

蝙蝠算法的 Markov 链模型分析

尚俊娜^a, 程 涛^a, 岳克强^b, 盛 林^a

(杭州电子科技大学 a. 通信工程学院; b. 电子信息学院, 杭州 310018)

摘 要: 针对当前蝙蝠算法的性能改进缺少严谨的收敛性证明, 导致算法的改进不具备明确的理论意义的问题, 从数学概率以及蝙蝠算法状态转移满足 Markov 过程的角度为出发点, 通过建立合理的 Markov 链模型研究蝙蝠个体状态的转移行为, 论证蝙蝠群体状态空间具有可约性和齐次性, 从理论上证明蝙蝠算法满足随机算法的收敛准则, 保证算法能 100% 收敛到全局最优解。

关键词: Markov 链; 蝙蝠算法; 全局收敛性; 转移概率; 全局最优解

中文引用格式: 尚俊娜, 程 涛, 岳克强, 等. 蝙蝠算法的 Markov 链模型分析[J]. 计算机工程, 2017, 43(7): 198-202.

英文引用格式: Shang Junna, Cheng Tao, Yue Keqiang, et al. Markov Chain Model Analysis of Bat Algorithm[J]. Computer Engineering, 2017, 43(7): 198-202.

Markov Chain Model Analysis of Bat Algorithm

SHANG Junna^a, CHENG Tao^a, YUE Keqiang^b, SHENG Lin^a

(a. College of Telecommunication Engineering; b. College of Electronic Information, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

[Abstract] The performance improvement of the current Bat Algorithm(BA) lacks rigorous convergence theory, so that the blindness caused by the improvement of the algorithm does not have general theoretical significance. To solve this problem, this paper starts from the perspective of mathematical probability and the state transition of the BA meeting the Markov process. Through the establishment of a reasonable Markov chain model, the transfer behavior of individual status of bats is studied. It proves that the bat population state space is reducible and homogeneous, and the BA satisfies the convergence criterion of stochastic algorithm theoretically. It can converge to the global optimal solution with the probability of 100% .

[Key words] Markov chain; Bat Algorithm(BA); global convergence; transition probability; global optimal solution

DOI:10.3969/j.issn.1000-3428.2017.07.033

0 概述

蝙蝠算法(Bat Algorithm, BA)是一种模拟蝙蝠回声定位行为的群智能优化算法, 具有模型简单、寻优精度高等特点^[1]。文献[2]将其改进后应用于解决数值优化问题。文献[3]将其应用在 Brushless DC Wheel Motor Problem 上, 但当前蝙蝠算法的性能改进^[4-5]缺少严谨的收敛性理论相关数学证明和分析, 导致算法改进的盲目性不具备普遍的理论意义。如文献[6]从随机算法的 2 个全局性收敛准则入手, 通过设定不同的假设条件, 满足随机算法收敛

准则, 在此情况下说明蝙蝠算法收敛到全局最优解, 但并未进行详细的理论证明, 仅限于假设条件, 缺乏说服力。文献[7]利用特征方程的方法, 假设整个蝙蝠种群当前最优解的位置和相关随机参数为常数, 对收敛区域进行分析, 对算法的收敛性没有明确的理论证明。文献[8]利用正交拉丁方原理生成方法产生特定的初始解空间, 对标准 BA 算法加入个体追踪行为、自主行为等一系列操作算子, 构造出能保证全局收敛的改进 BA 算法, 并通过可归约随机矩阵理论证明该算法的全局收敛性。但该算法仅仅是特定方式构造出一个特殊例子, 不具有普遍性, 依旧

基金项目: 浙江省自然科学基金青年基金(LQ13F010010); 浙江省重点科技创新团队项目(2013TD03); 浙江省“电子科学与技术”重中之重学科开放基金(GK13020320003/004)。

作者简介: 尚俊娜(1979—), 女, 副教授、博士, 主研方向为人工智能、信号处理; 程 涛(通信作者), 硕士研究生; 岳克强, 讲师、博士; 盛 林, 硕士研究生。

收稿日期: 2016-06-01 **修回日期:** 2016-08-03 **E-mail:** shangjn@hdu.edu.cn

没有对一般标准蝙蝠算法进行理论分析。通过对以上文献的研究分析,对于标准 BA 算法至今没有给出严谨的数学过程证明,而算法的系统完整的收敛性证明对选择合适的控制参数来改进蝙蝠算法具有重要意义。

