

基于三元数指数傅里叶矩的彩色图像鲁棒可逆水印算法

高嘉玥¹, 刘西林^{2,3}, 孙静宇¹

(1. 太原理工大学软件学院, 山西 晋中 030600;

2. 太原理工大学计算机科学与技术学院(大数据学院), 山西 晋中 030600;

3. 东南大学计算机科学与工程学院, 江苏 南京 211189)

摘要: 现有彩色图像水印算法存在各通道间彼此独立、忽视了通道间的内在关联问题。为了实现在彩色图像中嵌入鲁棒可逆水印, 提出一种基于三元数指数傅里叶矩(TEFM)的彩色图像鲁棒可逆水印算法。首先, 结合三元数理论与指数傅里叶矩构造了 TEFM 变换; 然后, 利用两阶段鲁棒可逆水印算法在 TEFM 域嵌入水印信息。第一阶段通过量化索引调制(QIM)方法, 对标准化后的 TEFM 变换系数进行修改来嵌入水印; 第二阶段通过预测误差扩展的方法将嵌入鲁棒水印引起的失真作为补偿信息可逆地嵌入到鲁棒水印图像中。实验结果表明, 所提算法在最终水印图像中的平均峰值信噪比(PSNR)在 44 dB 以上, 并且在未受攻击下可以无损恢复原始图像, 与现有算法相比, 在对图像进行中值滤波、均值滤波、椒盐噪声等常规攻击下的误码率(BER)有不同程度的降低, 其中在受到中值滤波 3×3 的攻击下, 比其他三种先进方法的平均 BER 分别降低了 16.7%、7.6%、6.8%。因此, 所提的水印算法具有不可见性、高容量、可逆性和较高的鲁棒性。

关键词: 彩色图像; 鲁棒可逆水印; 指数傅里叶矩; 三元数变换; 量化索引调制

中图分类号: TP391

文献标志码: A

DOI: 10.19678/j.issn.1000-3428.0070328

Robust Reversible Watermarking Algorithm for Color Images Based on Trinion Exponential Fourier Moments

GAO Jiayue¹, LIU Xilin^{2,3}, SUN Jingyu¹

(1. School of Software, Taiyuan University of Technology, Jinzhong 030600, Shanxi, China;

2. College of Computer Science and Technology (College of Data Science),
Taiyuan University of Technology, Jinzhong 030600, Shanxi, China;

3. School of Computer Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 211189, Jiangsu, China)

【Abstract】 Existing color image watermarking algorithms are applied between channels that are independent of each other, ignoring the intrinsic correlation between the channels. To achieve the embedding of robust reversible watermarking in color images, a color image robust reversible watermarking algorithm based on the Trinion of Exponential Fourier Moments (TEFM) is proposed. First, the trinion theory and exponential Fourier moments are used to construct the TEFM transform, and then, a two-stage robust reversible watermarking algorithm is used to embed the watermark information in the TEFM domain. In the first stage, the standardized TEFM transform coefficients are modified through Quantization Index Modulation (QIM) to embed the watermark; in the second stage, the distortions caused by embedding robust watermarks are embedded into the robust watermarked image as compensatory information through the prediction error expansion method. Experimental results show that the average Peak Signal-to-Noise Ratio (PSNR) of the final watermarked image obtained using this algorithm is greater than 44 dB. The original image can be recovered losslessly under unattacked conditions. The Bit Error Rate (BER) is reduced to different degrees compared with that for existing algorithms under regular attacks on the image, such as median filtering, mean filtering, and salt-and-pepper noise. Under the attack of 3×3 median filtering, average BER reductions of 16.7%, 7.6%, and 6.8% are achieved compared with other three state-of-the-art methods, respectively. These results confirm that the proposed watermarking algorithm offers invisibility, high capacity, reversibility, and high robustness.

【Key words】 color image; robust reversible watermarking; exponential Fourier moments; trinion transform; Quantization Index Modulation (QIM)

基金项目: 山西省应用基础研究计划(202103021224057)。

作者简介: 高嘉玥(CCF 学生会员), 女, 硕士研究生, 主研方向为图像水印; 刘西林, 讲师、博士; 孙静宇(通信作者), 副教授、博士。

收稿日期: 2024-09-05

修回日期: 2025-01-06

E-mail: sunjingyu@tyut.edu.cn

0 引言

随着信息技术的飞速发展和广泛应用,图像、音频、视频等数字媒体在用户间的传输变得更加便捷,作为信息存储载体的数字图像在网络上极易被不法分子非法传播和篡改,因此数字图像的版权保护、完整性认证问题日益受到重视。水印作为一种有效的信息隐藏手段,广泛应用于版权保护^[1]、身份验证、数据完整性验证等信息安全领域,其核心思想是利用人类视觉系统对亮度以及对对比敏感度的有限感知,将版权信息作为水印嵌入到载体中,通常水印信息具有良好的不可见性和鲁棒性,能在不影响图像视觉质量的情况下确定版权的归属。

传统的数字水印技术在实际应用中会导致载体图像的永久性失真。虽然这种失真通常难以察觉,但在军事、医学等特定领域中,要求能无损地恢复原始图像^[2]。因此,这些场景中水印不仅需要具备鲁棒性,还应具有可逆性^[3]。鲁棒性是指水印在经历各种图像处理操作后仍能被准确提取;可逆性是指在提取嵌入的水印后,原始图像可以完全恢复。因此鲁棒可逆水印(RRW)的研究逐渐兴起。WANG 等^[4]提出了一种基于独立嵌入域的两阶段 RRW 框架,该框架将水印过程分成两个独立的阶段,第一阶段通过使用鲁棒水印方法将水印信息嵌入到原始图像中得到鲁棒水印图像,第二阶段将用于恢复原始图像的补偿信息嵌入到鲁棒水印图像中,生成最终水印图像,实现身份验证和原始图像无损恢复。

随着彩色图像使用量增大,研究者们提出了大量彩色图像水印算法^[5],与灰度图像水印技术相比,其具有更高的嵌入容量和更好的不可见性。FARES 等^[6]提出了一种基于 Fourier 变换的彩色图像水印方案,首先将图像分为 R、G、B 三个分量,对每个分量分别进行变换,将得到的系数根据奇偶性结合起来,将水印隐藏在中频带中。MOOSAZADEH 等^[7]提出了一种在 YCbCr 颜色空间的基于离散余弦变换(DCT)系数关系的水印方案,首先将载体图像从 RGB 色彩空间转换到 YCbCr 色彩空间,并将 Y、Cb、Cr 三个分量分离,再对 Y 分量进行 DCT 分解为 8×8 的块,并通过计算方差得到每个块的复杂度,选择最复杂的块进行水印嵌入。现有的彩色图像水印算法在处理彩色图像时大多是通过分解颜色通道,按灰度图像水印进行处理,其本质没有改变,色彩通道间相互独立,忽略了通道间的内在关联^[8],影响水印的不可见性。图

像矩有良好的图像重建能力和几何不变性,因此研究者们将四元数理论^[9]与图像矩理论相结合,提出了一系列四元数矩对彩色图像进行处理^[10],将彩色图像的三通道视为一个整体嵌入水印信息,保留并利用了彩色图像三通道间的内在关联。LI 等^[11]提出一种基于四元数离散傅里叶变换(QDFT)的彩色图像水印算法,首先分别对载体图像进行 QDFT 和四元数 QR 分解,获取四元数矩阵的标量部分进行水印信息嵌入,将 QR 分解产生的四元数矩阵的标量部分分成块并计算熵,选择熵值高的块嵌入水印信息,然后使用量化索引调制(QIM)方法将水印信息嵌入到块中,实现水印的嵌入和盲提取。由于彩色图像具有三个颜色分量,四元数在表示彩色图像时使用四个通道会造成信息冗余和计算成本高。为此,研究人员提出了 trinion 彩色图像处理的概念^[12]。使用三元数来描述彩色图像可以有效避免信息冗余,提升计算效率。WANG 等^[13]提出了一种基于三元径向谐波傅里叶矩(TRHFM)的鲁棒立体图像零水印算法,首先计算原始图像的 TRHFM,根据逻辑映射随机选择的 TRHFM 大小获得二元特征图像,将其与置换的标志图像进行按位互斥或运算得到零水印图像,与其他零水印算法相比,所提算法对各种攻击具有较强的鲁棒性。

