

基于微动特性的标签分层逐级更新的密集目标跟踪算法

陈智超, 许震俞, 郝金龙, 李东瀛, 郁文贤

(上海交通大学电子信息与电气工程学院感知与导航研究所, 上海 200240)

摘要: 针对密集群目标跟踪问题, 尤其是具有微动特性的目标, 在窄带雷达探测密集微动目标的过程中, 会出现多个目标进入同一分辨单元内或者交叉重叠的问题, 难以有效地区分目标, 导致检测过程出现误检漏检和跟踪过程出现航迹交叉、航迹消融, 影响检测跟踪的性能。为此, 提出一种基于微动特性的标签分层逐级更新的密集目标跟踪算法。在群目标检测分离过程中, 目标的微动特性具有较高的研究应用价值, 因此, 利用正弦调频傅里叶-贝塞尔变换(SFMFBT)分离微动目标, 提取目标的微动参数并给出编号, 同时通过信号处理在距离-多普勒-角度域提取目标状态参数, 联合构建滤波更新参数集。为了进一步提高跟踪算法的性能, 基于 DeepSORT 框架的多目标跟踪滤波更新机制, 针对密集目标跟踪航迹交叉问题, 设计一种标签分层逐级更新算法, 通过无迹卡尔曼滤波(UKF)对目标状态进行非线性估计, 以构建多 UKF 跟踪器对同向密集多目标进行快速且稳定的跟踪。仿真实验结果表明, 所提算法在处理密集目标跟踪任务中, 能够提高跟踪的精度和稳定性, 具有良好的工程应用潜力。

关键词: 微动特性; DeepSORT 框架; 标签分层逐级更新; 无迹卡尔曼滤波; 密集目标跟踪

中图分类号: TN953

文献标志码: A

DOI: 10.19678/j.issn.1000-3428.0070400

Dense Target Tracking Algorithm Based on Hierarchical and Gradual Update of Labels with Micro-Motion Characteristics

CHEN Zhichao, XU Zhenyu, HAO Jinlong, LI Dongying, YU Wenxian

(Institute of Sensing and Navigation, School of Electronic Information and Electrical Engineering,
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

【Abstract】 Aiming at the problem of tracking dense target groups, especially multi-targets with micro-motion characteristics, this study proposes a dense target tracking algorithm based on label hierarchical gradual updating with micro-motion characteristics. In narrowband radar detection of dense micro-motion targets, multi-targets enter into the same resolution unit or cross-overlap, making it difficult to distinguish targets. Consequently, misdetection and omission occur in the detection and tracking processes, such as trajectory intersection and trajectory ablation, affecting detection and tracking performance. Because the micro-motion characteristics of a target have high research value in the group target detection and separation process, this study utilizes the Sinusoidal Frequency Modulated Fourier-Bessel Transform (SFMFBT) to separate the micro-motion target; simultaneously extracts the micro-motion parameters of the target, identifies the number, and extracts the target state parameters in the distance-Doppler-angle domain through signal processing; and builds the filtering updating parameter set jointly. To improve the performance of the tracking algorithm, based on the multi-target tracking filter updating mechanism of the DeepSORT framework, a labeled hierarchical gradual updating algorithm is designed for the dense target tracking trajectory intersection and other problems. A nonlinear estimation of the target state is carried out by the Unscented Kalman Filtering (UKF) to construct a multi-UKF tracker for fast and stable tracking of isotropic dense multi-targets, and the tracking parameters are extracted and numbered by signal processing. Simulation results show that the proposed algorithm can improve tracking accuracy and stability in dense target tracking tasks and has potential engineering applications.

【Key words】 micro-motion characteristics; DeepSORT framework; hierarchical and gradual update of label; Unscented Kalman Filtering (UKF); dense target tracking

0 引言

近年来,随着低空经济的飞速发展及城郊低空

态势逐渐受到关注,在城市与郊区对低空目标的监管需求日益凸显。在对群目标(例如弹道目标、无人机等)的管控方面,如何高效地进行群目标的航迹跟

基金项目: 上海航天先进技术联合研究基金(USCAST2022-32)。

作者简介: 陈智超,男,硕士研究生,主研方向为雷达信号处理、目标检测与跟踪;许震俞、郝金龙,硕士研究生;李东瀛(通信作者),副教授、博士;郁文贤,教授、博士。

收稿日期: 2024-09-23

修回日期: 2025-01-06

E-mail: 582328458@qq.com

踪成为重要课题。低空群目标通常呈现出密集且具有微动特性的飞行模式,这种特性使得群目标的检测与跟踪面临诸多挑战,尤其是在群目标进入同一方位单元或交叉重叠时,传统检测与跟踪算法难以有效区分目标,进而导致航迹的混淆与跟踪误差的累积。

雷达作为一种高效的远程感知设备,能够对多个群目标进行方位、距离与速度信息的精确测量。利用雷达回波信息与点迹信息,基于群目标具有微动特征信息的思路,发展新的多目标跟踪检测机制,构建多目标航迹跟踪算法,用于解决密集群目标的航迹批号不稳定问题,以实现更精确、稳定的低空群目标航迹跟踪与实时管控。CHEN^[1]系统分析了目标或者目标的部件在运动过程中产生的振动、转动等微小运动,将这一类运动统称为微动,这种运动状态会对目标回波进行附加的频率调制并产生多普勒展宽,这种现象被称为微多普勒效应^[2]。

传统单基窄带雷达的微动特征提取方法一般分为两类:一类是基于目标时变散射特征分析的微动特征提取,目标雷达截面积(RCS)序列反映目标微动对窄带回波的调制特性,通过分析目标 RCS 序列相关性进行目标微动周期提取^[3-7],但需要至少 2 个周期以上的观测时间才能达到提取效果,存在倍频和分频的误差^[8];另一类是基于微多普勒分析的微动特征提取^[9],通过时频变换得到微多普勒目标时频像,进一步进行微动参数估计。在实际的目标运动回波中,微多普勒包含目标质心运动引起的平动微多普勒频移和微动引起的微动微多普勒频移。因此,基于微动多普勒分析的微动特征提取分为两个过程:微多普勒信号分离和特征提取。

由于微动目标具有周期性运动引起的回波附加多普勒调制,同时目标体上的散射中心随视角的变化而滑动^[10],信号上表现为正弦调频或者相位项多个正弦分量的叠加^[11]。而群目标的微动信号在多正弦分量叠加的基础上,信号表现为群目标中接收到的多个散射中心回波信号的叠加,且各瞬时频率相互影响。

群目标之间的距离往往小于窄带雷达的距离分辨率,因此雷达无法从距离上实现目标的有效分离。考虑到群目标中各子目标的微动差异特性,可以通过提取子目标的微动参数实现目标分离。近年来有一些研究基于变换域开展了微动特征的提取与分离^[11]。文献[12-14]将离散正弦调频变换(DSMT)引入到微动多目标的分离与参数提取,利用多分量信号在离散正弦调频变换中的聚敛特性,实现多信

号分量的分离,并估计出目标的振动频率。

文献[15]提出正弦调频傅里叶变换(SFMFT),建立了正弦调频信号域,利用长时间积累的微多普勒信息,实现多微动频率成分情况下的微动特征提取,但在信号分量达到 3 个以上时,信号在 SFMFT 域上的谱线会产生交叉干扰项,对判断频率成分产生较大影响。

为了解决 SFMFT 域中多信号分量交叉项的问题,文献[16]提出正弦调频傅里叶-贝塞尔变换(SFMFBT),利用信号的全部时间积累,克服了传统贝塞尔函数基变换域^[17-18]信号频率分辨率精度不足的缺陷,在多分量信号分离和调制频率估计方面具有更高的精度。同时,由于贝塞尔函数基对应的频率成分不可细分,在一定时间积累中存在信号频率分辨率不足的问题。文献[19]在此基础上引入 k -分辨参数,提出 k -分辨参数的正弦调频傅里叶-贝塞尔变换(k -SFMFBT),并对多目标、多散射中心的参数估计和信号分离重构进行仿真,并给出一系列分析,具有更高的积累增益和提取精度。

多目标跟踪(MOT)由于具有非常好的学术和商业潜力^[20],逐渐成为一个热门的研究课题。而作为信息感知领域中的雷达探测技术,成为多源信息融合的重要来源^[21-22]。其相关的雷达目标跟踪常常借鉴于计算机视觉领域的多目标跟踪技术,逐渐成为计算机感知科学领域的热点问题之一。