Markov 过程是一种特殊的随机过程,在实际应用中占有重要地位且具有普遍意义。其描述的随机过程具有以下特点:在给定当前知识或信息的情况下,过去的状态对于预测将来是无关系的。其相关理论目前已经成功应用在粒子群算法^[9]、蛙跳算法^[10]、人工蜂群算法^[11]等收敛性分析证明中。对于标准遗传算法等不具有全局收敛性^[12]的算法,通过收敛性的理论分析后进行改进已取得很好的应用效果^[13]。本文从数学概率以及蝙蝠算法状态转移满足 Markov 过程的角度为出发点,证明蝙蝠算法的全局收敛性。

1 蝙蝠算法

蝙蝠算法是一种新型的群智能随机搜索优化算法^[14]。算法利用仿生学,模拟蝙蝠的回声定位过程,通过协调脉冲频率保证搜索过程中解的多样性,通过调整脉冲发射速率和脉冲响度保证算法的全局收敛性。蝙蝠在搜索猎物时,一开始发射的脉冲响度比较大,一旦确定了猎物大体位置后,蝙蝠便会逐渐减小发射脉冲的响度同时增大发射频率来不断靠近猎物。大的脉冲响度有利于传播更远的距离,高的脉冲频率有利于更加精确地掌握猎物位置,从而通过回声信号不断调整自己的位置和速度。应用到算法中,蝙蝠个体的位置和速度更新公式可以表示为:

$$f_i = f_{\min} + (f_{\max} - f_{\min}) \cdot \beta \quad (1)$$

$$v_i' = v_i^{t-1} + (x_i - p) \cdot f_i \quad (2)$$

$$x_i' = x_i^{t-1} + v_i' \quad (3)$$

其中, f_i 为第 i 只蝙蝠发射脉冲的频率,取值范围为 $[f_{\max}, f_{\min}]$; p 为当前蝙蝠种群的最优位置。

算法初始化时,设置一个初始脉冲频率 $f_i \in [f_{\max}, f_{\min}]$,一旦找到当前种群最优位置 p ,则每只蝙蝠就在其附近扰动产生新位置解,新解产生过程如下:

$$X_{\text{new}} = p + \sigma A^t \quad (4)$$

其中, $\sigma \in [0, 1]$, 是一个随机数; A^t 是在 t 代蝙蝠中所有脉冲响度的均值。蝙蝠算法在局部搜索过程中在最优解附近随机扰动产生新解的过程可以在一定程度上避免算法陷于局部最优解,特别是当个体速度 $v = 0$ 时,由于个体的位置可以通过局部搜索而移动到最优解附近,就避免了个体位置状态进入一个吸收集而使算法不收敛,这是蝙蝠算法的优势所在。

另外,为了平衡算法在搜索过程中的局部最优解与全局最优解,发射脉冲的频率 r_i^t 和响度 A_i^t 也要不断更新^[15],更新公式如下:

$$r_i^t = r_i^0 [1 - \exp(-\gamma t)] \quad (5)$$

$$A_i^t = \alpha \cdot A_i^{t-1} \quad (6)$$

其中, α, γ 都是常数,且 $\alpha \in [0, 1], \gamma > 0$ 。在算法搜索过程中 r_i^t 不断增大而 A_i^t 逐渐减小,两者决定接受更新后位置的概率。

蝙蝠算法的具体实现步骤如下^[16]:

1) 初始化参数,对个体的空间位置 x , 飞行速度 v 随机初始化,设定蝙蝠总体个数为 N , 维数 d , 以及各参数范围空间。

2) 计算个体适应度值 $Fitness(i)$, 并求出当前种群最优解 p 和对应的适应度值 $f(p)$ 。

3) 通过式(1)~式(3)对蝙蝠个体位置和速度进行更新,并计算其适应度值 F_{new} 。

4) 产生随机数 $rand1$, 若 $rand1 > r(i)$, 则根据式(4)产生新解,并替换当前适应度值。如果不满足条件则跳过该步。

5) 产生随机数 $rand2$, 若满足条件 $F_{\text{new}} < Fitness(i) \& \& rand2 < A(i)$, 则接受新解,并根据式(5)、式(6)更新脉冲发射频率和响度。否则,跳过该步。