近年来,基于指数傅里叶矩(EFM)的水印算法因其良好的鲁棒性和图像描述能力而受到广泛关注^[14]。刘西林等^[15]在 EFM 计算中应用了快速傅里叶变换,使得计算更加准确和快速。EFM 可以用来重建图像,能够有效抵抗多种图像攻击。

本文将三元数理论与 EFM 相结合,提出对彩色图像进行整体处理的三元数指数傅里叶矩(TEFM),利用三元数对彩色图像的三通道信息进行关联,增加水印的不可见性和鲁棒性,避免信息冗余,提高计算效率。同时,通过量化索引调制技术与可逆水印技术,实现水印的盲提取和原始图像的无损恢复。接下来的部分将介绍 TEFM 的构造方法,利用 TEFM 设计彩色图像的鲁棒可逆水印方法,并通过实验分析计算补偿信息、量化步长的影响、原始图像的恢复能力、水印的不可见性和对各种常规攻击的鲁棒性。具体的,本文工作有:

- 1) 提出了 TEFM,并推导了相应的计算方法。
- 2) 采用彩色图像像素值整体处理的方式,解决了彩色图像中嵌入鲁棒可逆水印的问题。
- 3) 使用两阶段的鲁棒可逆水印算法,实现了水印的高鲁棒性和高不可见性。

1 相关工作

1.1 指数傅里叶矩

EFM 是一种径向正交矩变换,其定义为:

$$E_{nm} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) T_n^*(r) \exp(-jm\theta) r dr d\theta \quad (1)$$

式中: $f(r, \theta)$ 为极坐标下图像; n, m 分别为矩的阶数和重复度, 满足 $|n|, |m| = 0, 1, \dots, \infty$; T_n^* 为 T_n 的共轭; T_n 表示径向基本函数。 T_n 的表达式如下:

$$T_n(r) = \sqrt{\frac{1}{r}} \exp(j2n\pi r) \quad (2)$$

EFM 的核函数 P_{nm} 由径向函数 $T_n(r)$ 和指数函数组成, 即:

$$P_{nm}(r, \theta) = T_n(r) \exp(jm\theta) \quad (3)$$

核函数在区间 $0 \leq r \leq 1, 0 \leq \theta \leq 2\pi$ 中满足以下正交条件:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^1 P_{nm}(r, \theta) P_{n'm'}^*(r, \theta) r dr d\theta = 2\pi \delta_{nn'} \delta_{mm'} \quad (4)$$

式中: δ 为 Kronecker 函数。 Kronecker 函数定义为:

$$\delta_{kk'} = \begin{cases} 1, & k = k' \\ 0, & k \neq k' \end{cases} \quad (5)$$

根据式(4), 利用有限个数的 EFM 及其核函数可以对图像进行重建, 即:

$$\hat{f}(r, \theta) \approx \sum_{n=-n_{\max}}^{n_{\max}} \sum_{m=-m_{\max}}^{m_{\max}} E_{nm} T_n(r) \exp(jm\theta) \quad (6)$$

式中: n_{\max} 表示其最大阶数; m_{\max} 表示其最大重复度。 随着阶数的增大, 重建图像与原始图像的相似度也增加。

由于数字图像用笛卡儿坐标表示, EFM 的计算需要在笛卡儿坐标和极坐标之间转换, 并且具有迭代过程, 从而引起误差。 当 $r \rightarrow 0$ 时, 直接计算 $T_n(r)$, 会存在数值不稳定性, 因此使用一种在极坐标系中进行的快速傅里叶变换^[16] 计算 EFM, 可以有效减少数值误差, 提高计算的准确性。

低阶时 EFM 在有无噪声影响下的图像重建质量都高于 Zernike 矩 (ZMs)^[17]、贝塞尔-傅里叶矩 (BFMs)^[18]、径向谐波傅里叶矩^[19] 和极性复指数变换 (PCET)^[20] 等, EFM 的鲁棒性更高, 不易受噪声干扰。 由于指数傅里叶矩中的径向函数和角函数可以统一计算, 因此计算成本低。

1.2 三元数

三元数是一种超复数, 与复数相比增加了一个虚数单位, 将复数扩展到三维, 由一个实数部分和两个虚数部分组成, 其基本形式为:

$$P = a + bi + cj \quad (7)$$

式中: a, b, c 为实数, i, j 为虚部单位。 当 $a = 0$ 时, P 为纯三元数。 三元数的共轭 P^* 表示为 $P^* = a - bi - cj$ 。 i, j 满足以下性质:

$$i^2 = j, ij = ji = -1, j^2 = -i \quad (8)$$

P 的模量为:

$$|P| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \quad (9)$$

当 $|P| = 1$ 时, P 为单位纯三元数。

任意三元数通过欧拉公式变换可写为:

$$p = |p| (\cos(\varphi) + \phi \sin(\varphi)) \quad (10)$$

式中: $\varphi = \frac{ib + jc}{|ib + jc|}$; $\phi = \arctan \frac{|ib + jc|}{a}$ 为特征角。

根据三元数的定义, 三元数可以表示彩色图像的像素, 彩色图像 $f(r, \theta)$ 用三通道表示为:

$$f(r, \theta) = f_R(r, \theta) + f_G(r, \theta)i + f_B(r, \theta)j \quad (11)$$

式中: $f_R(r, \theta)$ 、 $f_G(r, \theta)$ 、 $f_B(r, \theta)$ 分别表示红色、绿色和蓝色分量。 因此, 三元数的彩色图像处理可以保留图像不同通道之间的内在联系。

2 三元数指数傅里叶矩变换

2.1 TEFM 的定义

将三元数理论与 EFM 相结合, 由于三元数欧拉公式的复杂性, 因此为了保证 TEFM 逆变换成立, 不能直接使用指数函数来定义 TEFM, 计算时需要使用类似欧拉公式把核函数转换成三角函数的形式。 本文将 TEFM 定义为:

$$H_{nm} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) \sqrt{\frac{2}{r}} (\cos(2\pi nr + m\theta) - \mu_1 \sin(2\pi nr + m\theta)) r dr d\theta \quad (12)$$

式中: $f(r, \theta)$ 为极坐标下的彩色图像, 其像素值为三元数; n, m 分别为矩的阶数和重复度, 满足 $|n|, |m| = 0, 1, \dots, \infty$; μ_1 为单位纯三元数, $\mu_1 = \frac{i-j}{\sqrt{2}}$ 。

相应的 TEFM 逆变换表示为:

$$f(r', \theta') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{nm} \sqrt{\frac{2}{r}} (\cos(2\pi nr + m\theta') + \mu_2 \sin(2\pi nr + m\theta')) \quad (13)$$

式中: μ_2 是一个三元数, 需要满足 $\mu_1 \mu_2 = -1$, 因此 $\mu_2 = \frac{(-1-i+j)}{\sqrt{2}}$ 。

2.2 TEFM 的计算与重建

在计算彩色图像的 TEFM 时,可以利用彩色图

$$\begin{aligned}
 H_{nm} = & \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 f(r, \theta) \sqrt{\frac{2}{r}} (\cos(2\pi nr + m\theta) - \mu_1 \sin(2\pi nr + m\theta)) r dr d\theta = \\
 & \text{Re}(\text{EFM}(f_R(r, \theta))) + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{EFM}(f_G(r, \theta))) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{EFM}(f_B(r, \theta))) + \\
 & i \left(\text{Re}(\text{EFM}(f_G(r, \theta))) + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{EFM}(f_R(r, \theta))) + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{EFM}(f_B(r, \theta))) \right) + \\
 & j \left(\text{Re}(\text{EFM}(f_B(r, \theta))) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{EFM}(f_R(r, \theta))) + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{EFM}(f_G(r, \theta))) \right) \quad (14)
 \end{aligned}$$

