

基于贝叶斯估计的 Contourlet 域图像降噪方法

刘盛鹏, 方 勇

(上海大学通信与信息工程学院, 上海 200072)

摘 要: 提出了一种基于贝叶斯估计的 Contourlet 域图像降噪方法。该方法对输入的带噪图像进行多尺度、多方向的 Contourlet 稀疏分解, 并在 Contourlet 域利用最小 Bayesian 风险函数对分解系数进行估计, 通过 Contourlet 反变换得到降噪图像。实验结果表明, 该方法较其他的 Contourlet 域收缩阈值降噪效果好, 进一步提高了 PSNR 值和降低了 MSE 值, 能获得更好的图像恢复的质量。

关键词: Contourlet 变换; 稀疏表示; 收缩阈值; Bayesian 估计

Contourlet Domain Image Denoising Method Based on Bayesian Estimation

LIU Sheng-peng, FANG Yong

(School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072)

【Abstract】 This paper proposes a Contourlet domain image denoising method based on Bayesian estimation. By using Contourlet transform, the noised image is firstly decomposed into a low frequency subband and a set of multiscale and multidirectional high frequency subbands. The high frequency coefficients of the original image are estimated by the minimizing Bayesian risk. The denoising image is gotten by performing the inverse Contourlet transform to these estimated coefficients. Experimental results show that the denoising effect is better than that of other methods based on Contourlet transform.

【Key words】 Contourlet transform; sparse representation; threshold denoising; Bayesian estimation

通常, 图像都会受到不同程度的噪声污染, 需要进行降噪处理, 以提高图像的恢复质量。目前, 图像降噪方法主要分为线性滤波和非线性滤波两大类。传统的大部分滤波方法属于前者。而在非线性滤波方法中, 以小波收缩阈值降噪方法^[1,2]最具代表性。信号经小波变换后, 信号主要集中在少数绝对幅值较大的系数, 而噪声则散布在一些绝对幅值较小的系数, 从而利用收缩阈值对小波系数进行处理, 达到降噪的目的。

由一维小波通过张量积形成的二维可分离小波变换只能表示一维点奇异信息, 而不能有效地描述图像中的二维或高维奇异信息, 如线、轮廓等重要信息, 制约了小波降噪方法的性能^[3]。Contourlet^[4]变换作为一种新的信号分析工具, 解决了小波变换这一严重缺点, 能准确地捕获图像中的二维或高维奇异信息。它不仅具有小波变换的多尺度特性, 还具有小波变换不具有的方向性和各向异性, 广泛地应用于包括图像降噪在内的图像处理中^[4~7]。但是, 这些降噪方法只是简单地利用通用阈值来截取信号, 而未考虑Contourlet域系数的分布特点, 因此, 这些算法不是最优的。

1 图像的 Contourlet 稀疏分解

为了捕获图像中的二维或更高维奇异性, 文献[4~6]提出了 Contourlet 变换。该变换是一种多尺度、各向异性的图像表示方法, 能有效地表示图像中的轮廓信息, 解决二维可分离小波变换不能很好地捕捉图像中线奇异性的不足。同时, Contourlet 变换具有很好的各向异性, 能稀疏地表示图像中的轮廓特征^[3]。

Contourlet 变换将尺度分析和方向分析分步进行。首先对

原始图像进行 LP(laplacian pyramid)分解, 生成一路低通子带和一路带通子带, 其中, 带通子带是由原始图像和预测图像之差图像; 然后利用 DFB (directional filter bank)对生成的带通子带进行 d_i ($d_i = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, p$) 级方向分解, 将频域分解成为 2^{d_i} 个楔型(wedge shape)子带。对前一次 LP 分解生成的低通采样信号继续进行 LP 分解, 这个过程可以迭代 p ($p = 1, 2, \dots, n$) 次, 并且每层中的方向分解级数 2^{d_p} 可以不同, 如图 1 所示。变换中, LP 变换进行多尺度分解以“捕获”点奇异, 接着由方向滤波器组将分布在同方向上的奇异点合成为一个系数。Contourlet 变换的最终结果是用类似于线段的基结构来逼近原图像。