6) 若产生的新解有更好的适应度值,即 $F_{\text{new}} < f(p)$, 则新解 x_{new} 代替原最优解 p , 且最小适应度值 $Fitness(i) = F_{\text{new}}$ 。否则跳过该步。

7) 若算法达到设定的搜索精度或者满足循环次数则跳出循环输出结果,否则返回步骤3继续搜索。

算法具体流程如图 1 所示。

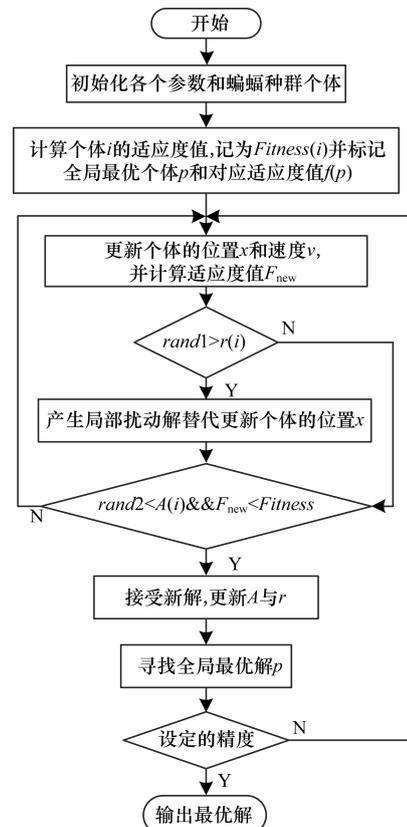


图 1 蝙蝠算法流程

2 BA 算法 Markov 模型和收敛性分析

2.1 蝙蝠个体状态空间及群状态空间基本定义

定义 1 蝙蝠个体状态和蝙蝠个体状态空间

蝙蝠个体的状态是由位置 x 、速度 v ，以及全局最优位置 p 构成，简称 $O = (x, v, p)$ ，其中， $x, p \in A$ 且 $f(x) < f(p)$ ， $v \in [v_{\min}, v_{\max}]$ 。所有蝙蝠个体可能的状态构成蝙蝠个体状态空间，表达式为：

$$O = \{ O = (x, v, p) \mid x, p \in A, f(p) \leq f(x), v \in [v_{\min}, v_{\max}] \}$$

定义 2 蝙蝠群状态和蝙蝠群状态空间

蝙蝠群中 N 个个体在 k 时刻下状态的集合称为蝙蝠群状态，记为：

$$S_k = (O_{k1}, O_{k2}, \dots, O_{kN})$$

所有可能的蝙蝠群状态的集合构成了蝙蝠群状态空间，记为：

$$S = \{ S_k = (O_{k1}, O_{k2}, \dots, O_{kN}) \mid O_{kj} \in O (1 \leq j \leq N, k = 1, 2, \dots) \}$$

2.2 BA 算法的 Markov 模型

定义 3 蝙蝠个体状态转移

对 $\forall O_i = (x_i, v_i, p_i) \in O, \forall O_j = (x_j, v_j, p_j) \in O$ ，在 BA 算法迭代中，蝙蝠个体状态 O_i 一步转移到另一种状态 O_j ，记为 $T_o(O_i) = O_j$ 。

$$P_x(x_i \rightarrow x_j) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{|x_i - p_i|}, & x_j \in [x_i + v_i, x_i + v_i + (x_i - p_i) \cdot f_i] \& \text{rand}2 < A(i) \& f(x_j) < f(x_i) \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{|p_i + \varepsilon \cdot \text{rand}|}, & x_j \in [p_i - \varepsilon \cdot \text{rand}, p_i + \varepsilon \cdot \text{rand}] \& \text{rand}1 > r(i) \& \text{rand}2 < A(i) \& f(x_j) < f(x_i) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (10)$$

其中， f_i 在每次迭代时视为定值； x, v, p, rand 均为高维数据； x 为个体当前位置； v 为个体当前飞行速度； p 为全局最优解。从第一步迭代开始，蝙蝠个体的速度和位置都是有限制的，一旦迭代超出规定的范围，根据式(9)、式(10)可知其一步转移概率为 0，所以不会影响后面的结论。