目前主流的 MOT 研究主要分为两类:基于检测的跟踪(DBT)和基于深度学习的跟踪。典型基于检测跟踪的 Online 多目标跟踪方法是 SORT(Simple Online and Realtime Tracking)^[23],核心思想是通过联合目标检测和运动预测进行目标跟踪,目的是在计算资源有限的情况下实现高效的目标跟踪。另一类则是 Deep-SORT^[24],在 SORT 的基础上增加了级联匹配、轨迹的确认态和不确认态,对于确认态使用级联匹配,基于距离信息和深度特征信息进行数据关联,对于不确认态则使用交并比(IoU)匹配进行数据关联,满足一定的条件轨迹才能在两种状态以及产生和消亡之间转变。

在针对密集群目标的跟踪任务中,目标往往具有高速微动、分布密集的特性,在跟踪过程中可能出现航迹交叉、航迹编号错误消融等影响跟踪性能的问题。文献[25-26]使用标签多伯努利(LMB)方法给出了针对雷达的量测与航迹对应的关联方法的研究,受到这种方法的启发,文献[26]针对水下无源声呐探测,提出基于 MUSIC 的标签多伯努利方法,对目标进行逐级更新。

在多目标跟踪任务中,面对具有微动特性的密集目标状态,通过构建标签分层逐级算法,筛选当前跟踪器最有效的量测更新,提高跟踪精度和鲁棒性。运用标签分层逐级更新的方法旨在通过多层次的状态估计和更新,逐步提高目标轨迹的置信度与质量。

本文基于此任务背景,在雷达动目标检测的背景中联合微动目标特性的参数估计,基于

DeepSORT 的滤波更新机制,构建航迹管理以及标签分层逐级更新算法。采用无迹卡尔曼滤波(UKF)设计跟踪器并嵌入模型,以构建多无迹卡尔曼滤波跟踪器的多目标跟踪算法。

1 密集目标跟踪算法

基于微动特性的标签分层逐级更新的密集目标跟踪算法总体框架如图 1 所示。

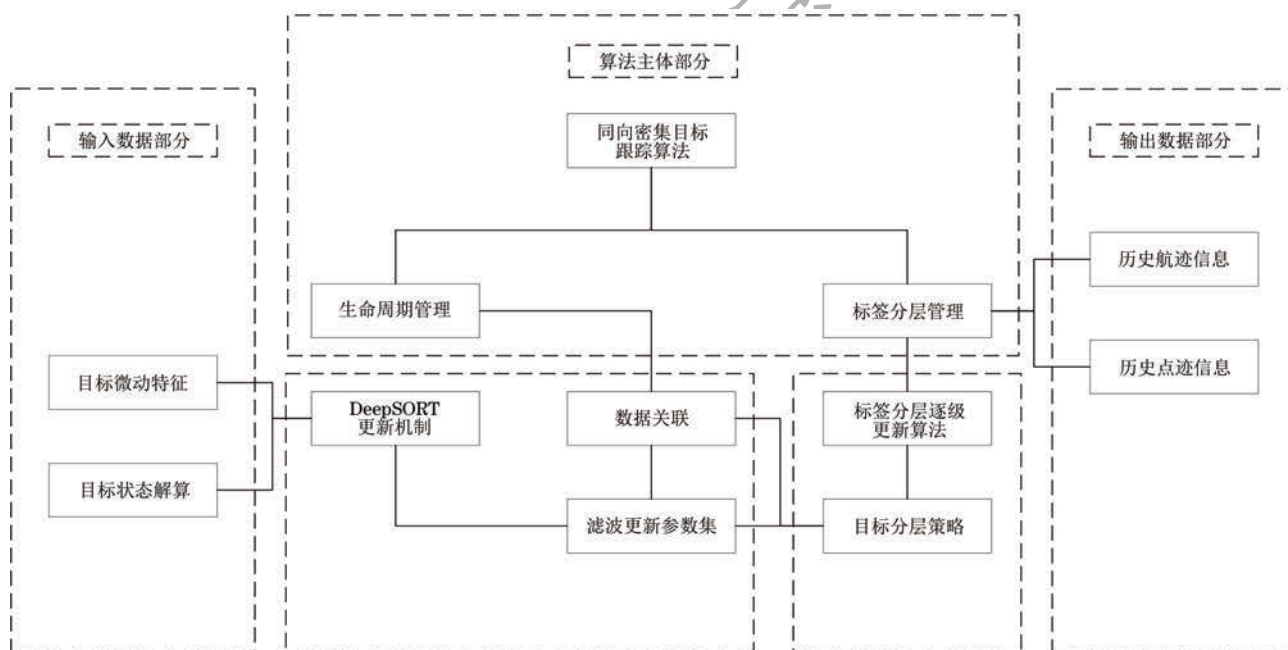


图 1 密集目标跟踪算法总体框架

Fig.1 Overall framework of dense object tracking algorithm

输入分为目标微动特征和目标状态解算 2 个部分。

1) 目标微动特征。

通过 FEKO 电磁仿真软件得到的 RCS 数据叠加在构建的目标微动模型中,经过平动补偿后得到包含目标微动特征的微多普勒图,如图 2 所示(彩色效果见《计算机工程》官网 HTML 版,下同),利用微动特征进行目标跟踪。

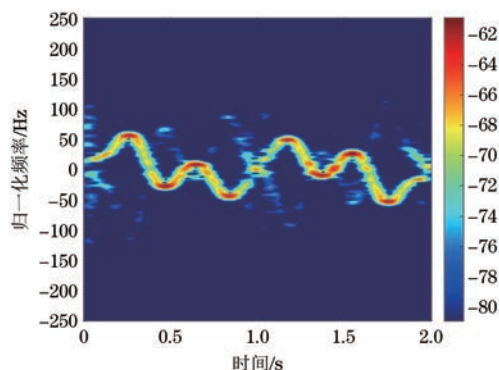


图 2 包含微动特性的目标微多普勒图

Fig.2 Target micro-Doppler diagram with micro-motion characteristics

2) 目标状态解算。

通过 Keystone 变换实现包络位移补偿,按相参积累时间分割距离-多普勒(RD)平面,在一个 CPI 内进行滤波加窗得到 RD 图后检测,解算得到距离、多普勒参数,并通过单脉冲测角得到方位俯仰角。图 3 为检测预处理后的某一帧 RD 图。

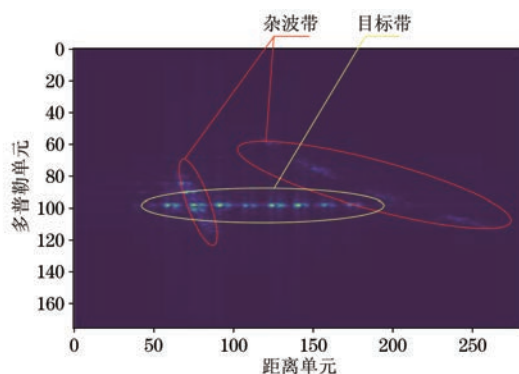


图 3 群目标距离-多普勒图

Fig.3 Range-Doppler map of group targets

在输出部分,利用标签分层管理,将每一帧的跟踪器附带的航迹信息和点迹信息存储在多目标跟踪

类中,随接口输出为历史航迹信息与历史点迹信息,保存至文件中。

1.1 多目标跟踪算法流程

本文提出的多目标跟踪算法流程如图 4 所示。该流程基于对每一帧观测点的航迹管理,结合数据关联匹配与 UKF 预测更新策略,对跟踪目标进行动态标签管理。

1) 初始化航迹。

在第 0 帧中,针对所有观测点,初始化航迹并将其纳入航迹管理系统。该步骤旨在为后续跟踪过程提供初始的状态估计,确保在后续帧中可以有效进行目标的关联与跟踪。

2) 数据关联与匹配。

在第 1 帧及其后的每一帧中,对所有观测点进行数据关联匹配。

(1) 关联成功。

如果当前观测点与航迹的预测关联成功,则相应的跟踪器类中的跟踪帧数增加 1,同时跳过帧数(即未关联帧数)重置为 0。此时,执行分层逐级更新,同时对航迹进行起始判断。

(2) 关联失败。

如果关联失败,则跟踪器类中的跟踪帧数减少 1,同时跳过帧数增加 1。此时,进入未关联判断,决定是否进一步处理未关联的航迹。

3) 航迹更新与判断。

(1) 关联成功的航迹。

随着航迹积累帧数的增加,对当前存活的航迹进行起批判断,当连续一定的航迹关联成功时,判断为航迹的起批或者状态升级,确保连续的航迹初始化进程得以顺利进行。

(2) 关联失败的航迹。

对于当前未关联的航迹,判断是否存在断批现象,当跳过帧数超过一定帧关联失败,则判断为断批。对于未关联的航迹,判断该航迹是否消亡,当该航迹积累的未关联帧数超过一定数量时,则判断为死亡航迹,从航迹标签管理中删除。