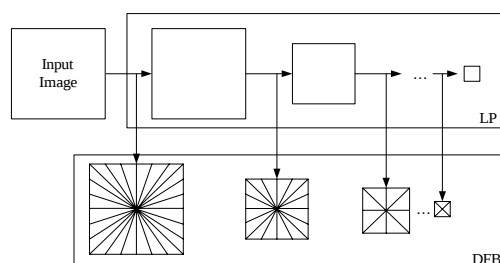


图 1 Contourlet 分解

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60472103); 上海市优秀学科带头人基金资助项目(05XP14027); 上海市重点学科基金资助项目(T0102)

作者简介: 刘盛鹏(1979 -), 男, 博士研究生, 主研方向: 图像处理, 小波信号处理和盲信号处理; 方 勇, 博士、教授、博士生导师

收稿日期: 2006-10-09 **E-mail:** liusp@graduate.shu.edu.cn

图2给出了 Barbara (512×512)图像的 Contourlet 变换结果。Contourlet 变换为图像处理提供了一种灵活的表示方法。文献[5,6]利用 Contourlet 变换能有效地捕获图像奇异信息的特点进行降噪处理。文献[7]将 Cycle Spinning 引入 Contourlet 变换中,解决了由 Contourlet 变换缺乏平移不变性引起的伪 Gibbs 现象,获得了较好的降噪效果。但是,这些算法并不是最优的。

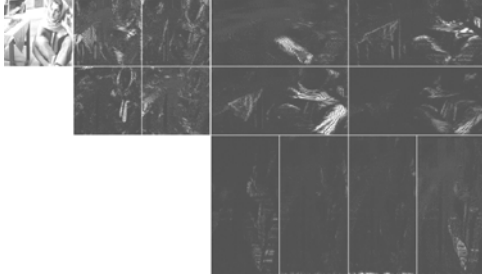


图2 图像 Barbara 的 Contourlet 稀疏分解结果

2 Contourlet 域的贝叶斯自适应阈值估计

阈值降噪方法的核心是阈值的选取,阈值选取的好坏直接影响算法的性能。研究表明,图像的 Contourlet 域系数服从广义高斯分布(GGD),满足 Bayesian 估计方法的假定条件——信号服从广义高斯分布。本文利用 Bayesian 阈值估计方法,估计原始信号的 Contourlet 系数。

假设观测的噪声图像为

$$I = g + n \quad (1)$$

其中, g 为原始图像; n 为独立同分布的高斯白噪声信号 $N(0, \sigma^2)$ 。

令 X 表示 g 的 Contourlet 域系数, Y 表示 I 的 Contourlet 域系数。 X 服从 GGD, 其概率密度函数为

$$f(x, \sigma_x, \beta) = \frac{\beta \alpha(\sigma_x, \beta)}{2\Gamma(1/\beta)} \exp\{-[\alpha(\sigma_x, \beta)|x|]^\beta\} \quad (2)$$

$$\alpha(\sigma_x, \beta) = \frac{1}{\sigma_x} [\Gamma(3/\beta)/\Gamma(1/\beta)]^{0.5}$$

$$\Gamma(t) = \int_0^\infty \exp(-u) u^{t-1} du$$

其中, $-\infty < x < \infty$, σ_x 和 $\beta(\beta > 0)$ 分别为信号的标准差和形状因子。而在原始信号的 Contourlet 域系数 x 已知的前提下, 观测信号的 Contourlet 域系数 Y 服从高斯分布, 其概率密度函数为

$$f(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left\{-\frac{(y-x)^2}{2\sigma_n^2}\right\} \quad (3)$$

设阈值为 T , Bayesian 风险函数为

$$\begin{aligned} \phi(T) &= E(\hat{X} - X)^2 = E_X E_{Y|X} (\hat{X} - X)^2 \\ &= \iint ((\Lambda(y, T) - x)^2 f(y|x) f(x, \sigma_x, \beta)) dy dx \end{aligned} \quad (4)$$

