

基于原子范数的水声跳频信号参数估计

卢以纯¹, 徐明^{1,2*}

(1. 上海海事大学信息工程学院, 上海 201306; 2. 同济大学电子与信息工程学院, 上海 201804)

摘要: 为了有效估计在水声信道多径效应影响下的跳频信号, 针对现有对跳频信号进行稀疏表示时存在的基不匹配问题, 提出一种基于原子范数的水声跳频信号参数估计算法。首先考虑到信号经过水声信道所受的影响, 对水声跳频信号进行数学建模时时间变量上会多一个时延, 之后按照采样频率对信号进行离散化表示, 然后定义原子集合并将水声跳频信号频率估计问题转化为原子范数最小化问题。通过凸公式的强对偶性证明目标位置可以通过求解原问题的对偶问题得到, 接着进一步将问题转化为一个对偶问题, 通过交替方向乘法 (ADMM) 计算出对偶多项式在单位圆上模的值为 1 的点, 进而完成对信号支撑集的估计。最后对每段信号频率分量的个数进行分析, 估计出含有跳变点的分段信号, 再通过对分段信号进行处理, 精确估计出跳变时刻。仿真结果表明, 该算法采用无网格压缩感知理论, 能够有效地避免基不匹配问题, 与现有算法相比, 使用该算法估计水声跳频信号的参数具有更高的估计精度。

关键词: 水声跳频信号; 参数估计; 原子范数; 无网格压缩感知; 多径效应

中图分类号: TN914.41

文献标志码: A

DOI: 10.19678/j.issn.1000-3428.0069011

Parameter Estimation of Underwater Acoustic Frequency-Hopping Signals Based on Atomic Norm

LU Yichun¹, XU Ming^{1,2*}

(1. College of Information Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 201306, China;

2. College of Electronics and Information Engineering, Tongji University, Shanghai 201804, China)

【Abstract】 To effectively estimate the Frequency Hopping (FH) signal under the influence of multipath effect in underwater acoustic channels, an Atomic-norm-based Parameter Estimation Algorithm (APEA) is proposed for underwater acoustic FH signals, to address the existing base mismatch problem in the sparse representation of FH signals. This algorithm first considers the impact of signals passing through underwater acoustic channels, which introduce an additional delay on the time variable when mathematically modelling the underwater acoustic FH signal. Subsequently, the signal is discretely represented by sampling at the specified frequency, to define a set of atoms and transform the frequency estimation problem of the underwater acoustic FH signal into a problem of atomic norm number minimization. The strong duality of the convex formula proves that the target position can be obtained by solving the dual of the original problem. Therefore, the problem is further reformulated into a dual problem. The points of the dual polynomials on the unit circle with modulus one are computed using the Alternating Direction Method of Multipliers (ADMM), which completes the estimation of the signal support. Finally, the number of frequency components of the signal in each segment is analyzed to estimate the segmented signals containing jump points, whereby jump moments are accurately estimated by processing the segmented signals. The algorithm uses the gridless compressed perception theory, which can effectively prevent the base mismatch problem. The simulation results demonstrate that compared with the current algorithms, the parameters of the underwater acoustic FH signals estimated using this algorithm have higher estimation accuracy.

【Key words】 underwater acoustic frequency-hopping signals; parameter estimation; atomic norm; gridless compressed sensing; multipath effect

0 引言

水声通信是海洋无线信息传递的重要方式之一, 最初只应用于军事领域^[1], 随着水声通信近几十

年的发展, 水声通信应用于更多的领域, 如海洋环境和目标检测、水下航行、海洋信息的观测和接收等。由于声波在海洋中传播时会面临复杂多变的海洋环境、海洋内部独特的结构特征以及海水介质的不均

收稿日期: 2023-12-12 修回日期: 2024-02-15

基金项目: 国家自然科学基金(62172269); 中国博士后科学基金(2014M561512)。

通信作者 E-mail: * mingxu@shmtu.edu.cn

匀分布等多种因素,因此水声通信系统的性能受水声信道的影响较大。此外,浅海水声信道的复杂性还表现在水声传播的多径效应,即声源与接收端之间存在不止一种声传播途径。因此,为了保证信号的传输,解决这些外部干扰和多径效应的影响就显得尤为重要。在移动通信中使用跳频技术是有效的方法之一,跳频通信具有良好的抗多径、抗干扰、抗衰落等特点^[2],可以有效提高通信质量。

目前跳频信号参数估计常采用时频分析法^[3-7]、稀疏重构法^[8-11]和原子分解法^[12-13]。文献[14]提出一种基于平滑伪 Wigner-Ville 分布^[15]的参数估计方法,通过对跳频信号的时频变换,实现对信号参数的准确估计,在降低交叉项干扰的同时,不可避免地牺牲了时间和频率的分辨率^[16]。文献[17]通过稀疏重构的方法来获取清晰的、高聚集度的时频图,但是需要预先知道信号的频率集。文献[18]对信号实现稀疏重构是通过块稀疏贝叶斯算法,从而得到清晰可靠的时频图,虽然在较低信噪比的情况下有良

$$s(t) = a(t) \times \left\{ \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \exp[i(2\pi f_0 + \phi_0)] + \sum_{k=1}^K \text{rect}\left(\frac{t - (k-1)T_h - t_s}{T_h}\right) \times \exp[i(2\pi f_k + \phi_k)] \right\} \quad (1)$$