式中: $\text{EFM}(f_R(r, \theta))$ 、 $\text{EFM}(f_G(r, \theta))$ 、 $\text{EFM}(f_B(r, \theta))$ 分别为彩色图像 R、G、B 分量的 EFM 系数; $\text{Re}(x)$ 、 $\text{Im}(x)$ 分别表示实部和虚部。原始图像

$$\begin{aligned}
 f(r', \theta') = & \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} H_{nm} \sqrt{\frac{2}{r}} (\cos(2\pi nr + m\theta') + \mu_2 \sin(2\pi nr + m\theta')) = \\
 & \text{Re}(\text{IEFM}(H_{nm}^1)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^1)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^i)) + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^j)) + \\
 & i \left(\text{Re}(\text{IEFM}(H_{nm}^i)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^1)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^i)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^j)) \right) + \\
 & j \left(\text{Re}(\text{IEFM}(H_{nm}^j)) + \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^1)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^i)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\text{IEFM}(H_{nm}^j)) \right) = \\
 & f'_R(r', \theta') + i f'_G(r', \theta') + j f'_B(r', \theta') \quad (15)
 \end{aligned}$$

式中: $f'_R(r', \theta')$ 、 $f'_G(r', \theta')$ 、 $f'_B(r', \theta')$ 分别表示重建彩色图像 $f'(r', \theta')$ 对应的 R、G、B 三个通道。

为了验证 TEFM 的计算与其重建效果,通过计算原始图像与重建图像之间的均方误差 (MSRE, ϵ_{MSRE})^[21] 来衡量图像质量。MSRE 越小表示重建图像与原始图像越接近。 $f(x, y)$ 表示大小为 $M \times N$ 的图像, $f'(x, y)$ 表示其重建图像, ϵ_{MSRE} 的定义为:

$$\epsilon_{\text{MSRE}} = \frac{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - f'(x, y)]^2}{\sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f^2(x, y)} \quad (16)$$

如表 1 所示 (彩色效果见《计算机工程》官网 HTML 版,下同),以 256×256 像素的 Lena 图像为例, n_{max} 分别为 10、20、30、40、50 时 TEFM 的重建图像和对应的原始图像的差值图像及其 MSRE。从表 1 可以看出,虽然重建图像与原始图像存在误差,但是随着阶数的增加,MSRE 逐渐减小,重建图像与原始图像的相似度提高。

3 水印算法

本节提出了结合 TEFM 的两阶段鲁棒可逆水印算法,如图 1 所示,包括 3 个部分:鲁棒水印嵌入、补偿信息嵌入和水印提取。在鲁棒水印嵌入阶段,

像三个通道的 EFM 与 TEFM 的关系来推导 TEFM 的计算方法。彩色图像的 TEFM 可表示为:

可以利用有限的 TEFM 系数重建。当最大阶数为 n_{max} ,最大重复数为 m_{max} 时,原始彩色图像的近似重建公式为:

表 1 TEFM 图像重建分析

Table 1 Image reconstruction analysis using TEFM

重建图像	差值图像	n_{max}	MSRE
		10	0.036 4
		20	0.020 3
		30	0.015 1
		40	0.012 3
		50	0.010 7

首先计算原始图像的 TEFM,选择合适的系数通过量化索引调制方法嵌入水印图像 W ,将嵌入时引起的畸变变量重建成为残差图像,相加得到中间图像 I_w ,进行取整运算使得其像素值为 $0 \sim 255$ 的整数,生成鲁棒水印图像 I_{w1} 。在补偿信息嵌入阶段,将鲁棒水印嵌入时引起的畸变变量,取整误差和图像

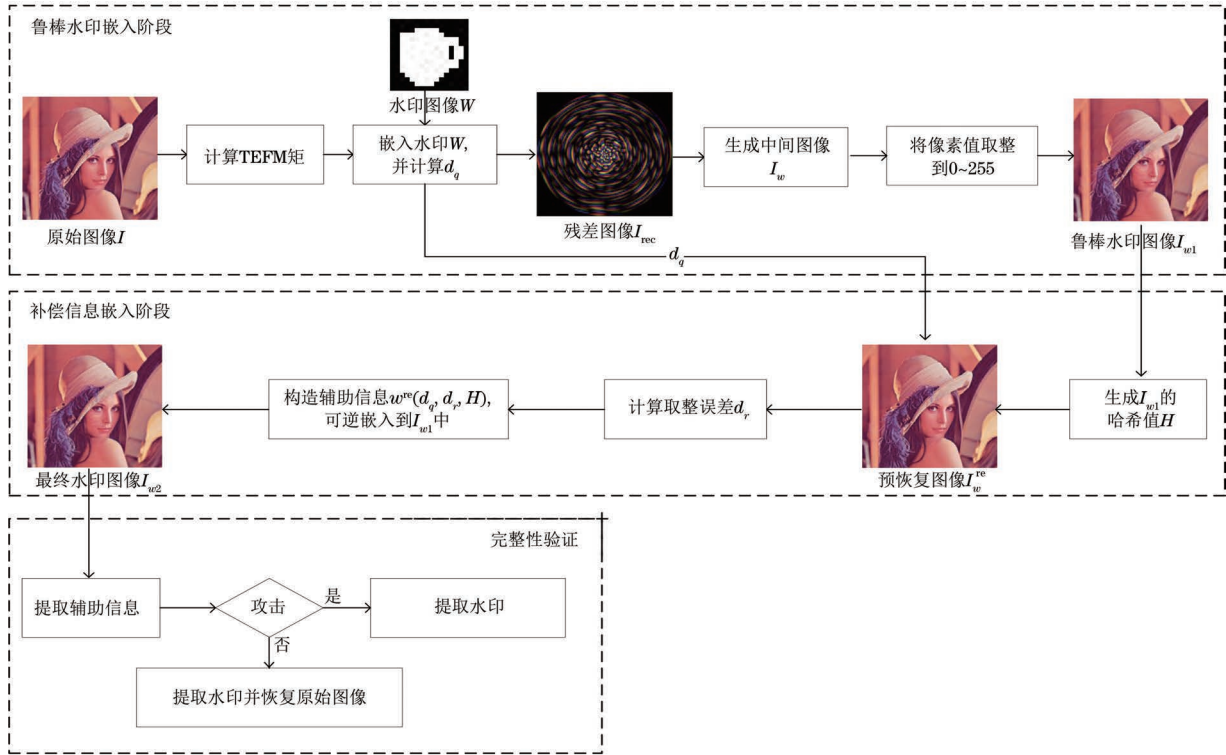


图 1 本文水印算法框架

Fig.1 The framework of the watermarking algorithm in this paper

I_{w1} 的哈希值组成补偿信息,可逆地嵌入到 I_{w1} 中,得到最终水印图像 I_{w2} 。在完整性验证阶段,首先从接收图像中提取补偿信息,恢复鲁棒水印图像,根据哈希值是否一致验证图像的完整性,判断其是否受到攻击。如果图像未受到攻击,则使用补偿信息恢复原始图像并提取水印,否则仅从图像中提取水印。

3.1 水印嵌入

在水印嵌入阶段采用了量化索引调制方法^[22],并且对变换系数采用了相同的自适应标准化方法以提高水印的鲁棒性。采用补偿信息的生成策略^[23],并且考虑了取整误差,使补偿信息变小且易于可逆嵌入。图 2 详细描述了将二值水印图像 W 嵌入到彩色载体图像 I 中的过程,以及如何构造补偿信息,并且可逆地嵌入到鲁棒水印图像中。

1) 计算原始图像 TEFM。设 I 为大小为 $K \times K$ 的原始图像,将 I 内切圆映射为单位圆, $A_{n,m}$ 为在单位圆内计算重复次数为 m ($-M \leq m \leq M$),阶数为 n ($-N \leq n \leq N$) 的 TEFM 系数,其中 N 和 M 分别表示最大阶数和最大重复度。