对当前存活状态(Confirm, Tentative)的航迹进行滤波更新,关联成功则使用关联的观测值进行更新,关联失败则使用跟踪器的预测值进行更新。

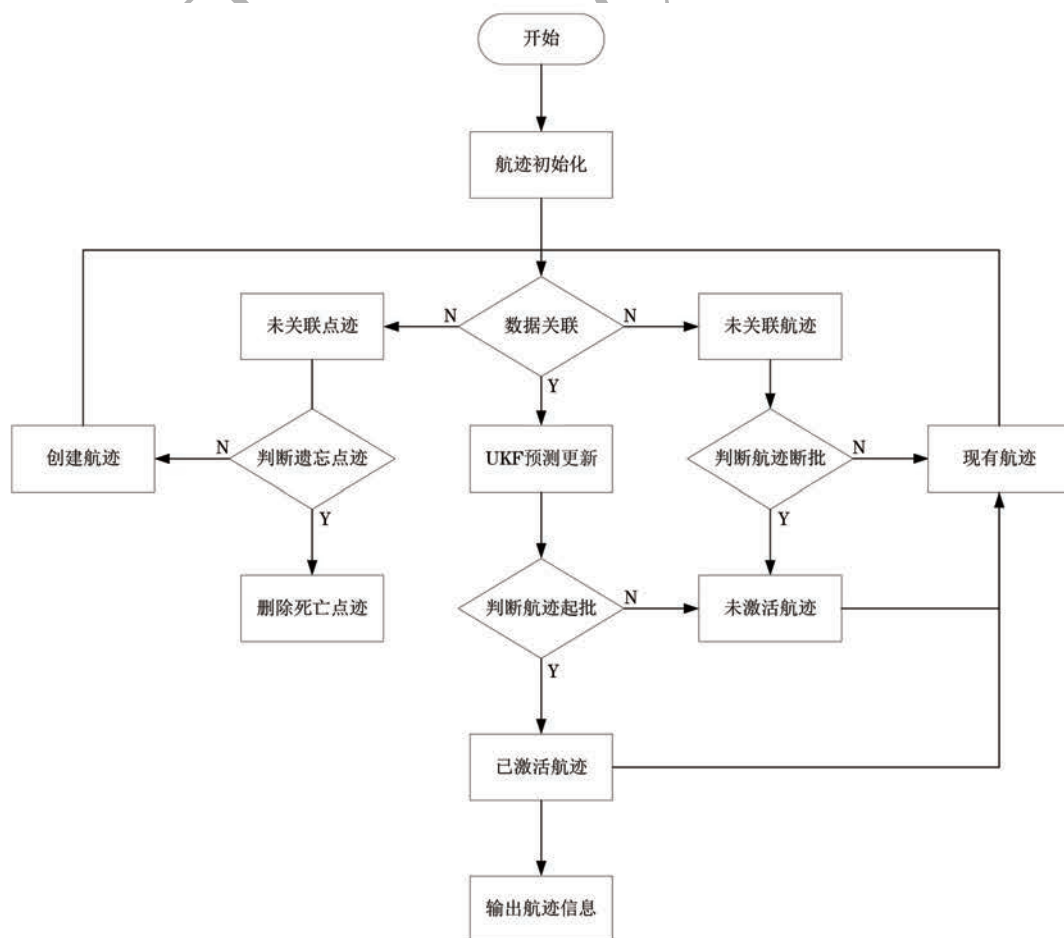


图 4 多目标跟踪算法流程

Fig. 4 Procedure of multi-target tracking algorithm

4) 状态输出与迭代。

在每一帧处理完后,将所有已激活航迹的当前状态信息输出,并在下一帧中重复步骤 2)~4) 的流程。通过这种迭代式处理,确保目标的连续跟踪,并能够及时处理出现的新目标或丢失的目标。

1.2 数据关联匹配部分

数据关联匹配部分算法流程如图 5 所示。

1) 状态估计与代价矩阵计算。

利用能够衡量目标检测运动信息的马氏距离^[27],计算当前跟踪器进行滤波预测的状态估计和当前帧观测值的代价矩阵,评估跟踪器与观测值之间的关联性。

2) 数据关联处理。

使用数据关联算法(本文使用匈牙利算法^[28])对代价矩阵进行处理,以最小化整体关联成本。该算法通过最优匹配策略生成对应的行、列标签,从而实现跟踪目标的初步匹配。

3) 跟踪器状态筛选。

筛选跟踪器状态,将确认态、暂态和未激活状态的跟踪器区分出来,以确保不同状态的跟踪器能得到适当的处理,提高跟踪的鲁棒性^[29]。

4) 关联结果判断与质量评估。

在代价矩阵中,对应匹配关联的行、列的位置进行判断,根据跟踪器状态或者活性,从小到大选取阈值,分别对应确认态、暂态、未激活态。当代价小于分配阈值时,关联成功,记录当前位置的代价作为质量评估参数;当大于分配阈值时,关联失败,选取当前的阈值作为质量评估的依据^[30]。

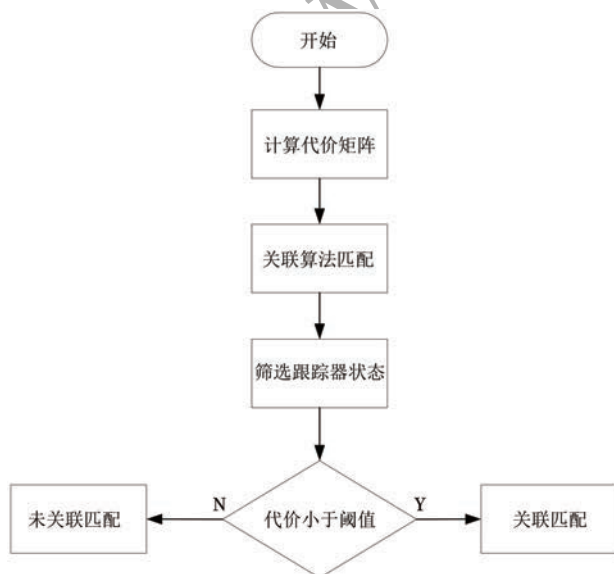


图 5 数据关联匹配算法流程

Fig.5 Procedure of data association matching algorithm

2 基于 DeepSORT 机制的滤波更新参数集

2.1 DeepSORT 滤波更新机制原理

在多目标跟踪过程中,受遮挡、运动模糊等因素的影响,可能导致目标丢失或出现新的目标。为了解决这些问题,DeepSORT 针对不同状态的跟踪器,制定对应的数据关联匹配策略和滤波更新机制对跟踪目标进行动态管理^[24]。DeepSORT 结合了深度学习的外观信息与卡尔曼滤波器的运动信息,提供了一个稳健的跟踪框架。该框架通过将高维特征嵌入与经典的运动模型相结合,有效地减少了因遮挡或检测器误检导致的目标漂移问题^[23]。在这个机制中,卡尔曼滤波器用于估计目标的运动状态,并通过状态预测更新模型,而数据关联机制则确保了新检测目标与现有跟踪器之间的合理关联^[31]。

该机制的优势在于它充分利用了卡尔曼滤波器的预测能力与深度特征的区分能力,从而使跟踪器在复杂环境下仍能保持较高的跟踪准确性与连续性。这一机制的有效性在各类多目标跟踪任务中得到了广泛验证^[32]。

2.2 微动特征提取与分离

在一般情况下,跟踪算法依靠量测信息进行轨迹的预测与更新,在一般目标区分度比较高的情况下比较清晰可靠,但如果在分辨单元内出现了两个或多个目标的情况时,由于雷达体制自身的局限,在检测时可能错误地将两个或多个目标检测为一个目标。因此,在群目标微动特性的背景下,本文引入 SFMFBT 提取得到的先验信息,构建滤波更新参数集,进而对密集目标进行跟踪。

为了提高微动群目标分离的精度,利用 k 作为 SFMFBT 的核函数分辨率,通过 SFMFBT 将信号的相位分解到各项 α 阶的贝塞尔函数基上,长度为 N 的离散正弦调频信号 $s[n]$ 的 SFMFBT 和 ISFMFBT 的定义^[16]如下:

$$S_{\alpha}[\nu] = \text{SFMFBT}[s[n]] = \frac{2f_s^2}{[kN J_{\alpha+1}(\lambda_v)]} \sum_{n=1}^N jn \ln(s[n]) J_{\alpha}\left(\frac{\lambda_v}{kN}n\right) \quad (1)$$

$$s[n] = \exp\left[j \sum_{v=1}^V S_{\alpha}[\nu] J_{\alpha}\left(\frac{\lambda_v}{kN}n\right)\right] \quad (2)$$