式中: $0 \leq t \leq T$; $a(t)$ 为信号 $s(t)$ 的基带复包络; $\text{rect}(t)$ 为单位矩形窗函数; $\text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1, & t \in [0, T] \\ 0, & \text{others} \end{cases}$ 。

由于浅海水声信道受海边复杂边界条件和海水不均匀介质的影响,会导致在传输过程中信号在空间、时间、频率这 3 个方面产生随机变化,并且浅海水声信道是一种多径衰落信道,信号经过该信道时会产生多条

$$y(t) = a_n(t) \times \left\{ \sum_{i=1}^N c_i \text{rect}\left(\frac{t - \tau_i}{t_s}\right) \exp[i(2\pi f_{n0} + \phi_{n0})] + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^K c_i \text{rect}\left(\frac{t - (k-1)T_h - (t_s - \tau_i)}{T_h}\right) \times \exp[i(2\pi f_{nk} + \phi_{nk})] \right\} + n(t) \quad (3)$$

式中: $n(t)$ 表示高斯白噪声,其均值为 0,方差为 σ^2 。

以采样频率 f_s 对接收到的信号 $y(t)$ 进行离散化,接收到的信号可表示为:

$$y(l) = \sum_{n=1}^N c_n s_n(l) + n(l), l \in (0, L) \quad (4)$$

式中: $L = \lceil T f_s \rceil$ 表示采样的点数。

1.2 原子集合和原子范数

定义 $\mathbf{A}$ 是一个原子集合,这个集合是由离散的原子构成的,集合 $\mathbf{A}$ 的凸包 $\text{conv}(\mathbf{A})$ 是一个关于原点中心对称的紧集,且凸包 $\text{conv}(\mathbf{A})$ 包含集合的原

好的估计性能,但是没有考虑到频率离网问题。文献[19]建立了符合跳频信号结构特性的冗余原子字典,尽管该方法在低信噪比环境下能够实现高精度的信号估计,但其构建冗余原子字典的过程具有较高的计算复杂性。

本文提出一种基于原子范数的水声跳频信号参数估计算法(APEA),采用无网格压缩感知^[20-21]的方法,可以避免对跳频信号进行稀疏表示时产生的基不匹配问题^[22],并利用稀疏系数实现对水声跳频信号参数的估计。

1 数学模型

1.1 水声跳频信号数学模型

设信号在观测时间 T 内共有 K 个完整跳,跳频周期为 T_h ,载频为 $f_k (k=1, 2, \dots, K)$,相位为 ϕ_k ,在观测时间内最开始非完整跳的持续时间为 t_s ,载频为 f_s ,初相位为 ϕ_0 。跳频信号可以被定义为:

传播路径。假设在多径效应的影响下信号由发送端到接收端共有 N 条不同的多径分量,水声信道可以建模为一个线性时变系统,其低通等效响应为:

$$h(\tau) = \sum_{i=1}^N c_i \delta(\tau - \tau_i) \quad (2)$$

式中: c_k 表示第 k 条路径分量上跳频信号的振幅; τ_k 表示第 k 条路径上的传输时延; $h(\tau)$ 为冲击响应函数。

经过水声信道之后接收到的信号可以表示为:

点,这表明 $\mathbf{A}$ 中的任何一个原子 $\mathbf{a}$ 都不在除了这个原子之外构成的凸包 $\text{conv}(\mathbf{A}/\mathbf{a})$ 中,即集合 $\mathbf{A}$ 中的每一个原子 $\mathbf{a}$ 都是凸包 $\text{conv}(\mathbf{A})$ 的一个极值点。定义原子 $\mathbf{a}(f, \phi) \in \mathbb{C}^{|J|}, f \in [0, 1], \phi \in [0, 2\pi)$ 为:

$$[\mathbf{a}(f, \phi)]_j = e^{i(2\pi f j + \phi)}, j \in J \quad (5)$$

式中: $f \in [0, 1]$ 表示归一化频率;原子集合 $\mathbf{A}$ 可以写成 $\mathbf{A} = \{\mathbf{a}(f, \phi) : f \in [0, 1], \phi \in [0, 2\pi)\}$, $\mathbf{a} \in \mathbf{A}$ 当且仅当 $-\mathbf{a} \in \mathbf{A}$ 。此时,原子范数是由凸包 $\text{conv}(\mathbf{A})$ 的尺度函数所定义的,原子范数 $\|\cdot\|_{\mathbf{A}}$ 定义为:

$$\|x\|_A = \inf\{t > 0: x \in t\text{conv}(A)\} = \inf_{\substack{c_k \geq 0 \\ \phi_k \in [0, 2\pi] \\ f_k \in [0, 1B]}} \left\{ \sum_k c_k : x = \sum_k c_k a(f_k, \phi_k) \right\} \quad (6)$$