式中, $\hat{X} = \Lambda(Y, T)$ 为经过阈值函数 $\Lambda(\bullet)$ 降噪后的信号。于是, 最优化阈值为 T^* 就可通过下式求得:

$$T^*(\sigma_x, \beta) = \arg \min_T \phi(T) \quad (5)$$

式(5)没有一个闭式解, 文献[8]给出的 T^* 的近似最优解

$$T_B = \sigma_n^2 / \sigma_x \quad (6)$$

对于式(6)中的参数, 本文采取如下方式进行估计:

(1)对于噪声标准差 σ_n , 采用鲁棒性的中值估计

$$\hat{\sigma}_n = \frac{1}{0.6745 L_K} \sum_{i=1}^{L_K} \text{median}(|S_{hf}^{(K,i)}|) \quad (7)$$

其中, $S_{hf}^{(K,i)}$ ($i = 1, \dots, L_K$) 为最高频率系数。

(2)由 $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_n^2$, 有

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\max(\hat{\sigma}_y^2 - \hat{\sigma}_n^2, 0)} \quad (8)$$

其中, $\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{MN} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N S_{hf}^{(k,i)}(m, n)$; $S_{hf}^{(k,i)}$ 是所考虑的高频系数。

T_B 具有自适应特性: 当 $\sigma_n / \sigma_x \ll 1$, 即信号幅度明显强于噪声幅度时, T_B 将会取一个较小的值, 从而在保护了大部分信号分量的同时除去噪声; 反之, 当 $\sigma_n / \sigma_x \gg 1$, 即信号幅度明显小于噪声幅度时, T_B 将会取一个较大的值, 从而有效地去除噪声分量。

3 降噪方法

在上一节研究的基础上, 本文提出了一种基于贝叶斯估计的 Contourlet 域图像降噪方法。首先对输入的带噪图像进行一定量的循环平移后, 对输入的带噪图像进行 Contourlet 稀疏分解, 并在 Contourlet 域利用最小 Bayesian 风险函数来估计 Contourlet 域系数, 其次进行 Contourlet 逆变换和相应平移量的逆循环平移, 得到此次平移后的降噪图像。然后重复前面的步骤, 并对每次的降噪图像进行线性平均, 得到最终的降噪图像。具体描述如下:

(1)初始化。令 $i=0, j=0$, 设定行和列方向上的最大平移量 N_1 和 N_2 。同时设定 Contourlet 变换的中 LP 分解层数 K 和每层中的方向分解数 L_k 。

(2)对输入的带噪图像 I 在行和列方向上进行一定位移量的循环平移, 有

$$S_{ij} = C_{i,j}(I) \quad (9)$$

其中, $i \in (0, N_1)$ 和 $j \in (0, N_2)$ 分别为行和列方向上的平移量;

(3)对平移图像 S_{ij} 进行 Contourlet 稀疏分解, 即

$$[S_{lf}, S_{hf}^{(1,1)}, \dots, S_{hf}^{(1,L_1)}, S_{hf}^{(2,1)}, \dots, S_{hf}^{(K,L_K)}] = T(S_{ij}) \quad (10)$$

其中, $T(\bullet)$ 为 Contourlet 变换。得到一幅低频率图像 S_{lf} 和一系列具有不同分辨率的高频子图像 $S_{hf}^{(k,l)}$; $k \in (1, K)$ 和 $l \in (1, L_k)$ 标明子图像位于第 k 层 LP 的第 l 方向。

(4)对 Contourlet 域高频子图像 $S_{hf}^{(k,l)}$ 进行阈值降噪处理, 得到降噪子图像

$$S_{D_{hf}}^{(k,l)} = \Lambda(S_{hf}^{(k,l)}, T_B) \quad (11)$$

其中, $\Lambda(\bullet)$ 为阈值函数, 本文选用软阈值函数 $\Lambda(\bullet) = \text{sgn}(\bullet) \max(\bullet, T_B)$, T_B 为上面估计的基于贝叶斯估计的自适应阈值, 即 $T_B = \sigma_n^2 / \sigma_x$;