定义 4 蝙蝠群体的转移概率

对 $\{S(n); n \geq 0\}$ ，存在任意 2 种状态：1) $\forall S_i = (O_{i1}, O_{i2}, \dots, O_{iN}) \in S$ ；2) $\forall S_j = (O_{j1}, O_{j2}, \dots, O_{jN}) \in S$ 。在 BA 算法迭代进化中蝙蝠群体状态由 S_i 一步转移到 S_j ，记为 $T_s(S_i) = S_j$ 。其由状态 S_i 一步转移到 S_j 的转移概率为：

$$P_s(T_s(S_i) = S_j) = \prod_{k=1}^N P_o(T_o(O_{ik}) = O_{jk}) \quad (11)$$

上式说明，蝙蝠群 S_i 到 S_j 的一步状态转移即为群空间 S_i 所有个体状态转移到 S_j 内相应个体的状态。

定理 2 在 BA 算法中，蝙蝠群体的状态序列 $\{S(n); n \geq 0\}$ 是有限齐次 Markov 链。

定理 1 在 BA 算法中，设个体状态由 O_i 一步转移到另一种状态 O_j 的转移概率为 $P_o(T_o(O_i) = O_j)$ ，则个体 O_i 向 O_j 的转移与各个独立状态变量满足：

$$P_o(T_o(O_i) = O_j) = P_x(x_i \rightarrow x_j) \cdot P_v(v_i \rightarrow v_j) \cdot P_p(p_i \rightarrow p_j) \quad (7)$$

即个体中每个随机变量均要转移到相应的状态。

由于蝙蝠个体是多维的，根据几何意义，可以将蝙蝠个体看作超空间的一组点集，则个体状态的更新过程即是指超空间中点集之间的有效变换。

根据 BA 算法的更新公式和接受更新解的条件，可得一步转移概率表达式：

个体全局最优解一步转移概率为：

$$P_p(p_i \rightarrow p_j) = \begin{cases} 1, & f(p_i) \geq f(p_j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

速度由状态 v_i 一步转移到 v_j 的转移概率为：

$$P_v(v_i \rightarrow v_j) = \begin{cases} \frac{1}{|x_i - p_i|}, & v_j \in [v_i, v_i + (x_i - p_i) \cdot f_i] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

蝙蝠个体位置 x_i 的一步转移到 x_j 的转移概率为：

证明：

1) 在实际问题中任何算法的搜索空间都是有限的，任一个体中 $O = (x, v, p)$ 的 x 和 v 都是有限维的，同时个体的速度和位置空间也是分别受 $[v_{\min}, v_{\max}]$ 和 $[x_{\min}, x_{\max}]$ 限制，所以个体的状态空间 O 是有限的。整个群体由 N 个个体组成，即 $S = (O_1, O_2, \dots, O_N)$ ，故蝙蝠的状态空间也是有限的。

2) 由定义 4 可知，对 $\{S(n); n \geq 0\}$ ，存在 2 种状态即： $\forall S(n-1) \in S, \forall S(n) \in S$ ，其转移概率 $P_s\{T_s(S(n-1)) = S(n)\}$ 由群体内每一个个体的转移概率 $P_o\{T_o(O_i(n-1)) = O_i(n)\}$ 所决定。由式(7)可知：

$$\begin{aligned} P_o\{T_o(O_i(n-1)) = O_i(n)\} \\ = P_x\{x_i(n-1) \rightarrow x_i(n)\} \cdot P_v\{v_i(n-1) \rightarrow v_i(n)\} \\ \cdot P_p\{p_i(n-1) \rightarrow p_i(n)\} \end{aligned}$$

再由式(8)~式(10)可知， $P_x\{x_i(n-1) \rightarrow x_i(n)\}$ ， $P_v\{v_i(n-1) \rightarrow v_i(n)\}$ 和 $P_p\{p_i(n-1) \rightarrow p_i(n)\}$ 仅与 $n-1$ 时刻的 x, v, p 有关。以上分析表明， $P_s\{T_s$

$(S_i) = S_j$) 仅与 $n - 1$ 时刻蝙蝠个体状态有关,即 $\{S(n); n \geq 0\}$ 具有 Markov 性。结合式(1)可知,蝙蝠群状态序列 $\{S(n); n \geq 0\}$ 是有限的 Markov 链。