式中: $J_{\alpha}(\ast)$ 为 α 阶贝塞尔函数; ν 为 SFMFBT 域变换量; N 表示信号 $s[n]$ 的长度; k 表示核函数分辨率; λ_v 表示贝塞尔函数正根; f_s 表示离散信号的采样率。

考虑到贝塞尔函数的积分性质^[33-34],文献[19]推导出:当 SFMFB 级数的实部幅值随项数变化,当贝塞尔函数根 $\lambda_v \rightarrow \omega kN/f_s$ 时, $|\text{Re}(S_{\alpha}[\nu])|$ 取得

最大值,由此计算出 SFMFBT 级数的最大值项数对信号成分进行频率的估计与分离。

$$v_{\max} = \operatorname{argmax}_v \{ |\operatorname{Re}(S_a[v])| \} \quad (3)$$

$$f_{v_{\max}} = \frac{\lambda_{v_{\max}} f_s}{2\pi k N} \quad (4)$$

考虑到贝塞尔函数根的性质^[35],当 $v \rightarrow \infty$ 时,相邻两项贝塞尔函数正根的差值 $\Delta \lambda_v$ 趋近于 π ,由此可以推导相邻两项 SFMFBT 级数的频率分辨率为:

$$\Delta f_k = \frac{\lambda_{v+1} f_s}{2\pi k N} - \frac{\lambda_v f_s}{2\pi k N} \approx \frac{f_s}{2\pi k N} \quad (5)$$

由此可见,当信号足够长时, k 分辨率参数越大,频率分辨率越精细,微动信号分离与参数估计的算法如图 6 所示。

1) 初始化。设定 SFMFBT 分辨率 k , 信号能量阈值 μ , 计算最大有效项数 $M = kN - \frac{\lambda_1}{\pi} + 1$, 频率分辨率 $\Delta f_k \approx f_s / 2\pi k N$ 。

2) 计算当前长度为 N 信号的 α 阶贝塞尔函数正根, 利用贝塞尔函数正根计算 $L_v = \text{SFMFBT}[s[n]]$ 。找到当前循环的 $v_{\max} = \operatorname{argmax}_v \{ |\operatorname{Re}(S_a[v])| \}$, 计算对应的频率 $f_{v_{\max}} = \lambda_{v_{\max}} f_s / 2\pi k N$ 。

3) 以 L_v 为中心取长度为 $2w$ 的 SFMFBT 区间 $L^{(2w)} \in [L_{v_{\max}-w}, L_{v_{\max}+w}]$, 计算 $r_{\text{ratio}} = \sum (L_{v_{\max}+2w})^2 / \sum (L_v)^2$ 。若 r_{ratio} 大于阈值, 则进入下一步, 若 r_{ratio} 小于阈值则停止迭代。

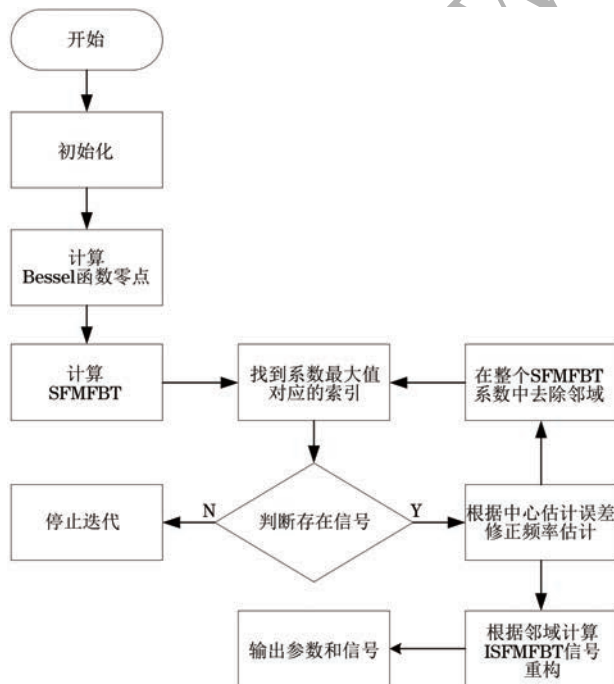


图 6 SFMFBT 信号分离与参数估计算法流程

Fig. 6 Procedure of SFMFBT signal separation and parameter estimation algorithm

4) 对 $f_{v_{\max}}$ 中心离散化为 $f^{(l)} \in [f_{v_{\max}} - \Delta f_k, f_{v_{\max}} + \Delta f_k]$, 计算中心误差频率 f_{ce} 和修正频率 $\hat{f}_i = f_{v_{\max}} - f_{ce}$ 。

5) 令 $L_v = L_v \setminus L_{v_{\max}+2w}$, 计算 $s_i[n] = \text{ISFMFBT}[L_{v_{\max}+2w}]$, $s_i[n]$ 为此轮迭代重构的目标回波信号, 重复步骤 1) ~ 5)。

2.3 滤波更新参数集

在窄带雷达中, 常规获取目标信息的手段是通过信号处理手段比如快速傅里叶变换, 从距离多普勒域中, 利用 CFAR 目标检测算法得到目标的距离多普勒信息, 即距离和径向速度, 从角度域中利用和差波束估计得到目标的角度信息。

在密集多目标的持续稳定跟踪的任务要求下, 为了进一步对具有微动特性的高速密集多目标进行状态估计和跟踪器的滤波, 需要基于目标的速度信息进行加速度的状态估计, 以提高运动模型对于状态估计和跟踪器的精度。

在雷达波束扫描群目标的多目标跟踪场景中, 目标在轨迹上的运动可以被近似为匀加速运动。在具有微动特性的高速目标运动模型的建立过程中使用匀加速模型, 雷达观测下的第 i 个目标在 k 时刻的状态向量 $\mathbf{x}_{i,k}$ 和观测向量 $\mathbf{z}_{i,k}$ 可以表示为:

$$\mathbf{x}_{i,k} = [x_k, x'_k, x''_k, y_k, y'_k, y''_k, z_k, z'_k, z''_k]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{z}_{i,k} = [r_k, v_k, a_k, \theta, \beta]^T \quad (7)$$

式中: x'_k 表示 x_k 的一阶导; x''_k 表示 x_k 的二阶导, 对于 y_k, z_k 同理; r 表示目标相对于导引头雷达的径向距离; v 表示目标相对于导引头雷达的径向速度; a 表示目标估计的径向加速度; θ 表示目标在雷达坐标系中的方位角; β 表示目标在雷达坐标系中的俯仰角。

根据之前建立的系统模型, 考虑非线性系统可以表示为:

$$\mathbf{X}_k = f(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{w}_k = \mathbf{F}\mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}_k \quad (8)$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & \frac{\Delta t^2}{2} \\ & 1 & \Delta t \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{Q}_k = s v^2 * \mathbf{I}_3 \otimes \begin{bmatrix} \frac{\Delta t^5}{20} & \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{6} \\ \frac{\Delta t^4}{8} & \frac{\Delta t^3}{3} & \frac{\Delta t^2}{2} \\ \frac{\Delta t^3}{6} & \frac{\Delta t^2}{2} & \Delta t \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{X}_k$ 为 k 时刻的状态估计向量; $f(\cdot)$ 表示状态

转移函数; $\mathbf{F}$ 表示状态转移矩阵; $\otimes$ 代表 Kronecher 积; Δt 代表观测间隔; $\mathbf{Q}_k$ 表示过程噪声协方差; $\mathbf{I}$ 表示单位矩阵; s_v 表示过程噪声系数; $\mathbf{w}_k$ 服从零均值高斯分布。

$$\mathbf{Z}_k = h(\mathbf{X}_k) + \mathbf{v}_k = \mathbf{H}\mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k \quad (11)$$

$$\mathbf{H}\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2 + (z_k)^2}}{\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2 + (z_k)^2}} \\ \frac{x_k x'_k + y_k y'_k + z_k z'_k}{\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2 + (z_k)^2}} \\ \frac{x_k x''_k + y_k y''_k + z_k z''_k}{\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2 + (z_k)^2}} \\ \arctan\left(\frac{y_k}{x_k}\right) \\ \arctan\left(\frac{z_k}{\sqrt{(x_k)^2 + (y_k)^2}}\right) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & & & & \\ & \sigma_\theta^2 & & & \\ & & \sigma_\phi^2 & & \\ & & & \sigma_{\theta\phi}^2 & \\ & & & & \sigma_\beta^2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{cases} E[\mathbf{w}_k] = \mathbf{q} \\ \text{Cov}[\mathbf{w}_k, \mathbf{w}_k^T] = \mathbf{Q}_k \\ E[\mathbf{v}_k] = \mathbf{r} \\ \text{Cov}[\mathbf{v}_k, \mathbf{v}_k^T] = \mathbf{R}_k \\ \text{Cov}[\mathbf{w}_k, \mathbf{v}_k^T] = 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中: $\mathbf{Z}_k$ 为 k 时刻的观测估计向量; $h(\cdot)$ 表示观测函数; $\mathbf{H}$ 表示观测矩阵; $\mathbf{R}_k$ 表示观测噪声协方差; 观测噪声 $\mathbf{v}_k$ 服从零均值高斯分布。过程噪声和观测噪声满足以下表达, 非线性系统为一般非零均值噪声, 当噪声为白噪声时, $\mathbf{q}, \mathbf{r}$ 均为 0。