2) TEFM 的选择与自适应标准化。以常值为 128 的 256×256 像素彩色图像为例,表 2 列出了阶数为 $0 \leq n \leq 9$ 、重复次数为 $0 \leq m \leq 9$ 的 TEFM 系数。结果表明,当 $m = 4i, i \in Z$ 时的 TEFM 为非零数,说明其在计算过程中无法准确计算,存在偏离正交性,不适合水印嵌入。

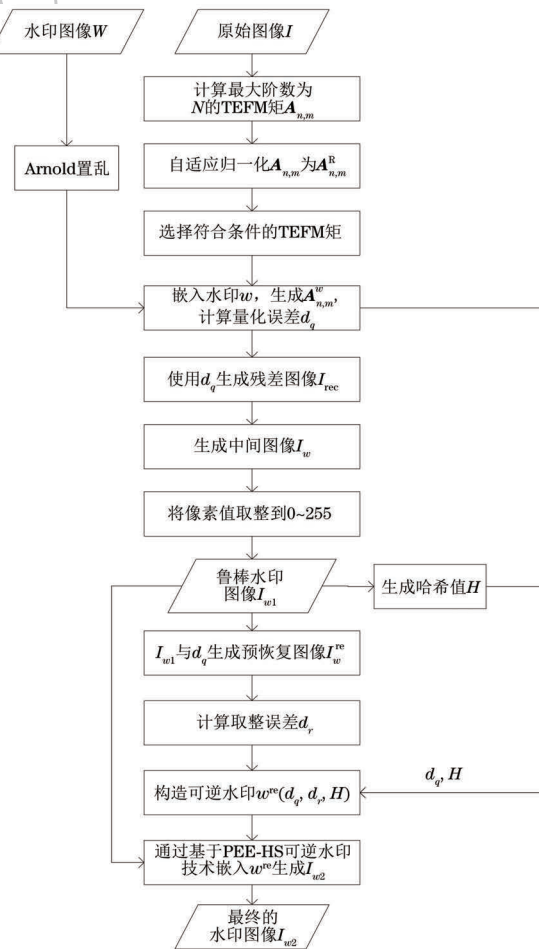


图 2 水印嵌入流程图

Fig.2 Watermark embedding flowchart

表 2 常值为 128 的 256×256 像素彩色图像的 TEFM 幅值

Table 2 TEFM amplitude of a 256×256 pixel color image with a constant value of 128

阶数	$m=0$	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$	$m=9$
$n=0$	146.860 7	0	0	0	0.067 4	0	0	0	0.044 5	0
$n=1$	18.621 2	0	0	0	0.068 3	0	0	0	0.045 1	0
$n=2$	10.287 2	0	0	0	0.069 0	0	0	0	0.045 7	0
$n=3$	7.100 6	0	0	0	0.069 9	0	0	0	0.046 2	0
$n=4$	5.395 2	0	0	0	0.070 6	0	0	0	0.046 8	0
$n=5$	4.327 9	0	0	0	0.071 3	0	0	0	0.047 3	0
$n=6$	3.595 7	0	0	0	0.072 0	0	0	0	0.047 7	0
$n=7$	3.061 9	0	0	0	0.072 6	0	0	0	0.048 1	0
$n=8$	2.655 8	0	0	0	0.073 2	0	0	0	0.048 5	0
$n=9$	2.336 9	0	0	0	0.073 8	0	0	0	0.048 8	0

因此,选择的矩的集合为 $C = \{A_{p,q}, m \neq 4i\}$ 。使用零阶矩 $A_{0,0}$ 对 TEFM 进行标准化,由于较大 $|n| + |m|$ 的 TEFM 对攻击的鲁棒性强,应增大其嵌入强度,提高其鲁棒性,因此使用自适应标准化方法:

$$A_{ni,mi}^R = \frac{A_{ni,mi}}{A_{00}} \times T_i \quad (17)$$

式中: $A_{ni,mi}^R$ 为自适应标准化后的矩; T_i 为其自适应标准化的权值。 $A_{ni,mi}^R$ 的幅值在 $(0, T_i)$ 内:

$$T_i = T_{\text{start}} - \gamma \times (|n_i| + |m_i|) \quad (18)$$

$$|A_{pi,qi}^{Rw}| = \begin{cases} Q(\text{floor}(|A_{pi,qi}^R|), \Delta) \times \Delta + d_i, & \text{if } w_i = 0 \\ Q\left(\text{floor}(|A_{pi,qi}^R|) - \frac{1}{2}\Delta, \Delta\right) \times \Delta + \frac{1}{2}\Delta + d_i, & \text{if } w_i = 1 \end{cases} \quad (19)$$

式中: $|A_{pi,qi}^{Rw}|$ 为 $|A_{pi,qi}^R|$ 嵌入水印后的 TEFM; $d_i = |A_{pi,qi}^R| - \text{floor}(|A_{pi,qi}^R|)$ 为 $|A_{pi,qi}^R|$ 的小数部分,在嵌入过程中保持不变; Δ 为量化步长; Q 为量化器。 Q 的表达式为:

$$Q(|A_{pi,qi}^R|, \Delta) = \text{round}\left(\frac{|A_{pi,qi}^R|}{\Delta}\right) \quad (20)$$

在得到带水印标准化的 TEFM 后进行反标准化得到带水印的 TEFM:

$$A_{pi,qi}^w = \frac{|A_{pi,qi}^{Rw}|}{|A_{pi,qi}^R|} \times A_{pi,qi} \quad (21)$$

4) 生成鲁棒水印图像。嵌入水印后的矩系数向量为 $A_{p,q}^w = \{A_{p1,q1}^w, \dots, A_{pLw,qLw}^w\}$ 。通过嵌入水印后的矩和原始矩的差值 $A_{n,m}^C = A_{n,m}^w - A_{n,m}$, 并将 i, j 两个分量的矩值设为 0 与其组合成三元数,利用式(13)和式(15),重构差值彩色图像 I_{rec} 。将 I_{rec} 与原始图像 I 合并,得到嵌入鲁棒水印的图像 I_w :

$$I_w = I + I_{\text{rec}} \quad (22)$$

由于图像是以 uint8 类型进行传输,因此需要

式中: T_{start} 表示自适应标准化权值的起始值; γ ($\gamma > 0$) 用来控制水印的嵌入强度,增加其鲁棒性。

3) 鲁棒水印嵌入。设 W 为二值水印图像,将其进行 Arnold 置乱,得到置乱后图像的比特序列为 $w_i, i=1, 2, \dots, L_w$ 。因为 TEFM 系数为三元数,所以本文将水印嵌入到 TEFM 系数的实部,一个 TEFM 系数嵌入一个比特的水印,因此按顺序从 C 中选取 L_w 个 TEFM 系数,生成嵌入鲁棒水印的向量 $A_{p,q}^R = \{A_{p1,q1}^R, \dots, A_{pLw,qLw}^R\}$ 。采用量化索引调制方法嵌入鲁棒水印得到 $|A_{p,q}^{Rw}|$, 水印嵌入公式为:

对 I_w 进行一次取整运算来保证像素为整数,生成鲁棒水印图像 I_{w1} ,其像素值为 $0 \sim 255$ 的整数。由于原始图像嵌入鲁棒水印后会造成失真,因此为了可以无损恢复原始图像,需要把失真数据作为补偿信息嵌入到鲁棒水印图像 I_{w1} 内。