3)由式(8)~式(10)可知, x, v, p 的转移概率均与时刻 $n - 1$ 无关,那么个体状态转移概率 $P_o \{T_o(O_i(n-1)) = O_i(n)\}$ 也与时刻 $n - 1$ 无关,综上可知该状态序列 $\{S(n); n \geq 0\}$ 是有限齐次 Markov 链。

2.3 BA 算法的收敛性

定义 5 最优个体状态集 M 和最优蝙蝠群状态集 G ,设优化问题 $\langle A, f \rangle$ 的个体最优解为 p ,那么个体最优状态集 M 为:

$$M = \{O^* = (x, v, p) \mid O \in O, x = p\}$$

若至少存在一个 $O_i = (x_i, v_i, p_i) \in O$,使得 $f(x_i) \geq f(p)$,则有 $M \subseteq O$ 。

最优蝙蝠群状态集 G 为:

$$G = \{S = (O_1, O_2, \dots, O_i, \dots, O_N) \mid \exists O_i \in M, 1 \leq i \leq N\}$$

定理 3 由个体的最优状态构成的最优状态集 G 是蝙蝠群状态空间 S 上的一个闭集。

证明:从闭集的定义出发。设 $\forall S_i \in G, \forall S_j \notin G$,对于任意步长 $l, l \geq 1$,由 Ckapman-Kolmogorov 方程可得:

$$P_{i,j}^l = \sum_{S_{r_1} \in S} \dots \sum_{S_{r_{l-1}} \in S} P_s(T_s(S_i) = S_{r_1}) \cdot P_s(T_s(S_{r_1}) = S_{r_2}) \dots P_s(T_s(S_{r_{l-1}}) = S_j) \quad (12)$$

$P_{i,j}^l$ 表示蝙蝠群体状态由 S_i 经过 l 步转移到状态 S_j 的转移概率,在式(12)的每项乘积表达式都存在 $P_s(T_s(S_{r_{c-1}}) = S_{r_c})$,满足 $S_{r_{c-1}} \in G$ 且 $S_{r_c} \notin G, 1 \leq c \leq l$,根据定义 4,可得蝙蝠群的转移概率为:

$$P_s(T_s(S_{r_{c-1}}) = S_{r_c}) = \prod_{k=1}^N P_o(T_o(O_{r_{c-1},k}) = O_{r_c,k}) \quad (13)$$

由于 $\exists O_{r_{c-1},k} \in M, O_{r_c,k} \notin M$,则总有 $f(p_{r_c,k}) \geq f(p_{r_{c-1},k}) = f(p)$,因此 $P_* (p_{r_{c-1},k} \rightarrow p_{r_c,k}) = 0$,故 $P_s(T_s(S_{r_{c-1}}) = S_{r_c}) = 0$,即 $P_{i,j}^l = 0$ 。因此 G 是 S 上的一个闭集^[17]。

定理 4 蝙蝠群状态空间 S 上不存在非空闭集 B ,使得 $B \cap G = \emptyset$ 。

证明:反证法。假设空间状态 S 存在另一个非空闭集 B ,且 $B \cap G = \emptyset$ 。设 $\exists S_i \in G, \exists S_j \in B$,最优蝙蝠群状态 S_i 的全局最优解为 p_i ,蝙蝠群状态 S_j 的全局最优为 p_j ,那么全局最优解对应的最小适应度值的关系有 $f(p_i) < f(p_j)$ 。由 S_i 状态到 S_j 状态的转移概率为:

$$P_s(S_j \rightarrow S_i) = \prod_{k=1}^N P_o(T_o(O_{jk}) = O_{ik}) = \prod_{k=1}^N P_x(x_{jk} \rightarrow x_{ik}) \cdot P_v(v_{jk} \rightarrow v_{ik}) \cdot P_*(p_{jk} \rightarrow p_{ik}) \quad (14)$$

在搜索解空间中,根据转移概率条件及表达式

式(8)~式(10)可知:

$$\exists P_x(x_{jk} \rightarrow x_{ik}) > 0, \exists P_v(v_{jk} \rightarrow v_{ik}) > 0, \exists P_*(p_{jk} \rightarrow p_{ik}) = 1 \Rightarrow \exists P_s(S_j \rightarrow S_i) > 0 \Rightarrow P_s(S_j \rightarrow S_i) \neq 0$$