(5)对第(4)步得到的所有降噪高频子图像 $S_{D_{hf}}^{(k,l)}$ 和第(3)步中的低频率图像 S_{lf} 实施 Contourlet 逆变换, 得到在行和列方向上分别平移 i 和 j 后的降噪图像

$$S_{ij}^{nf} = T^{-1}(S_{lf}, S_{D_{hf}}^{(1,1)}, \dots, S_{D_{hf}}^{(1,L_1)}, S_{D_{hf}}^{(2,1)}, \dots, S_{D_{hf}}^{(K,L_K)}) \quad (12)$$

其中, $T^{-1}(\bullet)$ 为 Contourlet 逆变换。

(6)对第(5)步中得到的图像 S_{ij}^{nf} 进行相应平移量的逆向循环平移, 有

$$I_{i,j}^{nf} = C_{-i,-j}(S_{ij}^{nf}) \quad (13)$$

(7)重复步骤(2)~步骤(6), 直到 $i = N_1$ 和 $j = N_2$ 为止, 停止重复。

(8)对所有的 S_{ij}^{nf} ($i = 0, \dots, N_1; j = 0, \dots, N_2$) 求平均, 有

$$\hat{g}_{CT} = \frac{1}{N_1 N_2} \sum_{i=0}^{N_1} \sum_{j=0}^{N_2} I_{i,j}^{nf} \quad (14)$$

通过前面的这些计算，得到的 $\hat{g}_{CT}$ 即为采用本文方法处理的降噪图像。

4 仿真结果

为了检验算法的正确性和有效性，本文采用 512×512 的标准 Lena 灰度图像，分别叠加零均、不同强度 ($\sigma_n=15,20,25,30,35,40,45,50$) 的高斯白噪声，得到噪声图像，然后用本文方法对它们进行降噪处理。

为了突出本文方法的优势，实验中还采用了基于 VisuShrink 的 Contourlet 域降噪法和基于 Hybrid SureShrink 的 Contourlet 域降噪法进行降噪处理。