5) 生成补偿信息。补偿信息由量化误差 d_q 、取整误差 d_r 和哈希值 H 组成。首先将鲁棒水印嵌入时引起的矩变化差值集合根据 IEEE 754 浮点数标准转换成一个二进制比特流,然后鲁棒水印图像 I_{w1} 生成散列 H 。在理想情况下,将 I_{w1} 与 I 之间的差值转换成二进制序列隐藏在 I_{w1} 中,可以用来恢复原始图像。然而,由于 I_{w1} 与 I 之间的差值较大,造成补偿信息过大可能无法可逆嵌入。因此,首先通过 I_{w1} 减去 I_{rec} 生成一个更接近 I 的预恢复图像 I_w^c ,同样对 I_w^c 进行一次取整操作。然后计算其与 I 之间的差值为 d_r ,与 I 和 I_{w1} 之间的差异相比, I 和 I_w^c 的差异较小,这样需要存储的二进制数据较少。由于 TEFM 保存了三通道之间的联系,因此彩色图像三通道都有相应的变化, d_r 是三个通道的图

像差值,补偿信息为 $\omega^{\text{re}} = \{d_q, d_r, H\}$ 。

$$I_w^{\text{re}} = I_{w1} - I_{\text{rec}} \quad (23)$$

$$d_r = I - I_w^{\text{re}} \quad (24)$$

6) 嵌入补偿信息。为了保证水印的不可见性与鲁棒性,将所有补偿信息分为三份,分别通过 PEE-HS 可逆嵌入方法^[24]嵌入到图像的三个通道内,生成最终的水印图像 I_{w2} 。虽然嵌入补偿信息会影响水印的鲁棒性,但其嵌入强度远低于水印的嵌入强度,因此补偿信息可以看作噪声,对水印的影响很小。

3.2 完整性验证

当接收端收到图像 \tilde{I}_{w2} 时,需要进行完整性验证,判断是否受到攻击。首先使用基于 PEE-HS 的可逆算法从中提取补偿信息并得到 \tilde{I}_{w1} , 计算 \tilde{I}_{w1} 的哈希值 H_1 , 与提取出的 \tilde{H} 进行比较,如果相同,则

说明传输过程中未受到攻击,否则为受到攻击。完整性验证流程如图 3 所示。

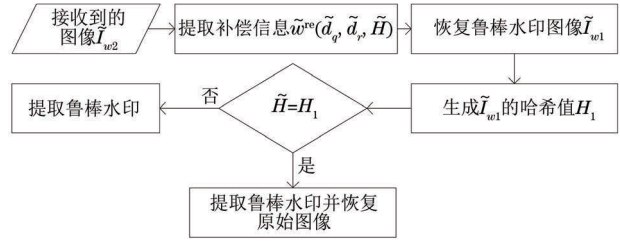


Fig.3 Integrity verification flowchart

3.3 水印提取与图像恢复

根据完整性认证的结果,若传输过程中未受到攻击,则可以准确提取水印并无损恢复原始图像,若受到攻击,也可提取水印进行版权验证。水印提取和图像恢复流程如图 4 所示。

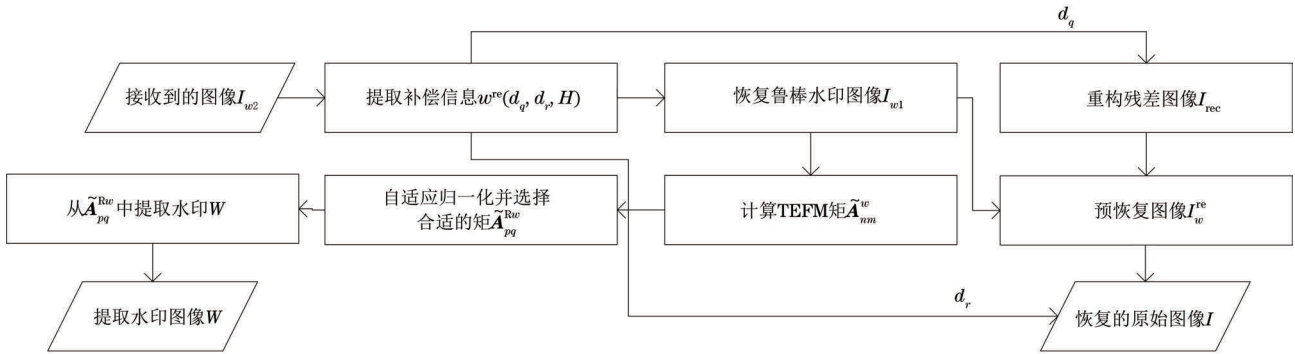


图 4 水印提取和图像恢复流程图

Fig.4 Watermark extraction and image recovery flowchart

3.3.1 图像恢复

1) 补偿信息的提取。在接收到未受攻击的图像时,按照 PEE-HS 提取方法从中提取出正确的补偿信息 $\omega^{\text{re}} = \{d_q, d_r, H\}$ 并得到鲁棒水印图像 I_{w1} 。

2) 重构残差图像。首先计算 I_{w1} 的 TEFM, 选择稳定的矩将其值改为二进制比特流 d_q 转换为的浮点型数据, 重构残差图像 I_{rec} , 生成预恢复图像 I_w^{re} , 计算公式如下:

$$I_w^{\text{re}} = I_{w1} - I_{\text{rec}} \quad (25)$$

3) 恢复原始图像。通过提取的取整误差 d_r 对去水印图像 I_w^{re} 进行补偿, 恢复原始图像, 公式如下:

$$I = I_w^{\text{re}} + d_r \quad (26)$$

3.3.2 水印提取

水印提取与水印嵌入过程类似, 从图像 \tilde{I}_{w2} 以相同的阶数和重复度计算 TEFM, 通过自适应标准化并选择稳定的矩, 得到 $\tilde{A}^{\text{Rw}} = \{\tilde{A}_{p1,q1}^{\text{Rw}}, \dots, \tilde{A}_{pL_W,qL_W}^{\text{Rw}}\}$ 。提取出的水印信息为 $\omega = \{\omega_i, i = 1, 2, \dots, L_W\}$ 。水印的提取方法如下:

$$\omega_i = \begin{cases} 0, & \text{if } d_1 \leq d_2 - \frac{\Delta}{2} \\ 1, & \text{if } d_1 > d_2 - \frac{\Delta}{2} \end{cases} \quad (27)$$

d_1 和 d_2 的计算式如下:

$$d_1 = \left| |\tilde{A}_{pi,qi}^{\text{Rw}}| - \left[\frac{\tilde{A}_{pi,qi}^{\text{Rw}}}{\Delta} \right] \times \Delta \right| \quad (28)$$

$$d_2 = \left| |\tilde{A}_{pi,qi}^{\text{Rw}}| - \left[\frac{|\tilde{A}_{pi,qi}^{\text{Rw}}| - \frac{\Delta}{2}}{\Delta} \right] \times \Delta \right| \quad (29)$$

4 实验分析与结果

本文实验分别使用 60 张 256×256 像素的载体图像^[25], 2 张 16×16 像素的水印图像^[26], 组合为 120 组原始图像和水印组合进行分析和说明, 将现有的 3 种先进方法 (Tang-PCET^[27]、Hu-PCET^[28] 和 Tang-PZM^[22]) 采用文献[7]中对彩色图像的处理方式, 即将彩色图像从 RGB 空间转换到 YCbCr 空间, 只在其 Y 通道进行水印嵌入。本

文方法的参数设置是根据文献[27]中的参数作为参考,首先确定最大阶数 N ,使其具有足够的 TEFM 可进行鲁棒水印嵌入的同时具有较小的计算复杂度,在此基础上由于量化步长 Δ 对水印的不可见性影响较大。随着量化步长的增大,水印的鲁棒性变高而不可见性变低。因此,首先确定量化步长,由于在 Δ 值相同的情况下,自适应标准化权值的起始值 T_{start} 越大,鲁棒水印的嵌入强度越小,调节 T_{start} 和 γ ,使其在不可见性效果相似的情况下,具有更强的鲁棒性。因此本文方法的参数 N 、 T_{start} 、 Δ 和 γ 分别设置为 26、7 000、35 和 30。测试图像如图 5 所示,选取了 5 张彩色标准测试图像以及两张水印图像。基准图像包括 Peppers、Lena、Flower、Elephant 和 Leopard。采用峰值信噪比 (PSNR) 作为衡量最终水印图像视觉质量的标准。实验结果表明,本文方法不仅具有良好的不可见性,也具有高鲁棒性。