每个范数都有一个相关的对偶范数,对偶范数的解等价于原子范数的支撑集,对偶最优解可以作为一种方法来识别组成最优问题的频率,原子范数 $\|x\|_A$ 的对偶范数定义为:

$$\|q\|_A^* = \sup_{\|x\|_A \leq 1} \langle q, x \rangle = \sup_{a \in A} \langle q, a \rangle \quad (7)$$

式中:内积 $\langle q, x \rangle = x^H q$ 。

2 算法原理

为了求解水声跳频信号的频率估计问题,首先将问题转化为原子范数最小化问题。为了有效地在多项式时间内求解该问题,进一步将原子范数最小化问题转化为原子范数软阈值问题。鉴于对偶问题与原问题之间的等价性,利用对偶范数将问题再进一步转化为半定规划问题。最终,采用交替方向乘法(ADMM)来估计频率的支撑集。算法流程如图 1 所示。

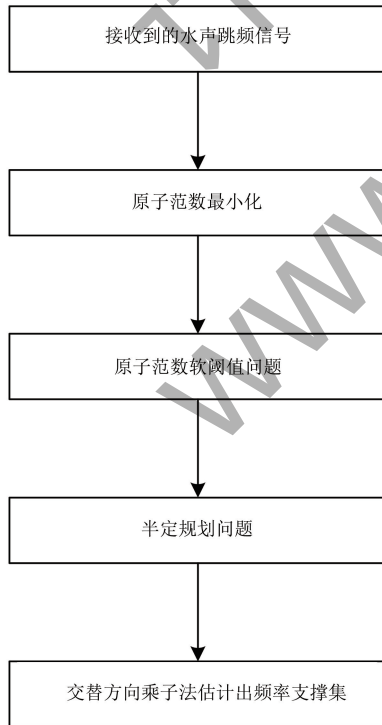


图 1 ADMM 算法流程

Fig. 1 Procedure of ADMM algorithm

2.1 原子范数最小化问题

跳频信号是一种在频率上不断变化的信号,为了更有效地处理这样的信号,可以采用按重叠分割的方式进行划分,使用 A 中的原子表示经过水声信道之后接收到的调频信号,将长度为 M 的跳频信号

分成 H 段长度为 R 的信号,构造观测矩阵为:

$$Y = [y_1, y_2, \dots, y_H] \quad (8)$$

式中: $y_r = y((r-1)(R-\alpha)+1:(r-1)(R-\alpha)+R)$, $(r=1, 2, \dots, H)$, α 表示两段相邻数据之间重叠的点数。

因此,式(8)可以改写为:

$$Y = S + N \quad (9)$$

式中: $Y \in \mathbb{C}^{R \times H}$; $S \in \mathbb{C}^{R \times H}$; $N \in \mathbb{C}^{R \times H}$; 矩阵 $S = [s_1, s_2, \dots, s_H]$ 表示原信号矩阵; N 表示高斯白噪声矩阵, $N \sim N(0, \sigma^2 I_R)$ 。

根据式(6)原子范数的定义,信号 S 的原子范数为

$$\|s_h\|_A = \inf_{\substack{c_k \geq 0 \\ f_k \in [0, 1] \\ \phi_k \in (0, 2\pi]}} \left\{ \sum_k c_k : s_h = \sum_k c_k a(f_k, \phi_k) \right\}, \text{ 频}$$

率的支撑集估计可以通过最小化信号 S 的原子范数来实现。为了解决原子范数去噪问题,假设观察到一个信号 $y = s^* + n$, 并且知道一个先验信息,这个先验信息是指 s^* 可以被写成原子集合 A 中少量原子的线性组合。从这些观测中估计出 s^* 的一个方法是找出使得 $\|y - s^*\|_2$ 最小的原子的线性组合,即为 s^* 的估计值。但是即使原子集合是一个有限的向量集合,这个问题也是一个非确定性多项式难问题,因此需要将问题再进一步转化为原子范数软阈值问题来得到估计值 $\hat{s}$:

$$\hat{s} = \min_s \frac{1}{2} \|y - s\|_2^2 + \lambda \|s\|_A \quad (10)$$

式中: λ 是一个正则化参数, $\lambda = \sigma \sqrt{2 \log_d Z}$ 。

引理 1 $\hat{s}$ 是式(10)的解,当且仅当 $\|y - \hat{s}\|_A^* \leq \lambda$, $\langle y - \hat{s}, \hat{s} \rangle = \lambda \|\hat{s}\|_A$, 对偶范数如式(11)所示:

$$\|q\|_A^* = \sup_{\|x\|_A \leq 1} \langle q, x \rangle \quad (11)$$

这意味着 $\langle q, s \rangle \leq \|q\|_A^* \|s\|_A$ 。

式(11)中的上确界是可以实现的,同样地,对于任意的 s 都有一个等价可实现的 q , 因此 A 包含 $\{s: \|s\|_A \leq 1\}$ 的所有极值点,保证最优解实际上是在集合 A 中的。

2.2 半定规划问题

式(10)的对偶问题为:

$$\begin{aligned} \max_q & \frac{1}{2} (\|y\|_2^2 - \|y - q\|_2^2) \\ \text{s. t. } & \|q\|_A^* \leq \lambda \end{aligned} \quad (12)$$