3 标签分层逐级更新算法

3.1 目标分层策略

3.1.1 目标分层逐级更新策略

分层逐级策略的核心在于对目标状态进行多层次的校正和优化。在初步的目标检测与关联步骤完成后, 每个目标的状态参数将根据当前帧的测量数据进行初步更新。此后, 系统会根据预测后的状态参数, 调整目标分层策略^[36], 逐级进入更精细的更新阶段。在每一级更新中, 都会根据当前的状态估计误差对轨迹进行调整。通过逐层递进的方式, 逐步收敛到最优的目标状态。

该策略的关键在于其递进式的更新机制, 使得系统能够在不同的置信度层次上优化目标状态, 从

而在面对噪声、遮挡、航迹交叉等复杂情况时, 能够进行密集目标的跟踪。

3.1.2 目标存在概率的预测与更新

目标存在概率的计算是多目标跟踪中的关键步骤, 决定了系统对目标的识别和跟踪准确性。目标存在概率基于目标状态预测与当前帧测量数据的关联结果进行计算。

首先通过 Murty 关联算法^[37]在给定的代价矩阵上生成 k 个代价最小的最优或次优匹配结果^[37], 构成假设事件, 每个假设事件对应一个可能的目标与测量的匹配关系。

对于每个假设事件, 系统计算其后验概率 $P(\theta_h | \mathbf{Z})$, 该后验概率表示在给定测量下假设事件 θ_h 发生的可能性。后验概率的计算结合了假设事件的先验概率和似然函数, 并通过归一化处理得到。

目标存在概率的预测与更新是确保多目标跟踪算法在时间序列中保持精度的重要过程。目标存在概率的预测基于上一时刻的状态估计, 结合状态转移模型对当前时刻的目标存在概率进行预测。预测公式如下:

$$r_t^{\text{pred}}(k) = p_{11} \cdot r_{t-1}(k) + p_{12} \cdot (1 - r_{t-1}(k)) \quad (15)$$

式中: p_{11} 和 p_{12} 分别为目标保持存在和从不存在到存在的转移概率。这一步预测目标当前时刻存在的可能性。

在新的一帧获取测量数据后, 对目标存在概率进行更新。考虑到目标的最优匹配与次优匹配结果更新步骤, 将其后验概率代入目标存在概率的更新公式中。最优匹配通常具有较高的后验概率, 而次优匹配的后验概率则相对较低, 通过加权求和的方法, 系统能够结合最优与次优匹配的结果, 对目标存在概率进行更新。对于目标存在但未产生量测的概率 $r_t^0(k)$:

$$r_t^0(k) = \frac{(1 - P_d P_w) r_t^{\text{pred}}(k)}{1 - P_d P_w r_t^{\text{pred}}(k)} \sum_{\theta_h \in \zeta(t, 0)} P(\theta_h) \quad (16)$$

对于目标存在且关联了量测 i 的概率 $r_t^i(k)$:

$$r_t^i(k) = \sum_{\theta_h \in \zeta(t, i)} P(\theta_h) \quad (17)$$

目标存在概率更新计算公式为:

$$r_t(k) = r_t^0(k) + \sum_{i \in \{\zeta_{k,t,i}\}} r_t^i(k) \quad (18)$$

式中: P_d 和 P_w 为检测概率和门限概率; $\zeta(t, i)$ 表示量测 i 来自于目标 t 的假设事件; $\{\zeta_{k,t,i}\}$ 表示目标 t 跟踪波门内的量测集合。

3.2 标签分层逐级更新算法原理

图 7 为标签分层逐级更新算法流程图,步骤如下。

1) 初始化。

初始化当前系统中所有目标的状态参数和标识集合,标识待更新的参数集,包含进一步处理的目标集合。

2) 根据分层策略依次更新。

在数据关联部分计算最优匹配和次优匹配,生成假设事件并计算后验概率,计算每个目标的存在概率。对每个目标,将其最优匹配和次优匹配的权重代入目标存在概率更新公式,得到更新后的目标存在概率。

3) 判断存在概率是否大于门限。

对更新后的目标存在概率进行阈值判断。若目标存在概率高于预设门限,则认为目标可能存在,继续进入下一步的分层更新。

4) 计算误差并分层更新。

计算航迹与当前目标之间的误差值,并根据误差值进行分层更新。对于误差较大的目标,将其置于低层次进行状态修正,对于误差较小的目标,仅进

行微调以确保航迹平滑和准确性。当误差小于门限时,则认为当前目标状态稳定,进行参数更新。

5) 更新参数集。

更新标识矩阵和参数集,并保存更新后的滤波参数集。

4 仿真实验结果

4.1 实验描述

本实验设计了基于雷达感知的多目标观测场景,涵盖雷达体制参数、观测环境和数据获取流程。具体描述如下。

1) 雷达体制参数。

实验所用雷达系统采用感知体制,工作载频为 35.5 GHz,脉冲重复频率(PRF)为 88 kHz,带宽设定为 8 MHz,采样率为 25 MHz。雷达导引头在运行过程中始终保持视线向上,凝视主目标,以保证在该观测模式下有效的信号检测能力和跟踪稳定性。

2) 雷达观测场景。

观测场景设置为城市地形上方的空域,主要受到城市杂波的影响,杂波特性假设为复合瑞利分布,信杂比(SCR)设定为 12 dB。在此场景下,观测目标为 1 个由 8 个目标组成的群目标。8 个目标沿前后方向间隔 50 m 排列为 $1 \times 1 \times 8$ 的阵列结构,目标群以统一方向进行高速运动。主目标在雷达参考系下的方位角和俯仰角均为 0° ,雷达平台朝向主目标进行运动,以实现精确的主目标锁定。8 个目标具有微动特性,其运动状态为弹道目标的进动形式。

3) 雷达数据获取与预处理。

为获得比较符合真实场景的回波数据,利用 FEKO 全波仿真平台生成各目标的 RCS 序列,并进一步通过一系列信号处理步骤生成回波信号数据。

如图 8 所示,本文采用 SFMFBT 算法和时频分析从信号处理过程中分离提取目标的微动特性参数和编号信息。通过对回波数据进行距离-多普勒预处理,基于 CFAR 检测方法进行目标检测,结合参数估计和状态解算获得目标的基本运动状态。最终得到时间跨度为 $T=2$ s,采样间隔 $T_s=20$ ms 的目标检测数据,共计生成 100 个数据片段。该数据作为多目标跟踪算法的输入,用于后续的密集目标跟踪实验。