表 3 本文方法的补偿信息量及 PSNR

Table 3 The compensation information capacity and PSNR of the method in this paper

步长	Peppers		Lena		Flower		Elephant		Leopard	
	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB
25	18 784	44.56	8 536	43.10	22 816	50.28	14 904	46.55	8 408	50.04
30	20 160	43.09	8 656	41.52	27 376	48.84	15 400	45.21	8 456	48.66
35	21 520	41.74	8 872	40.18	30 968	47.70	17 144	44.01	8 408	47.73
40	23 704	40.65	8 960	39.00	34 648	46.80	18 032	43.01	8 472	46.77
45	23 520	39.79	9 256	37.96	37 968	45.98	19 368	41.95	8 440	46.04

4.2 补偿信息

为了无失真恢复原始图像,需要将补偿信息可逆地嵌入到鲁棒水印图像中。如果补偿信息过大会影响水印的不可见性甚至无法嵌入到图像中,无法实现可逆性。

本文补偿信息包括 d_q 、 d_r 、 H 。 d_q 是矩的畸变信息,由 256 个单精度浮点数根据 IEEE 754 浮点数标准,转换为的 8 192 位二进制比特流,因此 d_q 的大小只与水印的位数有关,与量化步长无关,大大减小了补偿信息的大小。 H 是由鲁棒水印图像 I_{w1} 生成的哈希值。在图像的传输过程中可能会受到攻

表 4 Hu-PCET 的补偿信息量及 PSNR

Table 4 Compensation information capacity and PSNR of Hu-PCET

步长	Peppers		Lena		Flower		Elephant		Leopard	
	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB	信息量/bit	PSNR/dB
28	24 456	43.79	23 936	43.90	24 296	43.83	25 856	40.97	25 320	40.86
32	25 176	43.20	22 584	43.34	26 704	43.21	25 816	40.77	27 816	40.16
36	24 960	42.76	28 536	42.73	31 296	42.56	30 864	39.57	31 432	39.15
40	29 472	42.24	25 968	42.24	28 504	42.35	26 016	40.31	28 040	39.65
45	27 480	42.12	29 584	41.65	30 568	41.97	37 352	38.07	33 704	38.53

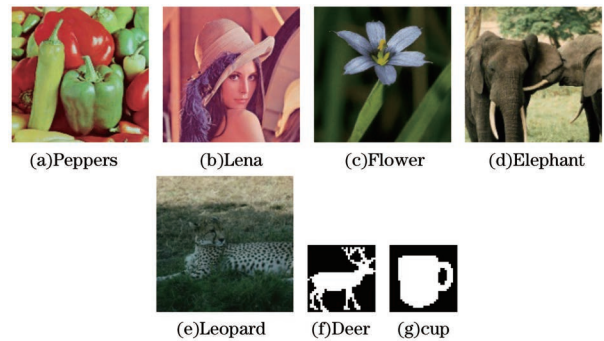


图 5 测试图像

Fig.5 Test images

4.1 量化步长选择

表 3 所示为量化步长范围在 25~45,间隔为 5,对 5 张测试图像进行补偿信息量和最终图像 PSNR 计算得到的结果。结果表明,随着量化步长的增加,补偿信息的容量会增加,同时,嵌入可逆水印图像的水印不可见性减少。本文选取了量化步长为 35,使其 PSNR 保持在 40 dB 以上。

击,因此图像的哈希值 H 用来对图像进行完整性验证。 d_r 是由鲁棒水印图像进行取整而产生的误差,是通过压缩原始图像与预恢复图像的差得到的。

Hu-PCET 的补偿信息是由量化误差、水印误差、舍入误差和图像哈希值组成,与量化步长有关。由于矩的畸变增大,因此量化误差 d_q 也会增加,水印误差 d_w 取决于水印长度。表 4 所示为量化步长为 28~45,利用 Hu-PCET 方法对 5 张基准图像进行补偿信息量和最终图像 PSNR 的结果。在 Lena 图像中,Hu-PCET 中步长为 36 时补偿信息量为 28 536 bit,而在本文方法中步长为 35 时,补偿信息

仅为 8 872 bit。若在相似的 PSNR 条件下对补偿信息量进行对比,例如当 PSNR 约为 41.0 dB 时,Lena 图像通过 Hu-PCET 方法得到的补偿信息量要远大于本文方法。

4.3 可逆性

根据第 3.3 节可知,如果图像在传输过程中没有受到攻击,则可以无损恢复原始图像并提取完全正确的水印信息,通过本文所提鲁棒可逆水印算法对 120 组原始图像和水印图像组合进行测试。实验结果表明,在不受到攻击的情况下,该方法可以准确恢复原始图像并且准确提取水印信息,图 6 是以 Lena 图像为例嵌入 cup 图像水印,图 6(c)为恢复的图像与原始图像之差,其三通道的像素值均为 0,可知恢复的图像与原始图像完全一致。图 6(d)为提取的水印图像,经过对比其与嵌入的水印图像完全一致。

4.4 不可见性

在图像中嵌入水印会对图像造成影响,为了证明水印的不可见性,对 120 组图像进行测试。表 5 是量化步长范围在 25~45,分别为 5 张标准图像的嵌入鲁棒水印图像和嵌入补偿信息最终图像的 PSNR。从表 5 可以看出,随着量化步长的增加,PSNR 减小,第一阶段嵌入水印对图像的视觉质量

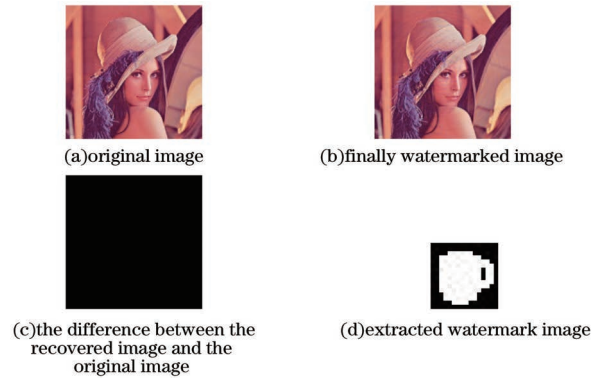


图 6 以 Lena 图像为例嵌入 cup 图像水印

Fig. 6 Embedding a watermark in a cup image using the Lena image as an example

影响较大,第二阶段嵌入补偿信息后的 PSNR 下降,对水印的不可见性造成影响,但是基本在 1 dB 以内。当量化步长为 35 时,最终水印图像的 PSNR 都大于 40 dB,因此最终图像水印的不可见性满足视觉质量要求。图 7 是以 Peppers 图像为例,量化步长为 35,其中图 7(d)为最终加入补偿信息后的图像与原始图像的差值,并且为了更易观察其影响,将其像素值扩大了 30 倍,从图 7(a)、图 7(b)和图 7(c)可以看出,即使添加了水印信息和补偿信息后和原图在视觉上也没有太大差异,水印不可察觉。

表 5 鲁棒水印图像 I_{w1} 和最终水印图像 I_{w2} 的 PSNR

Table 5 PSNR of robustly watermarked image I_{w1} and finally watermarked image I_{w2}

水印图像	测试图像	PSNR/dB				
		步长为 25	步长为 30	步长为 35	步长为 40	步长为 45
I_{w1}	Peppers	45.01	43.47	42.07	40.97	40.06
	Lena	43.25	41.64	40.27	39.10	38.03
	Flower	52.06	50.42	49.15	48.15	47.22
	Elephant	47.63	46.05	44.79	46.68	42.51
	Leopard	51.48	49.67	48.52	47.40	46.59
I_{w2}	Peppers	44.56	43.09	41.74	40.65	39.79
	Lena	43.10	41.52	40.18	39.00	37.96
	Flower	50.28	48.84	47.70	46.80	45.98
	Elephant	46.55	45.21	44.01	43.01	41.95
	Leopard	50.04	48.66	47.73	46.77	46.04

