilde{\omega}_{x,y,zi}(t) = 0.5\cos(0.8it + \frac{i}{4}\pi)$ 、 $\bar{\omega}_{x,y,zi}(t) = 5.5\cos(it + \frac{i}{4}\pi)$ 和 $\omega_{x,y,zi}(t) = 1.5\cos(0.2it + \frac{i}{3}\pi)$,3 种干扰在 Z 坐标轴方向上对应横坐标位置误差 e_{xz} 、 \tilde{e}_{xz} 和 \bar{e}_{xz} 的欧几里得范数 $\|e_{xz}\|$ 、 $\|\tilde{e}_{xz}\|$ 和 $\|\bar{e}_{xz}\|$,3 种不同外部干扰对应误差变化对比如图 7 所示。系统在滑模控制机制下不受外界干扰而改变收敛速度和收敛稳定性,

轴和 Z 轴上的位置坐标 $x_i(t) (i=0,1,\dots,N)$ 随时间变化曲线。图 4 是领导者和跟随者智能体分别在 X 轴、Y 轴和 Z 轴上的速度标量 $v_i(t) (i=0,1,\dots,N)$ 随时间变化曲线。图 3 和图 4 说明对于任意初值 $x_i(t_0)$ 和 $v_i(t_0)$,系统状态 $x_i(t)$ 和 $v_i(t)$ 的 3 个坐标轴上的分量均在 3 s 内收敛至稳定。

该机制具有较强的鲁棒性。

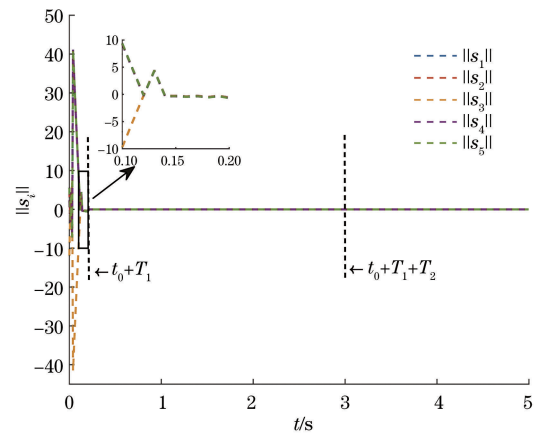


图 5 滑模变量随时间变化轨迹图

Fig.5 Trajectory diagram of sliding mode variable with time

与有限时间^[16]和固定时间^[17]收敛策略相比,本文采纳了一种允许用户自定义收敛时间的预设时间控制方法。这种方法通过简化控制协议中的 2 个

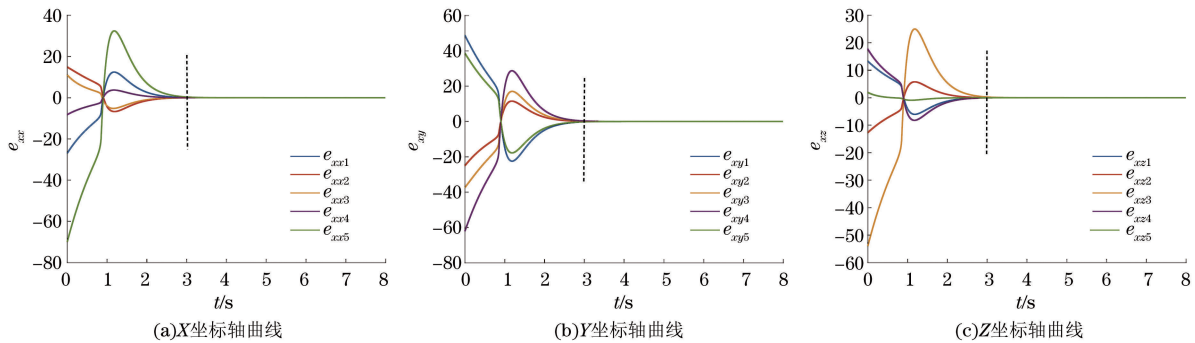


图 6 智能体的横坐标误差随时间变化轨迹图

Fig.6 Trajectory diagram of agent's horizontal coordinate error variable with time

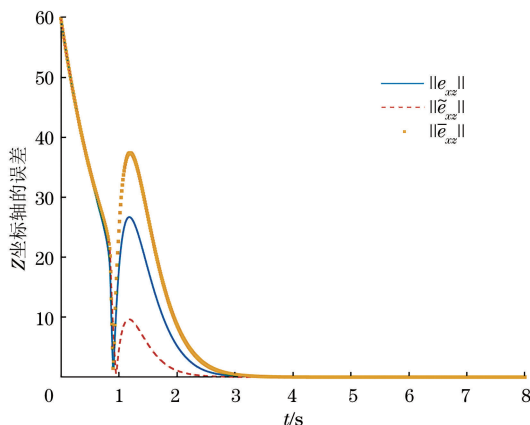


图 7 3 种不同外部干扰对应的误差变化对比

Fig.7 Comparison of error variations corresponding to three different external disturbances

关键参数 T_1 和 T_2 , 使得滑模控制 2 个分段的收敛轨迹均控制在预设的时间框架内完成。

4 结束语

本文研究带有外部干扰的二阶非线性多智能体系统的预设时间编队问题。任意预设时间控制方法可确保多智能体系统在完全由用户自主设计的时间内实现编队目标, 而这个收敛时间不受系统初始状态和参数的影响。实验仿真结果表明, 在本文提出的控制策略中, 滑模变量的积分项显著减少了稳态误差, 并提升了在面对非线性干扰时的鲁棒性。将预设时间与积分滑模控制策略相结合的控制协议, 在一定条件下保证其具有有界性, 并且使任意有界初值下的系统在预设时间内实现编队期望。下一步将集中对高阶等更加复杂系统的预设时间时变编队问题进行研究。