由闭集的定义可知, B 不是闭集,与假设矛盾,所以蝙蝠群状态空间 S 不含有除 G 外的其他闭集^[17]。

定理 5 蝙蝠算法中群体状态空间 S 是可约的。

证明:从状态空间可约的定义出发,要证明蝙蝠群的状态空间是可约的,那么至少含有一个除整个状态空间外的闭集。整个蝙蝠群体状态空间 S 构成了一个最大的闭集,由定义 5 可知, S 空间内存在一个最优蝙蝠群状态闭集 G ,故该状态空间 S 是可约的。空间内并不是所有状态是相通的,群体状态一旦进入最优状态空间集,必定会收敛到最优。

定理 6 BA 算法的 Markov 链种群序列能以概率 1 收敛到全局最优解。

证明:在 BA 算法的更新中,个体位置 x_i 的状态是否改变取决于条件: $rand < A(i) \& F_{new} < Fitness(i)$,其中, F_{new} 表示个体 i 代入更新公式后新位置对应的适应度值; $Fitness(i)$ 表示更新前的 i 适应度值; $rand$ 表示一个随机数。如果满足上述条件,则位置状态 x_i 更新为 x_j ,对应适应度值 $f(x_j) < f(x_i)$ 。如果不满足上述条件,该个体位置 x_i 和对应适应度值 $f(x_i)$ 保持不变,即满足整个种群的进化方向是单调的, $f(x_j) \leq f(x_i)$ 。假设在 n 时刻蝙蝠群体处于状态 $S(n)$ 已进入全局最优解集 G ,则在 $n + 1$ 时刻处于状态 $S(n + 1)$,有 $P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \in G\} = 1$ 恒成立。则:

$$P_s \{S(n + 1) \in G\} = P_s \{S(n) \notin G\} \cdot P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \notin G\} + P_s \{S(n) \in G\} \cdot P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \in G\} = (1 - P_s \{S(n) \in G\}) \cdot P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \notin G\} + P_s \{S(n) \in G\}$$

$$\text{设 } P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \notin G\} \geq g(n) \geq 0,$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n [1 - g(i)] = 0$,则上式可得:

$$1 - P_s \{S(n + 1) \in G\} = 1 - [1 - P_s \{S(n) \in G\} \cdot P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \notin G\} + P_s \{S(n) \in G\}] = [1 - P_s \{S(n) \in G\}] \cdot [1 - P_s \{S(n + 1) \in G \mid S(n) \notin G\}] \leq [1 - P_s \{S(n) \in G\}] \cdot [1 - g(n)] \leq [1 - g(n)] \cdot [1 - g(n - 1)] \cdot [1 - P_s \{S(n - 1) \in G\}] \dots \leq \prod_{i=1}^n [1 - g(i)] \cdot [1 - P_s \{S(0) \in G\}]$$

$$P_s \{S(n + 1) \in G\} \geq 1 - \prod_{i=1}^n [1 - g(i)] \cdot [1 - P_s \{S(0) \in G\}]$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时,有:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_s \{ S(n+1) \in G \} \geq 1 - [1 - P_s \{ S(0) \in G \}] \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{i=1}^n [1 - g(i)] \Rightarrow P_s \{ S(n+1) \in G \} \geq 1$$

因为 $0 \leq P_s \{ S(n+1) \in G \} \leq 1$, 即得:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_s \{ S(n+1) \in G \} = 1$$

综上所述, 经过迭代 BA 算法最终可以收敛到全局最优解, 即蝙蝠算法全局收敛。

以上内容从理论上分析证明 BA 算法满足随机算法收敛的基本条件。BA 算法具有局部搜索能力, 可以产生局部扰动解, 使算法中群体状态最终不会进入一个吸收态, 向全局最优方向收敛, 保证算法可以实现全局收敛。

3 结束语

本文在分析蝙蝠算法的基础上, 对蝙蝠群体状态建立 Markov 链模型, 根据 Markov 链的性质进行数学分析, 理论上证明蝙蝠算法满足随机算法的收敛准则, 保证了算法能以概率 1 收敛到全局最优解。蝙蝠算法对于维数较低的问题可以实现快速收敛到全局最优解, 但是对于某些复杂的高维数问题, 会出现在实际所设定的迭代次数内未收敛到最优解的情况, 可以通过融合一些局部搜索技术加快进化进程来实现收敛到全局最优解。在对基本算法流程进行分析以后, 在实际工程应用方面提出不同的改进方法来提高算法的收敛效率, 而本文理论分析为此提供了改进依据和方向, 使算法更具有实用性。