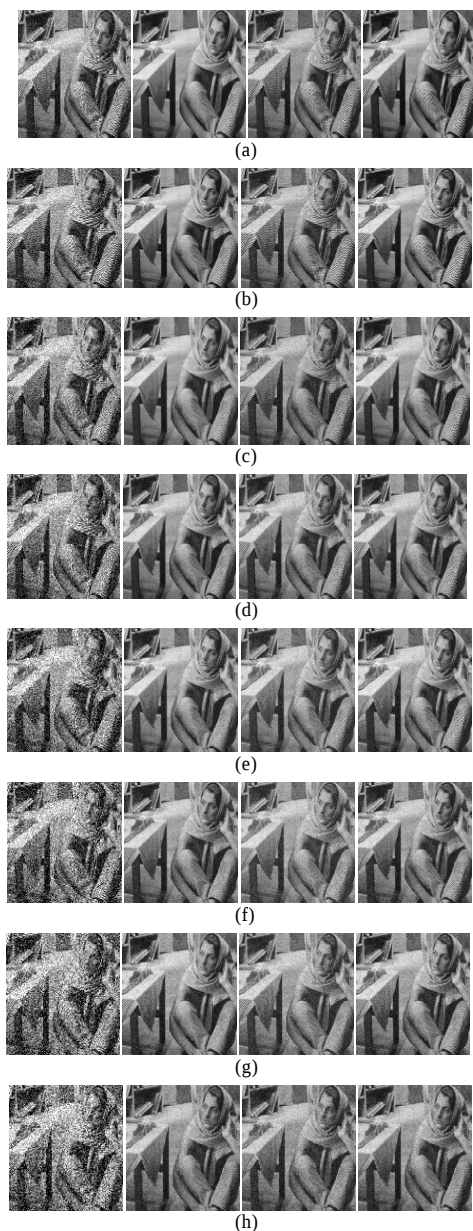


图 3 不同噪声情况下各种方法的降噪结果

图 3 为不同噪声水平下，不同降噪方法的降噪结果。

图 3 (a)~图 3 (h) 分别为 $\sigma_n=15,20,25,30,35,40,45,50$ 情况下的带噪图像和降噪结果。每行第 1 列为带噪图像，第 2 列为 Contourlet 域的 VisuShrink 阈值降噪方法的降噪结果，第 3 列为

Contourlet 域的 Hybrid SureShrink 阈值降噪方法的降噪结果，第 4 列为本文方法的降噪结果。不难发现，本文方法较其他 Contourlet 域降噪方法具有更好的降噪效果和视觉效果。

为了客观地衡量算法的性能，表 1 给出了用均方误差 (MSE) 及峰值信噪比 (PSNR) 衡量的性能指标。表 1 中，NI 表示带噪图像；VI 表示 Contourlet 域的 VisuShrink 阈值降噪方法的处理结果；HS 表示 Contourlet 域的 Hybrid SureShrink 阈值降噪方法的处理结果；PA 表示文中方法的处理结果。表 1 中各项指标均为 20 次实验的平均值，数据表明，本文方法明显优于其他 Contourlet 域降噪方法。

表 1 标准 Barbara 灰度图像的降噪结果

σ_n	15	20	25	30	35	40	45	50
PSNR	NI	24.69	22.20	20.34	18.81	17.59	16.50	15.60
	VS	24.79	24.28	23.83	23.63	22.97	22.86	22.45
	HS	26.45	25.22	23.90	23.40	22.44	21.45	21.90
	PA	27.10	26.24	25.40	24.53	23.67	23.27	22.80
MSE	NI	220.95	391.58	601.15	854.38	1133.12	1457.07	1793.62
	VS	215.95	242.51	269.16	281.68	328.02	336.71	369.48
	HS	147.21	195.30	265.02	297.24	370.88	465.84	419.97
	PA	126.80	154.45	187.39	229.20	279.11	306.54	341.11

5 结论

本文提出了一种基于贝叶斯估计的 Contourlet 域图像降噪方法。该方法对输入的带噪图像进行多尺度、多方向的 Contourlet 稀疏分解，并利用最小 Bayesian 风险函数来估计 Contourlet 域系数，然后进行 Contourlet 逆变换，达到图像降噪的目的。实验结果表明，无论是 PSNR 和 MSE 客观评价指标方面，还是视觉效果方面，该方法比其他阈值方法，更能有效地降低图像中的噪声，同时更为有效地保护了图像中的重要细节信息。

参考文献

- Donoho D L. De-noising by Soft Thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627.
- Donoho D L, Johnstone I M. Adapting to Smoothness via Wavelet Shrinkage[J]. Journal of the Statistical Association, 1995, 90(12): 1200-1224.
- He Zhihua, Bystrom M. Reduced Feature Texture Retrieval Using Contourlet Decomposition of Luminance Image Component[C]// Proceedings of International Conference on Communications, Circuits and Systems, Hong Kong, China. 2005: 878-882.
- Do M N, Vetterli M. Contourlet: A Directional Multiresolution Image Representation[C]//Proc of IEEE International Conference on Image Processing. 2002: 357-360.
- Do M N, Vetterli M. The Contourlet Transform: An Efficient Directional Multiresolution Image Representation[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2003, 14(12): 2091-2106.
- Do M N, Vetterli M. Contourlets[M]. Academic Press, 2002.
- Eslami R, Radha H. The Contourlet Transform for Image Denoising Using Cycle Spinning[C]//Proc. of Asilomar Conference on Signal, System, and Computers. 2003: 1982-1986.
- Chang G, Yu B, Vetterli M. Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression[J]. IEEE Trans. on Image Proc., 2000, 9(9): 1532-1546.