4) 真值数据形式。

如图 9 所示,图 9(a)为真值数据预设径向距离—速度航迹,图 9(b)为雷达视角下的真值数据方位角俯仰角,图 9(c)为真值数据预设三维坐标航迹。

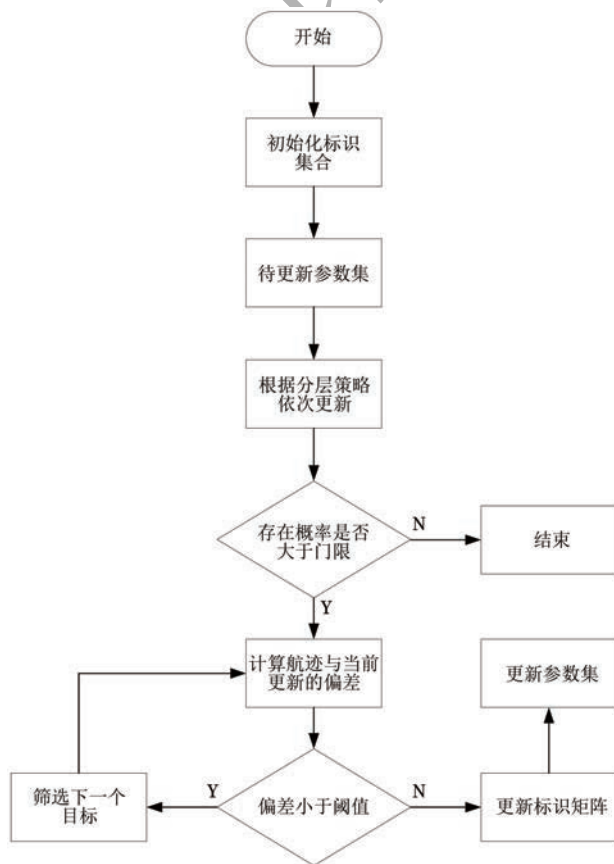


图 7 分层逐级更新算法流程

Fig.7 Procedure of hierarchical and gradual updating algorithm

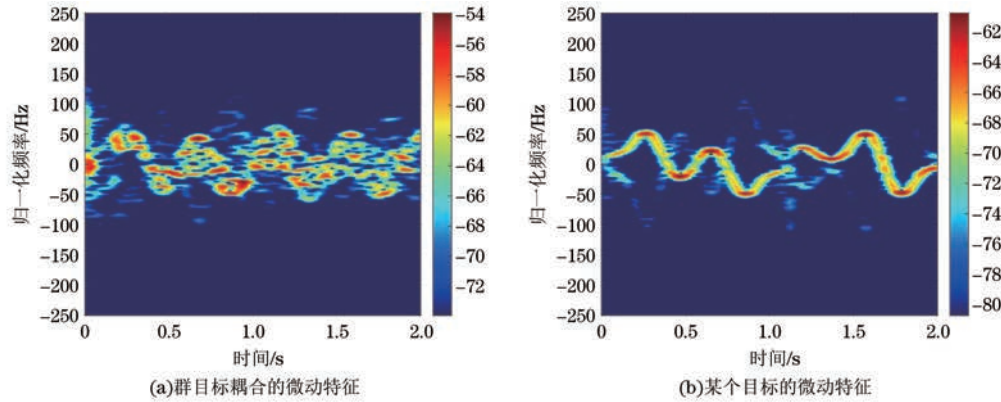


图 8 包含目标微动特征的微多普勒图

Fig.8 Micro-Doppler map containing target micro-motion features

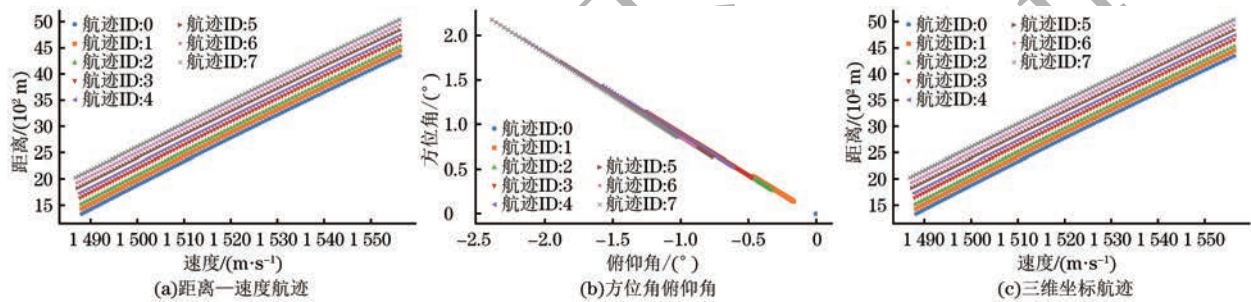


图 9 真值数据预设的航迹图

Fig.9 Trajectory map with ground truth data preset

5) 目标跟踪评估指标。

(1) 最优模型分配距离评估。

利用最优模型分配(OTPA)距离^[38]分析跟踪误差,可以表示为:

$$d_{p,c}^{OTPA}(X, \hat{X}) = \left(\frac{1}{m} \left(\min_{\pi \in \Pi_m} \sum_{i=1}^k d^{(c)}(x_i, \hat{x}_{\pi(i)})^p + c^p(m-k) \right) \right)^{1/p} \quad (19)$$

式中: $X = \{\{x_1, x_2, \dots, x_k\}_i\}$ 为第 i 时刻的真实数据状态集; $\hat{X} = \{\{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_m\}_i\}$ 为第 i 时刻的估计数据状态集,并且在一般情况下 $k \leq m$; Π_m 表示对 $\hat{X}$ 中元素的排列组合; p 表示异常值灵敏度; c 表示目标状态估计的误差截断阈值。通过 100 次 Monte Carlo 实验取得平均 OSPA 误差,误差数值越大,表示算法的跟踪精度越差。

(2) 多目标跟踪指标^[39]。

算法性能评估指标使用 MOT 指标, ID_{F1} ($F_{1,ID}$), ID_{SW} ($S_{SW,ID}$), ID_P (P_{ID}), ID_R (R_{ID}), MOT_A (A_{MOT}) 表达式如下:

$$F_{1,ID} = \frac{2N_{TP}}{2N_{TP} + N_{FP} + N_{FN}}$$

$$S_{SW,ID} = \sum_n ID_{SW_n}$$

$$P_{ID} = \frac{\sum_t N_{TP}}{\sum_t (N_{TP} + N_{FP})}$$

$$R_{ID} = \frac{\sum_t N_{TP}}{\sum_t (N_{TP} + N_{FN})}$$

$$A_{MOT} = 1 - \frac{N_{FP} + N_{FN} + ID_{SW}}{GT} \quad (20)$$

式中: t 表示第 t 帧的计算个数; N_{TP} 表示正确检测的跟踪数量; N_{TN} 表示错误检测的跟踪数量; N_{FP} 表示误报的数量; N_{FN} 表示漏报的数量; $F_{1,ID}$ 表示 ID 识别 F1 值; $S_{SW,ID}$ 表示对应 ID 轨迹的切换次数; P_{ID} 表示多目标跟踪的 ID 精确率; R_{ID} 表示多目标跟踪的 ID 召回率; A_{MOT} 为多目标跟踪准确度,衡量总体的多目标跟踪准确性; GT 表示真值标注对应的数量。

4.2 实验结果

雷达平台设置雷达径向距离观测方差为 $\sigma_r^2 = 100$, 径向速度观测方差为 $\sigma_v^2 = 10$, 噪声系数为 1。目标检测概率 $P_d = 0.98$, 门限概率上 $P_w = 0.998$, 初始目标存在概率 $r_0 = 0.5$ 。

原始算法 SORT-Assign 仅保留 SORT 多目标跟踪算法的基本形式, LMB-UKF 算法使用基于 UKF 的高斯混合标签多伯努利(UKF-GM-LMB)算法, 本文改进后的完整算法 SORT-Layer 在 SORT 的基础上加入标签分层逐级更新算法。3 种算法得到的径向距离和径向速度的航迹如图 10 所