参考文献

[1] YED Y, ZHANG M J, YANG Y. A multi-agent framework for packet routing in wireless sensor networks[J]. Sensors, 2015, 15(5): 10026-10047.
[2] WANG H S, GUO D J, LIANG X W, et al. Adaptive vision-

based leader-follower formation control of mobile robots[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 64(4): 2893-2902.
[3] 赵学远, 周绍磊, 王帅磊, 等. 基于多无人机系统的编队包含控制[J]. 计算机工程, 2020, 46(8): 284-289.
ZHAO X Y, ZHOU S L, WANG S L, et al. Formation containment control based on multiple unmanned aerial vehicle system[J]. Computer Engineering, 2020, 46(8): 284-289. (in Chinese)
[4] LIU G P, ZHANG S J. A survey on formation control of small satellites[J]. Proceedings of the IEEE, 2018, 106(3): 440-457.
[5] CHEN Q, WANG Y, JIN Y, et al. A survey of an intelligent multi-agent formation control[J]. Applied Sciences, 2023, 13(34): 1-10.
[6] 刘杨, 刘美杰. 基于领导跟随的欠驱动船舶编队跟踪控制[J]. 控制工程, 2013, 20(5): 980-983, 989.
LIU Y, LIU M J. Leader/follower formation control of underactuated surface ships strategy[J]. Control Engineering of China, 2013, 20(5): 980-983, 989. (in Chinese)
[7] FAN J J, LIAO Y L, LI Y, et al. Formation control of multiple unmanned surface vehicles using the adaptive null-space-based behavioral method[J]. IEEE Access, 2019, 7: 87647-87657.
[8] CHEN X, HUANG F H, ZHANG Y G, et al. A novel virtual-structure formation control design for mobile robots with obstacle avoidance[J]. Applied Sciences, 2020, 10(17): 5807.
[9] ZHEN Q Z, WAN L, LI Y L, et al. Formation control of a multi-AUVs system based on virtual structure and artificial potential field on SE(3)[J]. Ocean Engineering, 2022, 253: 111148.
[10] LIU L, PERC M, CAO J D. Aperiodically intermittent stochastic stabilization via discrete time or delay feedback control[J]. Science China (Information Sciences), 2019, 62(7): 183-195.
[11] ZHU J H, WEN G X, LI B. Decentralized adaptive formation control based on sliding mode strategy for a class of second-order nonlinear unknown dynamic multi-agent systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2022, 36(4): 1045-1058.
[12] DONG L J, CHAI S C, ZHANG B H, et al. Sliding mode control for multi-agent systems under a time-varying topology[J]. International Journal of Systems Science, 2016, 47(9): 2193-2200.
[13] NAIR R R, BEHERA L, KUMAR S. Event-triggered finite-time integral sliding mode controller for consensus-based formation of multirobot systems with disturbances[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2017, 27(1): 39-47.
[14] BAI J, WEN G G, RAHMANI A, et al. Consensus for the

- fractional-order double-integrator multi-agent systems based on the sliding mode estimator[J]. *IET Control Theory & Applications*, 2018, 12(5): 621-628.
- [15] NGUYEN N P, PARK D, NGOC D N, et al. Quadrotor formation control via terminal sliding mode approach: theory and experiment results[J]. *Drones*, 2022, 6(7): 172.
- [16] YU S H, LONG X J. Finite-time consensus for second-order multi-agent systems with disturbances by integral sliding mode[J]. *Automatica*, 2015, 54: 158-165.
- [17] PARK D J, MOON J W, HAN S I. Finite-time sliding mode controller design for formation control of multi-agent mobile robots[J]. *The Journal of Korea Robotics Society*, 2017, 12(3): 339-349.
- [18] ZHAO L, YU J P, LIN C, et al. Distributed adaptive fixed-time consensus tracking for second-order multi-agent systems using modified terminal sliding mode [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2017, 312: 23-35.
- [19] ZHANG J, YU S, YAN Y. Fixed-time velocity-free sliding mode tracking control for marine surface vessels with uncertainties and unknown actuator faults [J]. *Ocean Engineering*, 2020, 201: 107107.
- [20] YANG X W, FAN X P, LONG F, et al. Predefined-time robust control with formation constraints and saturated controls. *nonlinear dynamics* [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 110(3): 2535-2554.
- [21] WANG Y J, SONG Y D, HILL D J, et al. Prescribed-time consensus and containment control of networked multiagent systems [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2018, 49(4): 1138-1147.
- [22] ZHOU Y, LIU Y F, ZHAO Y. Prescribed-time bipartite consensus formation control for general linear multi-agent systems[C]//*Proceedings of the 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2020: 3562-3567.
- [23] REN Y, ZHOU W, LI Z, et al. Prescribed-time leader-following consensus for stochastic second-order multi-agent systems subject to actuator failures via sliding mode control strategy[J]. *Neurocomputing*, 2021, 425: 82-95.
- [24] LI X, YU Z Y, JIANG H J. Event-triggered fixed-time integral sliding mode control for nonlinear multi-agent systems with disturbances [J]. *Entropy*, 2021, 23 (11): 1412.
- [25] LU Q, HAN Q L, ZHONG C L, et al. Finite-time consensus analysis under directed communication topologies for multi-agent systems[C]//*Proceedings of the 20th World Congress IFAC*. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2017: 619-624.
- [26] WANG J R, LUO X Y, LI X L, et al. Sliding mode formation control of nonlinear multi-agent systems with local Lipschitz continuous dynamics [J]. *Journal of Systems Science and Complexity*, 2019, 32(3): 759-777.

编辑 薛晋栋