由于目标函数的强凸性,因此对偶函数允许唯一最优解 $\hat{q}$ 。

引理 2 原始解和对偶解不存在对偶间隙,当且仅当 $y = \hat{s} + \hat{q}$, $\|\hat{q}\|_A^* \leq \lambda$, $\langle \hat{q}, \hat{s} \rangle = \lambda \|\hat{s}\|_A$ 。

证明 将式(10)改写为一个受约束的优化问题:

$$\min_{s, u} \frac{1}{2} \|y - s\|_2^2 + \|u\|_A \quad (13)$$

s. t. $u = x$

引入拉格朗日函数, 即:

$$L(s, u, q) = \frac{1}{2} \|y - s\|_2^2 + \|u\|_A + \langle q, s - u \rangle \quad (14)$$

根据对偶范数的定义, 可得:

$$\sup_x \{ \langle q, s \rangle - \|s\|_A \} = I_{\{\omega: \|\omega\|_A^* \leq 1\}}(q) = \begin{cases} 0, & \|q\|_A^* \leq 1 \\ \infty, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $I_A(\cdot)$ 是凸指示函数。

对偶函数由式(16)给出:

$$g(q) = \inf_{s, u} L(s, u, q) = \inf_s \left(\frac{1}{2} \|y - s\|_2^2 + \langle q, s \rangle \right) + \inf_u (\lambda \|u\|_A - \langle q, u \rangle) = \frac{1}{2} (\|y\|_2^2 - \|y - q\|_2^2) - I_{\{\omega: \|\omega\|_A^* \leq \lambda\}}(q) \quad (16)$$

对偶问题的解是 y 在闭紧集 $C = \{q: \|q\|_A^* \leq \lambda\}$ 的唯一投影 $\hat{q}$, 根据闭凸集定理投影的定理, 当且仅当 $\hat{q} \in C$ 且对于所有 $q \in C$ 有 $\langle q - \hat{q}, y - \hat{q} \rangle \leq 0$ 或等价地有 $\langle \hat{q}, y - \hat{q} \rangle \geq \sup_q \langle q, y - \hat{q} \rangle = \lambda \|y - \hat{q}\|_A$ 。这些条件满足 $\hat{q} = y - \hat{s}$, 通过引理 1 可知, 函数 $f(s) = \frac{1}{2} \|y - s\|_2^2 + \lambda \|s\|_A$ 在 $\hat{s}$ 处最小。

现在证明 $\hat{q} = y - \hat{s}$ 是先前引理中的替换。对偶间隙的缺失可以通过在 $\hat{s}$ 原始目标函数中得到:

$$f(\hat{s}) = \frac{1}{2} \|y - \hat{s}\|_2^2 + \langle \hat{q}, \hat{s} \rangle = \frac{1}{2} \|\hat{q}\|_2^2 + \langle \hat{q}, \hat{s} \rangle = g(\hat{s}) \quad (17)$$

根据上述分析可知, s^* 可以被写成集合 A 中原子的稀疏非负组合的形式, 事实上, $x^* = \sum_{k=1}^K c_k^* a(f_k^*, 0) = \sum_{i=1}^K |c_k^*| a(f_k^*, \phi_k)$, 式中 $c_k^* = |c_k^*| e^{i2\pi\phi_k}$, 相应地, $\|s\|_A$ 的对偶范数可以更直观地表示为:

$$\|q\|_A^* = \sup_{\|s\|_A \leq 1} \langle q, s \rangle = \sup_{\phi \in [0, 2\pi), f \in [0, 1]} \langle q, a(f, \phi) \rangle = \sup_{f \in [0, 1]} \sup_{\phi \in [0, 2\pi)} e^{i2\pi\phi} \sum_{r=1}^R q_r e^{i2\pi fr} = \sup_{|v| \leq 1} \left| \sum_{r=1}^R q_r v^r \right| \quad (18)$$

即对偶范数等于单位圆上多项式 $Q(f) = \sum_{r=1}^R q_r e^{i2\pi fr}$ 的最大模值, 称 $Q(f)$ 为对偶多项式。因此, 对偶范数的约束等价于对偶多项式 $Q(f)$ 的约束:

$$\|q\|_A^* \leq \lambda \Leftrightarrow |Q(f)|^2 \leq \lambda^2, \forall f \in [0, 1] \quad (19)$$

根据文献[23]的定理 4.24, 对于任何三角多项式 $Q(f)$, $|Q(f)| \leq \lambda$, 存在一个复厄米特矩阵, 使得:

$$\begin{cases} T^H(P) = \lambda^2 e_1 \\ \begin{bmatrix} P & q \\ q^H & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \end{cases} \quad (20)$$

式中: e_1 是第一个标准基向量, 在第一个分量处为 1, 其他为 0, 即 $e_1 = [1, 0, \dots, 0]$; $T(u) \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 为 Toeplitz 矩阵。矩阵 $T(u)$ 的第一行为 $u = [u_1, u_2, \dots, u_N] \in \mathbb{C}^N$, 即:

$$T(u) = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_N \\ u_1^H & u_1 & \dots & u_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_N^H & u_{N-1}^H & \dots & u_1 \end{bmatrix}$$