参考文献

- [1] Yang Xinshe. A New Meta-heuristic Bat Inspired Algorithm [M]. Computer Knowledge & Technology, 2010, 284: 65-74.
- [2] Tsai P W, Pan Jeng-shyang, Liao Bin-yih, et al. Bat Algorithm Inspired Algorithm for Solving Numerical Optimization Problems [J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 148-149: 134-137.
- [3] Bora T C, Coelho L D S, Lebensztajn L. Bat Inspired Optimization Approach for the Brushless DC Wheel Motor Problem [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2012, 48(2): 947-950.
- [4] 谢健, 周永权, 陈欢. 一种基于 Levy 飞行轨迹的蝙蝠算法 [J]. 模式识别与人工智能, 2013, 26(9): 829-837.
- [5] Yang Xinshe, Gandom A H. Bat Algorithm: A Novel Approach for Global Engineering Optimization [J]. Engineering Computation, 2012, 29(5): 267-289.
- [6] 盛孟龙, 贺兴时, 丁文静. 蝙蝠算法的全局收敛分析 [J]. 纺织高校基础科学学报, 2013, 26(4): 543-546.
- [7] 李枝勇, 马良, 张慧珍. 蝙蝠算法收敛性分析 [J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(12): 182-190.
- [8] 黄光球, 赵魏娟, 陆秋琴. 求解大规模优化问题的可全局收敛蝙蝠算法 [J]. 计算机应用研究, 2013, 30(5): 1323-1328.
- [9] 任子晖, 王坚, 高岳林. 马尔科夫链的粒子群优化算法全局收敛性分析 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(4): 462-467.
- [10] 骆建平, 李霞, 陈泯融. 混合蛙跳算法的 Markov 模型及其收敛性分析 [J]. 电子学报, 2010, 38(12): 2875-2880.
- [11] 宁爱平, 张雪英. 人工蜂群算法的收敛性分析 [J]. 控制与决策, 2013, 28(10): 1554-1558.
- [12] 李宁. 粒子群优化算法的理论分析与应用研究 [D]. 武汉: 华中科技大学, 2006.
- [13] van de Bergh, Engel B A P. A Study of Particle Swarm Optimization [J]. Information Sciences, 2006, 176(8): 937-971.
- [14] Yang Xinshe. Nature Inspired Meta-heuristic Algorithms [M]. Frome, UK: Luniver Press, 2010.
- [15] 刘长平, 叶春明. 具有混沌搜索策略的蝙蝠优化算法及性能仿真 [J]. 系统仿真学报, 2013, 25(6): 1183-1188.
- [16] 尚俊娜, 刘春菊, 岳克强, 等. 多智能体蝙蝠算法在无线传感器中的应用 [J]. 传感技术学报, 2015, 28(9): 1418-1424.
- [17] 王凡, 贺兴时, 王燕, 等. 基于 CS 算法的 Markov 模型及收敛性分析 [J]. 计算机工程, 2012, 36(11): 180-182, 185.

编辑 顾逸斐

(上接第 197 页)

- [13] Breuleux O, Bengio Y, Vincent P. Quickly Generating Representative Samples from an RBM-derived Process [J]. Neural Computation, 2011, 23(8): 2058-2073.
- [14] Krizhevsky A, Sutskever I, Hinton G. Imagenet Classification with Deep Convolutional Neural Networks [C] // Proceedings of IEEE Advances in Neural Information Processing Systems. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2012: 1106-1114.
- [15] Ngiam J, Khosla A, Kim M, et al. Multimodal Deep Learning [C] // Proceedings of International Conference on Machine Learning. Washington D. C., USA: IEEE Press, 2011: 689-696.
- [16] Boyle T, Ravenscroft A. Context and Deep Learning Design [J]. Computers & Education, 2012, 59(4): 1224-1233.
- [17] Weston J, Ratle F, Mobahi H, et al. Deep Learning via Semi-supervised Embedding [C] // Proceedings of International Conference on Machine Learning. New York, USA: ACM Press, 2008: 1168-1175.

编辑 索书志