4.5 鲁棒性

为了证明所提方法对常规攻击的鲁棒性,本文分别使用所提方法和将现有的三种方法扩展到彩色图像领域,在不同常规攻击下对 120 组图像进行鲁棒性对比,鲁棒性的高低由误码率(BER)来表示,误码率被定义为提取出错误的水印比特数与鲁棒水印总比特数之间的比率。当 BER 小于 20%时说明水印是可检测的。图 8 是以 Lena 图像为例,分别为最终水印

图像受到 8 种常规攻击后的图像和从中提取出的水印图像,这些攻击包括中值滤波、均值滤波、椒盐噪声、高斯噪声、高斯模糊、旋转、缩放和 JPEG 压缩。

表 6 所示为不同方法对嵌入 cup 水印图像的 5 张标准图像和 120 组测试图像的 PSNR,调整 5 张标准图像加水印后的最终 PSNR,使其 PSNR 大致接近。从平均值 PSNR 来看,本文方法的 PSNR 要高于对比方法,因此具有更高的水印不可见性。

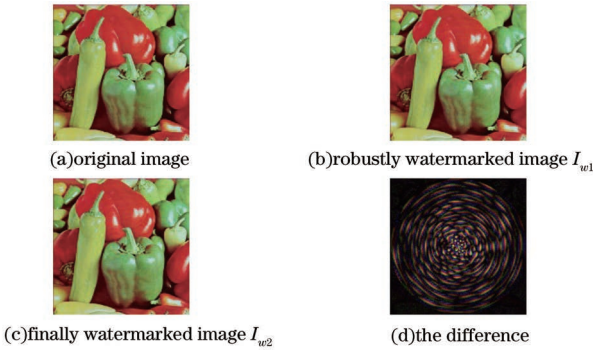


图 7 以 Peppers 为实例

Fig.7 Examples of the Peppers



图 8 不同攻击后的结果图

Fig.8 Result graphs after different attacks

表 6 不同方法的 PSNR 对比

Table 6 PSNR comparison among different methods

方法	PSNR/dB					
	Peppers	Lena	Flower	Elephant	Leopard	平均值
本文方法	41.74	40.18	47.70	44.01	47.73	44.97
Tang-PCET ^[27]	42.86	42.58	46.59	42.66	44.85	43.99
Hu-PCET ^[28]	42.76	42.73	42.55	39.57	39.15	41.73
Tang-PZM ^[22]	42.25	41.63	46.62	40.57	43.16	43.04

图 9 为本文方法和现有的 3 种方法对 120 组图像进行测试,分别在最终图像中添加各种攻击,得到误码率的平均值。其中图 9(a)为受到中值滤波攻击,当进行 5×5 的中值滤波时,Tang-PCET、Hu-PCET、Tang-PZM 的平均 BER 分别为 3.31%、4.22%、2.98%。本文方法的误码率最低。图 9(b)

为受到均值滤波攻击,本文方法相比其余三种具有更高鲁棒性。图 9(c)为添加 0.002~0.006 的椒盐噪声,结果表明,在图像受到此范围内的椒盐噪声攻击时,本文方法误码率均小于 20%,但略微高于 Tang-PZM,总的来说对椒盐噪声具有较好的鲁棒性。图 9(d)为添加均值为 0,方差范围在 0.002~0.006 的高斯噪声,在图像受到此范围内的高斯噪声攻击时,本文方法误码率均小于 20%,相比其余三种方法对高斯噪声具有更高的鲁棒性。图 9(e)为添加标准差为 0.5~1.5 的高斯模糊,结果表明,随着强度的增大,本文方法的 BER 逐渐增大,而本文方法与对比方法之间的误码率差也逐渐增大,Hu-PCET 的 BER 随着强度的增大有快速上升的趋势,甚至达到 40%左右。从图 9(f)和图 9(g)可以看出,在图像受到其攻击时,本文方法的 BER 均小于 10%,对旋转、缩放攻击的鲁棒性略高于对比方法,有较好的性能。图 9(h)为 JPEG 压缩时质量因子为 50~90,虽然本文方法针对 JPEG 的这种有损压缩方式的鲁棒性并不理想,但是在该范围内性能不如对比方法,在质量因子为 90 的情况下,BER 小于 20%,可进行有效鲁棒认证。因此,本文方法不仅 PSNR 大于对比方法,而且对大部分常规攻击具有更好的鲁棒性。

5 结束语

本文构造了 TEFM,并提出了基于 TEFM 的彩色图像鲁棒可逆水印算法。使用量化索引调制方法对 TEFM 变换系数进行自适应标准化,将水印信息嵌入到 TEFM 系数中,将水印嵌入导致的矩阵系数的畸变量直接作为量化误差,将量化误差、取整误差和图像哈希值构成的补偿信息作为可逆水印嵌入图像中,以确保原始图像的可逆恢复。实验结果表明,本文算法在保持良好水印不可见性的同时,对图像中值滤波、均值滤波、椒盐噪声、高斯噪声等常规攻击具有较高的鲁棒性,实现了对常规攻击的有效抵抗和对原始图像的无损恢复,为图像版权保护和完整性认证提供了一种高效可靠的解决方案。由于色彩空间转换不能完全可逆,难以采用传统的灰度图像鲁棒可逆水印算法,将 RGB 转换为其他色彩空间(如 YCbCr)后,在某一通道嵌入水印来实现鲁棒可逆。因此,采用超复数变换(如三元数变换)对色彩通道整体进行处理,是实现彩色图像鲁棒可逆水印算法的一个有效途径。下一步将扩展更多优秀的灰度图像鲁棒可逆水印算法到彩色图像处理领域中,进一步增强算法对常规攻击的抵抗能力,提高水印嵌入的容量。