根据原子范数的半定规划性质, 任何具有半正定性质的 Toeplitz 矩阵都可以进行 Vandermonde 分解, 因此可以将原子范数 $\|s\|_A = \sup_{\|q\|_A^* \leq 1} \langle s, q \rangle$

重写为下列半定规划问题:

$$\begin{aligned} \max_{q, P} & \langle s, q \rangle \\ \text{s. t.} & T^H(P) = \lambda^2 e_1 \\ & \begin{bmatrix} P & q \\ q^H & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (21)$$

经过简单缩放之后, 式(21)的对偶问题等价于 s 的原子范数, 有:

$$\begin{aligned} \|s\|_A &= \min_{q, u} \frac{1}{2} (q + u) \\ \text{s. t.} & \begin{bmatrix} T(u) & s \\ s^H & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (22)$$

因此原子范数最小化问题等价于:

$$\begin{aligned} \min_{q, u, y} & \frac{1}{2} \|y - s\|_2^2 + \frac{\lambda}{2} (q + u) \\ \text{s. t.} & \begin{bmatrix} T(u) & s \\ s^H & 1 \end{bmatrix} \geq 0 \end{aligned} \quad (23)$$

可以通过现成的求解器, 如 SeDuMi [24] 和 SDPT3 [25] 来解决半定规划问题。然而, 这些求解器对于处理大问题的时候往往会比较慢。求解该问题可以通过文献[26]中提到的 ADMM 算法, 得到估

计值 $\hat{s}$ 。

2.3 支撑集定位问题

假设对于 $S \in A$, $\hat{q}$ 是对偶问题的一个解, 满足:

$$\begin{cases} \langle \hat{q}, a \rangle = \lambda, a \in S \\ |\langle \hat{q}, a \rangle| < \lambda, a \notin S \end{cases} \quad (24)$$

然后, 原子范数最小化问题的解 $\hat{s}$ 可以表示为 $\hat{s} = \sum_{a \in S} c_k a$, 即 $\|\hat{s}\|_A = \sum c_k$, 因此可以通过对偶解 $\hat{q}$ 来确定如何将 $\hat{s}$ 分解成一组基本原子, 从而达到 $\hat{s}$ 的原子范数。实际上, 可以先求出对偶解 $\hat{q}$, 然后找出满足 $|\langle \hat{q}, a \rangle| = \lambda$ 的所有原子 a , 这些原子的集合为 S , 即所有原子 a 就是组成 $\hat{s}$ 的全部原子。

识别原问题的频率可以通过对偶解, 当且仅当 $|\langle \hat{q}, a(f, \phi) \rangle| = \left| \sum_{r=1}^R \hat{q}_r e^{i2\pi f j} \right| = \lambda$ 时, $f \in [0, 1]$ 在 $\hat{s}$ 的支撑集内, 也就是说, 可以通过对偶多项式最大模值处的频率来确定支撑集的位置, 即所有对偶多项式模的值等于 λ 处的频率 f 构成 $\hat{s}$ 的支撑集。

3 仿真结果与分析

在解决原子范数半定规划问题时采用了 ADMM 算法。图 2 对比了 ADMM、MUSIC 算法以及 Lasso 算法在 MSE 方面的表现。结果显示, 在不同信噪比下, 相较于 MUSIC 算法和 Lasso 算法, ADMM 算法的性能表现更为出色。

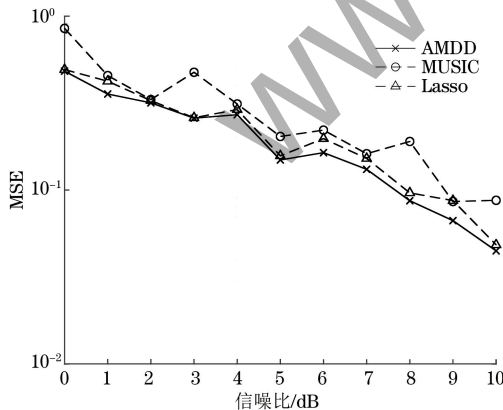


图 2 不同信噪比下 ADMM、MUSIC、Lasso 算法的均方误差

Fig.2 Mean square error of ADMM, MUSIC and Lasso algorithms under different SNR

图 3 是取长为 64 点的一段跳频信号, 在信噪比为 10 dB 的情况下, 使用 ADMM 算法求得的对偶多项式的值, 其中虚线表示对偶多项式的值, 实线是信号频率的真实位置。对偶多项式模的值为 1 处的频率构成的集合是信号频率的支撑集。