示。从图 10 可以看出,本文提出并改进的算法得到的目标数目比 LMB-UKF 算法更加准确, SORT-

Layer 在距离和速度的耦合密集目标跟踪航迹更加平滑,且航迹断裂更少,航迹交叉情况比较轻。

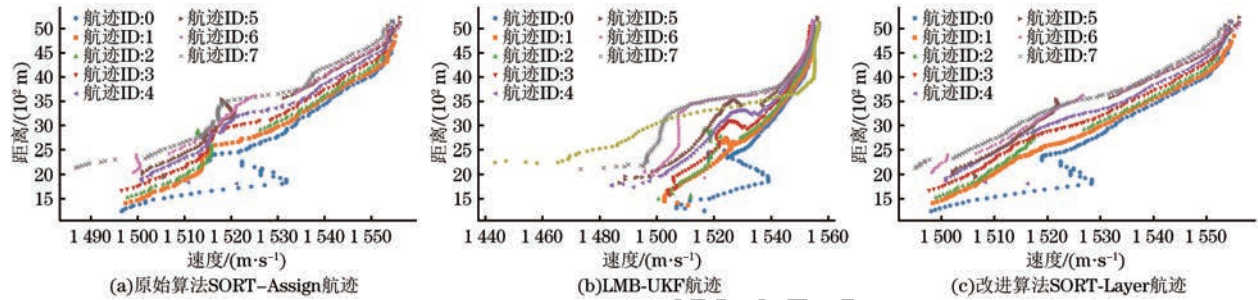


图 10 3 种算法的密集目标跟踪航迹对比

Fig. 10 Comparison of dense target tracking trajectories of three algorithms

在目标探测过程中,雷达平台和群目标具有运动性,除主目标以外的多个目标方位角和俯仰角也

在变化。航迹的方位角和俯仰角,以及跟踪算法得到的三维坐标轨迹如图 11 所示。

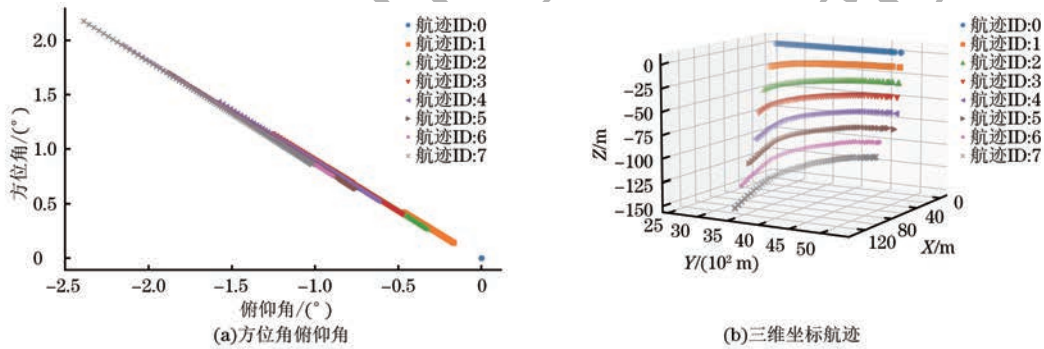


图 11 跟踪算法得出的航迹

Fig. 11 Tracking algorithm-derived trajectory

3 种算法跟踪航迹平滑后的结果如图 12 所示。图 13 表示跟踪得到的目标数随时间步长的变化。从

图 13 可以看到,原始算法和改进算法对目标数的跟踪一致, LMB-UKF 在跟踪过程中出现了额外的航迹。

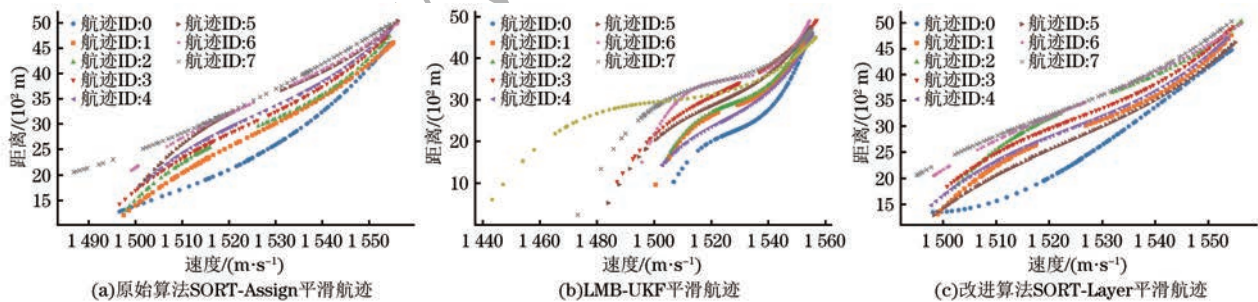


图 12 3 种算法的密集目标跟踪航迹平滑对比

Fig. 12 Comparison of dense target tracking trajectory smoothing for three algorithms

本文采用 100 次 Monte Carlo 实验计算平均 OSPA 距离,且 $c=100$, $p=2$ 。图 14 表示原始算法和改进算法跟踪航迹的平均 OSPA 距离随时间步长变化,图 15 表示 3 种算法跟踪得到的航迹平滑后平均 OSPA 距离随时间步长变化。从图 14 和图 15 可以看到,原始算法和改进后算法的 OSPA 距离相较于 LMB-UKF 算法低,对应的 OSPA 距离随时间的波动也相对更平稳,所提算法对于密集目标跟踪的稳定性优于 LMB-UKF 算法。

表 1 和表 2 对比了 3 种算法 MOT 评估指标, MOT_A 表示多目标跟踪准确度, ID_{F1} 表示目标 F1 中, ID 切换表示在目标跟踪过程中产生 2 个目标的 ID 被错误交换次数, ID 转移表示在目标跟踪过程中目标 ID 被错误地分配给了另一个目标的次数,片段数表示跟踪器将同一个目标轨迹分成了独立片段的个数。从表 1 和表 2 可以看出,改进算法 SORT-Layer 相较于原始算法和 LMB-UKF 的性能和跟踪稳定性上均有提升,具有更好的跟踪精度和跟踪表现。

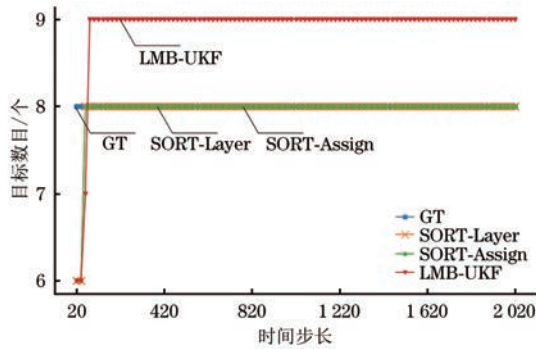


图 13 3 种算法的目标跟踪数目估计

Fig. 13 Number estimation of targets tracked by the three algorithms

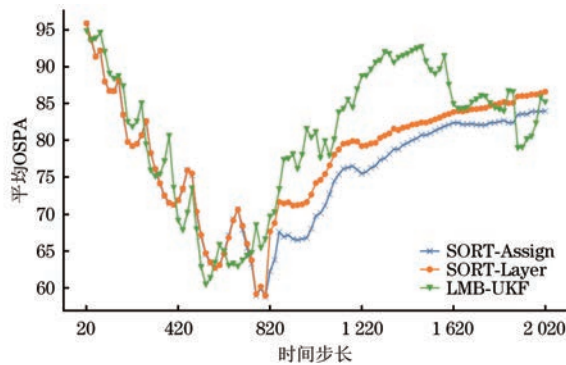


图 14 3 种算法跟踪航迹的平均 OSPA 随时间步长变化

Fig. 14 Average OSPA over timestamps for trajectories of the three tracking algorithms

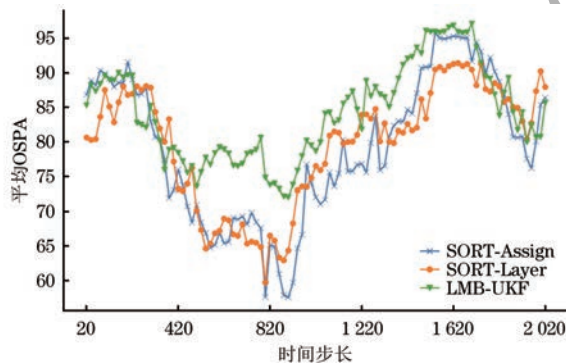


图 15 3 种算法航迹平滑的平均 OSPA 随时间步长变化

Fig. 15 Average OSPA over timestamps for smoothed trajectories of the three tracking algorithms

表 1 MOT 算法性能指标对比

Table 1 Comparison of MOT algorithms performance metrics

算法	MOT _A	ID _{F1}	准确度	召回率
SORT-Assign	0.501	0.769	0.761	0.757
LMB-UKF	0.158	0.524	0.497	0.554
SORT-Layer	0.719	0.838	0.867	0.862

表 3 对比了原始算法和改进算法的运行时间。实验平台采用 Windows 11 操作系统, 16 GB 内存, 2.7 GHz 主频, PyCharm 2022 的仿真环境。以

表 2 MOT 算法 ID 度量

Table 2 ID measures for MOT algorithms

算法	ID 切换	ID 转移	片段数	主要跟踪次数
SORT-Assign	44	32	46	3
LMB-UKF	47	33	31	3
SORT-Layer	9	6	33	6

SORT 为基础的两种轻量级算法相较于 LMB-UKF 的标签多伯努利算法给出的跟踪运行时间更快, 受 LMB 算法的启发, 构建分层逐级更新算法嵌入的 SORT-Layer 可以得到对密集目标更好的跟踪性能提升。对比原始算法和改进算法, 在算法性能提升的同时, 运行时间提高不大, 平均每个帧片段的跟踪时间为 4 ms, 可以作为轻量快捷的算法加载到硬件平台上进行实际测试。

表 3 不同算法的运行时间对比

Table 3 Comparison among different algorithms

算法	运行时间
SORT-Assign	439.8
LMB-UKF	1 574.2
SORT-Layer	439.8

5 结束语

本文针对具有微动特性的密集群目标, 在距离、多普勒、角度域提取目标状态参数的基础上, 引入正弦调频 Fourier-Bessel 进行信号分离给出目标的编号, 构建目标状态参数集。通过建立标签分层逐级更新, 构建对密集多目标快速稳定的跟踪算法。仿真结果表明, 该算法具有良好的检测跟踪效果。然而, 基于 SORT 框架的目标跟踪性能受检测效果的影响较大, 检测以及目标分离部分实际上并没有联合跟踪部分, 因此下一步将采用检测前跟踪联合深度特征的方法, 进一步提高算法的性能和稳定性。