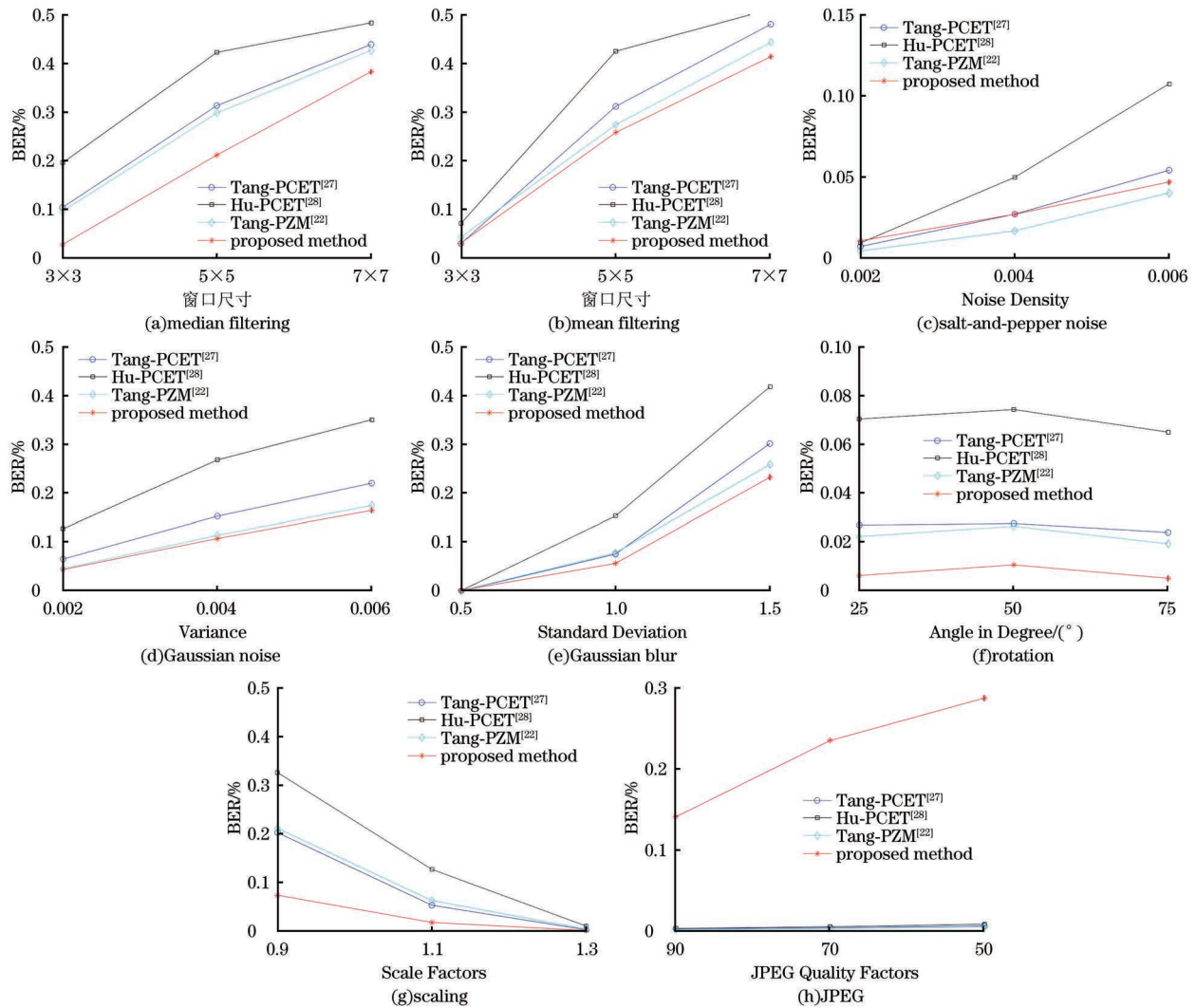


图 9 不同攻击下的水印鲁棒性比较

Fig. 9 Comparison of watermark robustness under different attacks

参考文献

- [1] AWASTHI D, TIWARI A, KHARE P, et al. A comprehensive review on optimization-based image watermarking techniques for copyright protection[J]. Expert Systems with Applications, 2024, 242: 122.
- [2] MA B, TAO Z Q, MA R H, et al. A high-performance robust reversible data hiding algorithm based on polar harmonic Fourier moments [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2024, 34(4): 2763-2774.
- [3] 欧博, 李晓龙, 倪蓉蓉, 等. 图像可逆信息隐藏研究发展综述[J]. 北京交通大学学报, 2022, 46(1): 1-10.
- OU B, LI X L, NI R R, et al. Review of reversible data hiding in images[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2022, 46(1): 1-10. (in Chinese)
- [4] WANG X, LI X L, PEI Q Q. Independent embedding domain based two-stage robust reversible watermarking[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, 2020, 30(8): 2406-2417.
- [5] 郑秋梅, 赵丹, 牛薇薇, 等. 基于多通道的彩色图像多重水印算法[J]. 计算机工程, 2024, 50(9): 246-254.
- ZHENG Q M, ZHAO D, NIU W W, et al. Multiple watermarking algorithm for color images based on multi-channel[J]. Computer Engineering, 2024, 50(9): 246-254. (in Chinese)
- [6] FARES K, AMINE K, SALAH E. A robust blind color image watermarking based on Fourier transform domain[J]. Optik, 2020, 208: 164562.
- [7] MOOSAZADEH M, EKBATANIFARD G. A new DCT-based robust image watermarking method using teaching-learning-based optimization [J]. Journal of Information Security and Applications, 2019, 47: 28-38.
- [8] CAO H J, HU F X, SUN Y H, et al. Robust and reversible color image watermarking based on DFT in the spatial domain [J]. Optik, 2022, 262: 169319.
- [9] 白杰, 赵琰. 结合四元数拉盖尔矩和三维结构的图像哈希[J]. 计算机工程, 2024, 50(4): 208-218.
- BAI J, ZHAO Y. Image Hash combining quaternion Laguerre moments and three-dimensional structures [J]. Computer Engineering, 2024, 50(4): 208-218. (in Chinese)
- [10] LIU X L, WU Y F, ZHANG H, et al. Quaternion discrete fractional Krawtchouk transform and its application in color image encryption and watermarking[J]. Signal Processing, 2021, 189: 108275.
- [11] LI M J, YUAN X C, CHEN H, et al. Quaternion discrete Fourier transform-based color image watermarking method using quaternion QR decomposition[J]. IEEE Access, 2020, 8: 72308-72315.

- [12] YAO Q J, SHAO Z H, SHANG Y Y, et al. Color image encryption based on discrete trinomial Fourier transform and random-multiresolution singular value decomposition [J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2020, 79(37): 27555-27581.
- [13] WANG C P, WANG X Y, XIA Z Q, et al. Ternary radial harmonic Fourier moments based robust stereo image zero-watermarking algorithm [J]. *Information Sciences*, 2019, 470: 109-120.
- [14] XIA Z Q, WANG C P, MA B, et al. Geometric attacks resistant double zero-watermarking using discrete Fourier transform and fractional-order exponent-Fourier moments [J]. *Digital Signal Processing*, 2023, 140: 104097.
- [15] 刘西林, 贺贤浩, 张昊, 等. 基于 Exponent Fourier 矩的双图像水印方法 [J]. *太原理工大学学报*, 2025, 56(3): 474-484. LIU X L, HE X H, ZHANG H, et al. Two images watermarking by using Exponent Fourier moments [J]. *Journal of Taiyuan University of Technology*, 2025, 56(3): 474-484. (in Chinese)
- [16] PING Z L, JIANG Y J, ZHOU S H, et al. FFT algorithm of complex exponent moments and its application in image recognition [C] // *Proceedings of the 6th International Conference on Digital Image Processing*. New York, USA: [s. n.], 2014:1-11.
- [17] SUN Y, YUAN X C, LIU T, et al. FRRW: a feature extraction-based robust and reversible watermarking scheme utilizing Zernike moments and histogram shifting [J]. *Journal of King Saud University-Computer and Information Sciences*, 2023, 35(8): 101698.
- [18] YANG T F, MA J F, MIAO Y B, et al. Quaternion weighted spherical Bessel-Fourier moment and its invariant for color image reconstruction and object recognition [J]. *Information Sciences*, 2019, 505: 388-405.
- [19] WANG W B, FENG L. Robust image watermarking using ant colony optimization and fast generic radial harmonic Fourier moment calculation [J]. *IET Image Processing*, 2024, 18(5): 1200-1212.
- [20] XIA Z Q, WANG X Y, WANG C P, et al. Novel quaternion polar complex exponential transform and its application in color image zero-watermarking [J]. *Digital Signal Processing*, 2021, 116: 103130.
- [21] WANG C P, GAO H L, MA B, et al. Color image analysis with novel trinomial decimal-order polar harmonic transforms [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, 410: 126453.
- [22] TANG Y C, WANG S, WANG C T, et al. A highly robust reversible watermarking scheme using embedding optimization and rounded error compensation [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2023, 33(4): 1593-1609.
- [23] FU D H, ZHOU X Y, XU L R, et al. Robust reversible watermarking by fractional order zernike moments and Pseudo-Zernike moments [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2023, 33(12): 7310-7326.
- [24] SACHNEV V, KIM H J, NAM J, et al. Reversible watermarking algorithm using sorting and prediction [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2009, 19(7): 989-999.
- [25] Computer Vision Group of Universidad de Granada. CVG-UGR image database [EB/OL]. [2024-08-01]. <https://ccia.ugr.es/cvg/dbimagenes/>, 2024-7-1.
- [26] Leonardo Chiariglione. MPEG 7 shape matching image database [EB/OL]. [2024-08-01]. <https://dabi.temple.edu/external/shape/MPEG7/dataset.html>, 2023-6-1.
- [27] TANG Y C, LI K S, WANG C T, et al. A two-stage robust reversible watermarking using polar harmonic transform for high robustness and capacity [J]. *Information Sciences*, 2024, 654: 119786.
- [28] HU R W, XIANG S J. Lossless robust image watermarking by using polar harmonic transform [J]. *Signal Processing*, 2021, 179: 107833.

文字编辑 薛晋栋
栏目编辑 宋圆