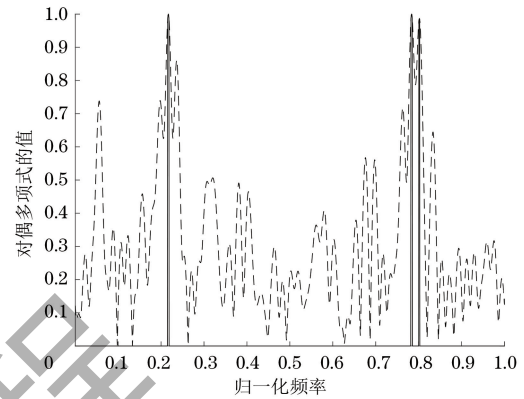


图 3 使用对偶多项式的频率定位

Fig.3 Frequency localisation using dual polynomials

如果选取的信号中包含跳变时刻, 那么跳变时刻前后的信号分别属于两个信号, 则原子范数最小化问题的解 $\hat{s}$ 不能够通过 $\hat{s} = \sum_{a \in S} c_k a$ 求得, 可以先将信号段进行划分, 之后对划分的信号段进行频率的定位, 如果信号包含跳变时刻, 则频率分量的数目多于跳频信号的数目, 对比频率分量的数目与经过水声信道之后跳频信号的数目来判断信号是否包含跳变时刻。

假设观测时间 $T = 7.68$ ms, 水声信道有 3 条不同的多径分量, 经过水声信道之后的跳频信号频率集分别为 $[55$ kHz, 38 kHz, 37 kHz, 78 kHz], $[120$ kHz, 3 kHz, 126 kHz, 55 kHz], $[45$ kHz, 127 kHz, 113 kHz, 22 kHz], 跳周期为 2.56 ms, 采样率 $f_s = 200$ kHz, 采样点 $M = 1024$, 信噪比为 10 dB。

将长为 64 点的跳频信号按重叠值 $\alpha = 32$ 划分为 31 段, 图 4 所示为每段信号所包含的频率分量个数。

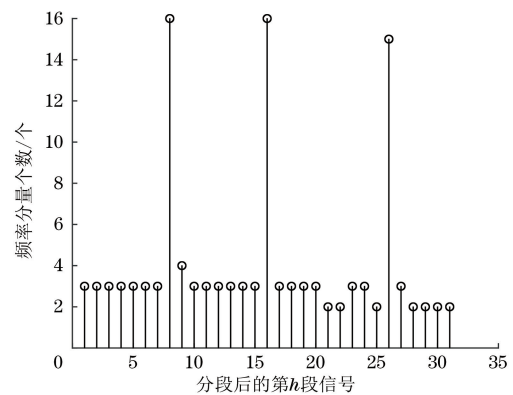


图 4 每段信号的频率分量个数

Fig.4 Number of frequency components per signal segment

图 4 所示的第 8、16、26 段分段信号, 其频率分量的个数明显高于其他分段, 这 3 段被认为是包含了跳变时刻。为了更精确地确定跳变时刻, 将采

样点数为 1 024 的跳频信号按照这 3 段的中心点即 256、512、832 划分为 4 段。之后再对跳频信号频率进行定位,时频图如图 5 所示。

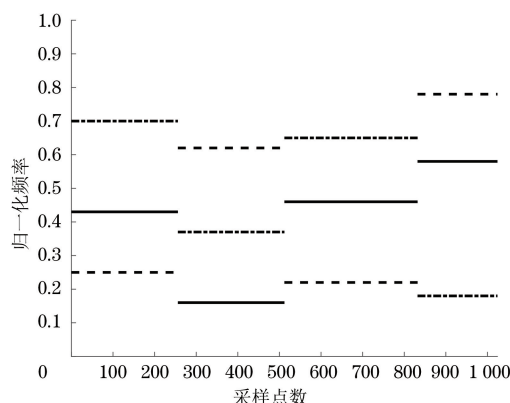


图 5 水声跳频信号的时频图

Fig.5 Time-frequency diagram of underwater acoustic frequency-hopping signals

为了考虑噪声对频率估计的影响,实验中设置不同的信噪比,设定从 0 开始每次递增 1 dB,增加至 10 dB,其他条件同上。实验中还同时选用了两类对比算法,分别为文献[9]的变分贝叶斯稀疏重构法和文献[13]的原子分解法。文献[9]算法通过不断地对离散字典进行加权处理,使得参数网格更加精细,缓解了传统稀疏重构法中基不匹配的情况。文献[13]算法利用原子分解法,在缺乏先验信息的情况下对参数进行盲估计,相较于传统的原子分解法,该算法具备了良好的性能,因此选用这两种算法与本文算法进行对比实验。图 6 所示为 MSE 的变化曲线。从图 6 可以看出,本文提出的 APEA 算法在估计跳频信号频率时表现出较小的误差,估计误差在 $10^{-2} \sim 10^{-4}$ 之间,且随着信噪比的降低,保持了更为稳健的性能,在信噪比为 1 dB~3 dB 时,误差的数量级保持不变,因此可以判断噪声对文本算法影响较小。与文献[9]算法相比,本文算法在误差降低了一个数量级的同时保持较好的估计精度;与文献[13]算法相比,在信噪比较低时,本文算法体现出更为出色的性能。

本文采用的压缩感知方法相较于传统的奈奎斯特采样,可以在少量采样的同时减少信号冗余,并且 ADMM 算法通过多次分布式迭代进行凸优化问题的求解,最后得到一个最优结果,相较于常规跳频信号参数估计算法,具有更高的精度。

变分贝叶斯稀疏重构法的复杂度是 MN^2 ,其中 M 是观测信号的维度, N 是傅里叶矩阵的列数,复杂度主要来源于中间变量的迭代和噪声的无偏估计。原子分解法的复杂度主要取决于原子字典的维