参考文献

- [1] CHEN V C. Analysis of radar micro-Doppler with time-frequency transform [C] // Proceedings of the 10th IEEE Workshop on Statistical Signal and Array Processing. Washington D.C., USA: IEEE Press, 2002: 463-466.
- [2] CHEN V C. The micro-Doppler effect in radar [M]. Boston: Artech House, 2011: 35-78.
- [3] 张裕, 李建鑫, 朱勇建, 等. 基于雷达 RCS 数据的空间目标识别算法研究 [J]. 电子测量技术, 2024, 47(10): 19-26
ZHAGN Y, LI J X, ZHU Y J, et al. Research on space object recognition algorithm based on radar RCS data [J]. Electronic Measurement Technology, 2024, 47(10): 19-26 (in Chinese)
- [4] LIU L H, WANG Z, HU W D. Precession period extraction

- of ballistic missile based on radar measurement [C] // Proceedings of the CIE International Conference on Radar. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2007: 1-4.
- [5] 张苗. 基于雷达时序的目标特征智能化提取方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2021.
- ZHAGN Z. Research on target feature extraction intelligent method based on radar time series [D]. Tianjin: Tianjin University, 2021. (in Chinese)
- [6] ROSS M, SHAFFER H, COHEN A, et al. Average magnitude difference function pitch extractor [J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1974, 22(5): 353-362.
- [7] 魏昱, 王广学, 何缓, 等. 一种基于目标 RCS 起伏模型的雷达干扰效果评估方法[J]. 舰船电子工程, 2024, 44(5): 76-79.
- WEI Y, WANG G X, HE H, et al. A method of radar Jamming effect evaluation based on RCS fluctuation model [J]. Ship Electronic Engineering, 2024, 44(5): 76-79. (in Chinese)
- [8] 李开明, 代肖楠, 罗迎, 等. 弹道目标雷达微动特征提取与识别研究综述[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(1): 7-17.
- LI K M, DAI X N, LUO Y, et al. A review of research on radar micromotion feature extraction and recognition for ballistic targets [J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(1): 7-17. (in Chinese)
- [9] 代肖楠, 李开明, 赵晓琛, 等. 宽带雷达弹头目标遮挡效应建模与微多普勒仿真分析[J]. 空军工程大学学报, 2023, 24(3): 105-111.
- DAI X N, LI K M, ZHAO X C, et al. Occlusion modeling and micro-Doppler simulation analysis of ballistic target based on wideband radar [J]. Journal of Air Force Engineering University, 2023, 24(3): 105-111. (in Chinese)
- [10] CHEN V C. Doppler signatures of radar backscattering from objects with micro-motions [J]. IET Signal Processing, 2008, 2(3): 291-300.
- [11] 张群, 胡健, 罗迎, 等. 微动目标雷达特征提取、成像与识别研究进展[J]. 雷达学报, 2018, 7(5): 531-547.
- ZHANG Q, HU J, LUO Y, et al. Research progresses in radar feature extraction, imaging, and recognition of target with micro-motions [J]. Journal of Radars, 2018, 7(5): 531-547. (in Chinese)
- [12] 周胜增, 杜选民. 利用正弦调频信号的宽带速度敏感特性抑制混响[J]. 声学学报, 2022, 47(1): 16-26.
- ZHOU S Z, DU X M. Reverberation suppression by utilizing wideband speed sensitive characteristic of sinusoidal frequency modulation signal [J]. Acta Acustica, 2022, 47(1): 16-26. (in Chinese)
- [13] 陈帅, 冯存前, 张蓉. 基于 DSFMT 的旋转微动目标分离[J]. 空军工程大学学报(自然科学版), 2019, 20(5): 40-44.
- CHEN S, FENG C Q, ZHANG R. Separation of rotating micro-motion targets based on DSFMT [J]. Journal of Air Force Engineering University (Natural Science Edition), 2019, 20(5): 40-44. (in Chinese)
- [14] 陈帅, 冯存前, 张蓉. 基于离散正弦调频变换的中段多微动目标分离[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(2): 371-378.
- CHEN S, FENG C Q, ZHANG R. Separation of midcourse multiple micro-motion targets based on DSFMT [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(2): 371-378. (in Chinese)
- [15] PENG B, WEI X Z, DENG B, et al. A sinusoidal frequency modulation Fourier transform for radar-based vehicle vibration estimation [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(9): 2188-2199.
- [16] HE Q F, ZHANG Q, LUO Y, et al. Sinusoidal frequency modulation Fourier-Bessel series for multicomponent SFM signal estimation and separation [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2017, 2017: 5852171.
- [17] SURESH P, THAYAPARAN T, OBULESU T, et al. Extracting micro-Doppler radar signatures from rotating targets using Fourier-Bessel transform and time-frequency analysis [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2014, 52(6): 3204-3210.
- [18] SURESH P, THAYAPARAN T, VENKATARAMANIAN K. Fourier-Bessel transform and time-frequency-based approach for detecting manoeuvring air target in sea-clutter [J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2015, 9(5): 481-491.
- [19] 何其芳, 张群, 罗迎, 等. 正弦调频 Fourier-Bessel 变换及其在微动目标特征提取中的应用[J]. 雷达学报, 2018, 7(5): 593-601.
- HE Q F, ZHANG Q, LUO Y, et al. A sinusoidal frequency modulation Fourier-Bessel transform and its application to micro-Doppler feature extraction [J]. Journal of Radars, 2018, 7(5): 593-601. (in Chinese)
- [20] LUO W H, XING J L, MILAN A, et al. Multiple object tracking: a literature review [EB/OL]. [2024-08-15]. <https://arxiv.org/abs/1409.7618>.
- [21] CAO J W, ZHANG H Y, JIN L S, et al. A review of object tracking methods: from general field to autonomous vehicles [J]. Neurocomputing, 2024, 585: 127635.
- [22] 曾雅俊, 王俊, 魏少明, 等. 分布式多传感器多目标跟踪方法综述[J]. 雷达学报, 2023, 12(1): 197-213.
- ZENG Y J, WANG J, WEI S M, et al. Review of the method for distributed multi-sensor multi-target tracking [J]. Journal of Radars, 2023, 12(1): 197-213. (in Chinese)
- [23] BEWLEY A, GE Z Y, OTT L, et al. Simple online and realtime tracking [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2016: 3464-3468.
- [24] WOJKE N, BEWLEY A, PAULUS D. Simple online and realtime tracking with a deep association metric [C] // Proceedings of the IEEE International Conference on Image Processing (ICIP). Washington D. C., USA: IEEE Press, 2018: 3645-3649.
- [25] VO B N, VO B T, PHUNG D. Labeled random finite sets and the Bayes multi-target tracking filter [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(24): 6554-6567.
- [26] 齐滨, 田金, 邱龙皓, 等. 检测前跟踪中的目标交叉航迹标签分层管理[J]. 声学学报, 2023, 48(6): 1164-1173.
- QI B, TIAN J, QIU L H, et al. Target cross-track labeled hierarchical management for tracking before detection [J]. Acta Acustica, 2023, 48(6): 1164-1173. (in Chinese)
- [27] MAHALANOBIS P C. On the generalized distance in statistics [C] // Proceedings of the National Institute of Sciences of India. New York, USA: [s. n.], 1963: 49-55.
- [28] KUHN H W. The Hungarian method for the assignment problem [J]. Naval Research Logistics Quarterly, 1955, 2(1/2): 83-97.
- [29] WU Y, LIM J, YANG M H. Object tracking benchmark [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2015, 37(9): 1834-1848.
- [30] ZHANG L, LI Y, NEVATIA R. Global data association for multi-object tracking using network flows [C] // Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2008: 1-8.

- [31] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems[J]. Journal of Basic Engineering, 1960, 82(1): 35-45.
- [32] YANG F R, YAN J, LEI Z. Learned spectral clustering[C]// Proceedings of IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV). Washington D.C., USA: IEEE Press, 2017:12-20.
- [33] SPIEGEL M R, LIPSCHUTZ S L, LIU J. Mathematical handbook of formulas and tables[M]. 3rd ed. New York, USA: Academic Press, 2009.
- [34] MCLACHLAN N W. Bessel functions for engineers[M]. 2nd ed. Oxford, England: Clarendon Press, 1955.
- [35] VYGODSKY M. Mathematical Handbook[M]. Moscow, Russia: Mir Publishers, 2007.
- [36] 林畅, 郭伟, 任哲聪, 等. 基于 Transformer 的目标跟踪与分割统一算法[J]. 计算机工程, 2024, 50(9): 130-141.
- [37] MURTY, K. G. An algorithm for ranking all the assignments in order of increasing cost [J]. Operations Research, 1968, 16(3): 682-687.
- [38] SCHUHMACHER D, VO B T, VO B N. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447-3457.
- [39] HEINDL C, VALMADRE J. Metrics for multiple object tracker benchmarking [EB/OL]. [2024-08-15]. <https://pypi.org/project/motmetrics/>.

文字编辑 薛晋栋
栏目编辑 宋 圆