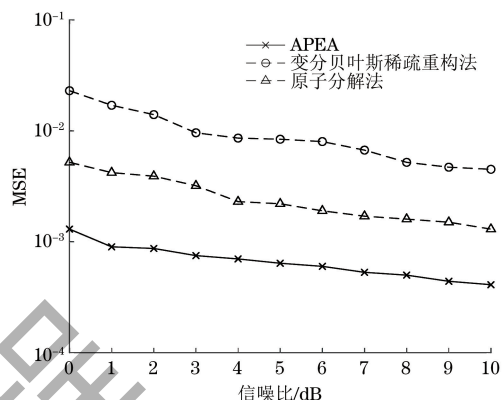


图 6 跳频频率估计的均方误差

Fig.6 Mean square error of frequency hopping rate estimation

度,假设压缩原子字典是 $M \times 2N^2$ 维,得到 $M \times 1$ 的观测信号所需的运算次数为 $M \times 2N^2$,对于单周期稀疏度为 2 的跳频信号而言,该信号需要进行 2 次迭代,因此计算复杂度为 $4MN^2$ 。本文提出的 APEA 算法复杂度为 Z^3 ,其主要来源于 ADMM 算法中的投影操作,其中, Z 是单位圆上均匀间隔点之间的最大距离。因此,本文算法不仅展现出良好性能,而且也具备较低的计算复杂度。

4 结束语

本文提出一种基于原子范数的水声跳频信号参数估计算法。该算法有效考虑了水声信道多径效应带来的影响,与以往的方法相比,能够直接通过对偶多项式获得信号频率的支撑集,仿真实验结果表明,本文算法在低信噪比情况下具有良好的估计性能。下一步将研究水声信道对跳频信号的其他影响以及提升跳变时刻的估计精度。

参考文献

- [1] TORRIERI D J. Mobile frequency-hopping CDMA systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(8): 1318-1327.
- [2] 殷捷, 龚晓峰, 武瑞娟, 等. 基于图像处理的跳频信号参数估计[J]. 电子技术应用, 2013, 39(1): 83-85, 89.
YIN J, GONG X F, WU R J, et al. Estimation of frequency hopping signal parameters based on image processing [J]. Electronic Technology Applications, 2013, 39(1): 83-85, 89. (in Chinese)
- [3] 王增科, 李怡, 徐微. 一种低信噪比条件下的跳频信号参数估计方法[J]. 南开大学学报(自然科学版), 2023, 56(3): 18-22.
WANG Z K, LI Y, XU W. A parameter estimation method for frequency hopping signals under low signal-to-noise ratio [J]. Journal of Nankai University(Natural Science Edition), 2023, 56(3): 18-22. (in Chinese)
- [4] 刘佳敏, 赵知劲, 曹越飞, 等. 基于时频分析的多跳频信号盲检测[J]. 信号处理, 2021, 37(5): 763-771.
LIU J M, ZHAO Z J, CAO Y F, et al. Blind detection of

- multi-hop signals based on time-frequency analysis[J]. *Signal Processing*, 2021, 37(5): 763-771. (in Chinese)
- [5] 刘人玮, 李天昀, 张浩庭, 等. 基于YOLOX的跳频信号检测[J]. *电讯技术*, 2023, 63(7): 933-940.
- LIU R W, LI T Y, ZHANG H T, et al. Frequency hopping signal detection based on YOLOX[J]. *Telecommunication Technology*, 2023, 63(7): 933-940. (in Chinese)
- [6] 苏元伟, 何明浩, 余国文. 基于时频分析的跳频信号的参数盲估计方法[J]. *电子信息对抗技术*, 2009, 24(1): 9-12, 19.
- SU Y W, HE M H, YU G W. A parameter blind estimation method for frequency hopping signals based on time-frequency analysis [J]. *Electronic Information Countermeasures*, 2009, 24(1): 9-12, 19. (in Chinese)
- [7] 郭艺, 张尔扬, 沈荣骏. 跳频信号时-频域分析与参数盲估计方法[J]. *信号处理*, 2007(2): 210-213.
- GUO Y, ZHANG E Y, SHEN R J. Time-frequency domain analysis of frequency-hopping signals with blind parameter estimation method[J]. *Signal Processing*, 2007(2): 210-213. (in Chinese)
- [8] 杨鑫, 郭英. 基于二次迭代稀疏重构的跳频信号参数估计[J]. *传感器与微系统*, 2019, 38(10): 44-46, 50.
- YANG X, GUO Y. Estimation of frequency hopping signal parameters based on quadratic iterative sparse reconstruction [J]. *Sensors and Microsystems*, 2019, 38(10): 44-46, 50. (in Chinese)
- [9] 李红光, 郭英, 张坤峰, 等. 基于自适应网格的跳频信号参数估计[J]. *系统工程与电子技术*, 2019, 41(8): 1865-1872.
- LI H G, GUO Y, ZHANG K F, et al. Adaptive mesh-based frequency hopping signal parameter estimation[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2019, 41(8): 1865-1872. (in Chinese)
- [10] 窦琨, 冷洪勇. 基于稀疏重构的网络通信跳频信号参数估计算法[J]. *电子设计工程*, 2023, 31(5): 135-138, 143.
- DOU K, LENG H Y. A sparse reconstruction-based algorithm for estimating frequency hopping signal parameters for network communications [J]. *Electronic Design Engineering*, 2023, 31(5): 135-138, 143. (in Chinese)
- [11] 杨佳, 黄志英, 关卿, 等. 一种跳频信号实时跟踪与参数估计方法[J]. *太赫兹科学与电子信息学报*, 2018, 16(2): 253-258.
- YANG J, HUANG Z Y, GUAN Q, et al. A real-time tracking and parameter estimation method for frequency hopping signals [J]. *Journal of Terahertz Science and Electronic Information*, 2018, 16(2): 253-258. (in Chinese)
- [12] 范海宁, 郭英, 艾宇. 基于原子分解的跳频信号盲检测和参数盲估计算法[J]. *信号处理*, 2010, 26(5): 695-702.
- FAN H N, GUO Y, AI Y. Atomic decomposition-based algorithm for blind detection and blind estimation of parameters of frequency hopping signals [J]. *Signal Processing*, 2010, 26(5): 695-702. (in Chinese)
- [13] 付卫红, 张云飞, 韦娟, 等. 基于滑窗和原子字典的压缩域跳频信号参数估计算法[J]. *电子与信息学报*, 2017, 39(11): 2600-2606.
- FU W H, ZHANG Y F, WEI J, et al. Sliding window and atomic dictionary based algorithm for compressed domain frequency hopping signal parameter estimation[J]. *Journal of Electronics and Information*, 2017, 39(11): 2600-2606. (in Chinese)
- [14] 赵俊, 张朝阳, 赖利峰, 等. 一种基于时频分析的跳频信号参数盲估计方法[J]. *电路与系统学报*, 2003(3): 46-50.
- ZHAO J, ZHANG C Y, LAI L F, et al. A blind estimation method of frequency hopping signal parameters based on time-frequency analysis[J]. *Journal of Circuits and Systems*, 2003(3): 46-50. (in Chinese)
- [15] ANGELOSANTE D, GIANNAKIS G B, SIDIROPOULOS N D. Estimating multiple frequency-hopping signal parameters via sparse linear regression[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(10): 5044-5056.
- [16] 付卫红, 张云飞, 韦娟, 等. 基于压缩感知的跳频信号参数盲估计算法[J]. *通信学报*, 2017, 38(12): 48-56.
- FU W H, ZHANG Y F, WEI J, et al. Blind estimation algorithm of frequency hopping signal parameters based on compressed sensing[J]. *Journal of Communication*, 2017, 38(12): 48-56. (in Chinese)
- [17] 沙志超, 黄知涛, 周一宇, 等. 基于稀疏重构的跳频信号时频分析方法[J]. *通信学报*, 2013, 34(5): 107-112.
- SHA Z C, HUANG Z T, ZHOU Y Y, et al. A time-frequency analysis method for frequency hopping signals based on sparse reconstruction [J]. *Journal of Communications*, 2013, 34(5): 107-112. (in Chinese)
- [18] 郭英, 于欣永, 张坤峰, 等. 基于T-SBL的多跳频信号参数估计[J]. *华中科技大学学报(自然科学版)*, 2018, 46(2): 95-99.
- GUO Y, YU X Y, ZHANG K F, et al. Multi-hopping frequency signal parameter estimation based on T-SBL[J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2018, 46(2): 95-99. (in Chinese)
- [19] 范海宁, 郭英. 一种新的跳频信号参数盲估计算法[J]. *信号处理*, 2009, 25(11): 1754-1758.
- FAN H N, GUO Y. A new blind estimation algorithm for frequency hopping signal parameters[J]. *Signal Processing*, 2009, 25(11): 1754-1758. (in Chinese)
- [20] TANG G G, BHASKAR B N, SHAH P, et al. Compressed sensing off the grid[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(11): 7465-7490.
- [21] LU Z Q, YING R D, JIANG S, et al. Distributed compressed sensing off the grid[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2015, 22(1): 105-109.
- [22] 陈栩杉, 张雄伟, 杨吉斌, 等. 如何解决基不匹配问题: 从原子范数到无网格压缩感知[J]. *自动化学报*, 2016, 42(3): 335-346.
- CHEN X S, ZHANG X W, YANG J B, et al. How to solve the base mismatch problem; from atomic paradigms to meshless compressed perception[J]. *Journal of Automation*, 2016, 42(3): 335-346. (in Chinese)
- [23] DUMITRESCU B. Positive trigonometric polynomials and signal processing applications [M]. Berlin, Germany: Springer, 2007.
- [24] STURM J F. Using SeDuMi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones[J]. *Optimization Methods and Software*, 1999, 11(1/2/3/4): 625-653.
- [25] TOH K, TÛTÛNCÛ R, TODD M. On the implementation of SDPT3 (version 3.1) - a MATLAB software package for semidefinite-quadratic-linear programming[C]//Proceedings of 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2004: 235-237.
- [26] NATARAJAN B K. Sparse approximate solutions to linear systems[J]. *SIAM Journal on Computing*, 1995, 24(2): 227-234.