

基于数值微分的图像融合方法

刘 凯, 寇 正

(解放军理工大学气象学院, 南京 211101)

摘 要: 提出一种基于数值微分的图像融合方法。用精确求解离散数据导数的数值微分方法取代传统的邻域差分来求解图像梯度, 将求解得到的图像梯度应用到基于偏微分方程的图像融合模型中, 改进基于偏微分方程的图像融合数值化方案。将改进前后的方法进行对比实验, 结果表明, 应用改进方法得到的融合图像的质量指标和图像收敛性较优。

关键词: 图像融合; 数值微分; 偏微分方程; 图像梯度; 数值化方案

Image Fusion Method Based on Numerical Differentiation

LIU Kai, KOU Zheng

(Meteorological Institute, PLA University of Science and Technology, Nanjing 211101, China)

【Abstract】 This paper proposes an image fusion method based on numerical differentiation. The classical calculation for gradient, difference of neighboring pixels is originally replaced by numerical differentiation, an accurate resolution for derivative of discrete data. The obtained image gradients are used in the fusion model based on Partial Differential Equation(PDE) so as to improve the numerical scheme based on PDE. Results of comparison experiments on improved method and former method show that the quality index and image convergence of fused image obtained by new method is improved.

【Key words】 image fusion; numerical differentiation; Partial Differential Equation(PDE); image gradient; numerical scheme

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2011.16.075

1 概述

近年来, 图像融合技术特别是像素级图像融合技术迅速发展, 图像融合算法层出不穷, 当前主流的融合算法主要是基于多分辨率分析和基于多尺度几何分析的图像融合算法2类。基于偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)的图像处理方法也被逐步应用到图像融合领域中, 在图像去噪、分割和图像复原等领域取得了一些成果。文献[1-3]提出了基于偏微分方程的图像融合方法, 并将基于偏微分方程的融合方法与经典的多分辨率分析融合方法进行对比, 实验结果显示, 基于偏微分方程的图像融合方法可以提供更高质量的融合图像。目前, 国内在基于偏微分方程的图像处理方法上的研究主要还是集中在图像去噪、修复、分割^[4-6]领域, 对基于偏微分方程的图像融合方法研究较少, 本文就此进行研究, 应用数值微分代替传统的邻域像素差分求解图像梯度, 对基于偏微分方程的图像融合方法的数值化方案进行改进。

2 基于偏微分方程的图像融合方法

文献[1-3]提出基于偏微分方程的图像融合方法, 认为融合就是每个源图像进行基于偏微分方程的演化过程, 在演化过程的每一步, 保留位于当前源图像中有关信息的同时加入位于其他源图像的相关信息。文献[1-3]给出了一个普遍的连续的源图像演化方程。

2.1 一维连续方程

一维连续方程如下:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -\beta_i \text{div}(\nabla U_m) + \gamma \text{div}(g_R(\nabla U_i, \nabla U_k^{t=0}) \nabla U_i) \quad (1)$$

其中, 方程右边第1项称为融合项, 即逆扩散项, 其目的是将其他源图像中的相关信息加入到当前源图像中; i 代表当前源图像; m 代表具有最大梯度绝对值的源图像; β_i 为融合项

权系数:

$$\beta_i = \begin{cases} 0 & i = m \\ \beta \in [0, 1] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

方程右边第2项为正则化项, 其目的是避免模型产生振荡。其中, γ 是正的正则化权系数; g_R 是一个异于0的分段线性函数。

2.2 数值化方案

式(1)的离散化方案为:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -[\beta_{ix}^+ D_x^+(U_{mx}^+) - \beta_{ix}^- D_x^-(U_{mx}^-)] + \gamma [g_R(D_x^+(U_i), D_x^+(U_k^{t=0})) D_x^+(U_i) - g_R(D_x^-(U_i), D_x^-(U_k^{t=0})) D_x^-(U_i)] \quad (3)$$

其中,

$$D_x^\pm(U) = \pm \frac{U(x \pm h) - U(x)}{h} \quad (4)$$

$$g_R(D_x^+(U_i), D_x^+(U_k^{t=0})) = \begin{cases} \frac{D_x^+(U_i) - \min_k [D_x^+(U_k^{t=0}), 0]}{D_x^+(U_i)} & D_x^+(U_i) < \min_k [D_x^+(U_k^{t=0}), 0] \\ \frac{D_x^+(U_i) - \max_k [D_x^+(U_k^{t=0}), 0]}{D_x^+(U_i)} & D_x^+(U_i) > \max_k [D_x^+(U_k^{t=0}), 0] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (5)$$

$$m_x^\pm = \arg \max_j (|D_x^\pm[U_j(x)]|) \quad (6)$$

$m_x^\pm$ 代表当前像素的最大前向和最大后向差分绝对值所

作者简介: 刘 凯(1970—), 女, 讲师、硕士研究生, 主研方向: 遥感卫星图像处理, 模式识别; 寇 正, 副教授、博士研究生

收稿日期: 2011-02-17 **E-mail:** liukaiky@163.com

在的源图像。

$$\beta_{ix}^{\pm} = \begin{cases} 0 & i = m_x^{\pm} \\ \beta \in [0,1] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

3 基于数值微分的图像融合方法

在上述的数值化方案中,图像梯度的计算采用的是用前向和后向差分来近似空间导数的传统方法,由于数据是离散的,差分 and 微分之间是存在误差的,因此就产生了数值微分的问题。数值微分是一个在 Hadamard 意义下的典型的不适应问题。测量过程中的微小误差可能造成数值结果的巨大误差。一些方法已经被用来解决这个问题,文献[7-9]提出用吉洪诺夫正则化方法数值微分问题。本文中采用数值微分求解图像中某像素处的梯度,提出一种改进的数值化方案。

设 $y = y(x)$ 是定义在 $[0,1]$ 上的一个函数, n 是一个自然数, $\Delta = \{0 = x_0 < x_1 < \dots < x_n = 1\}$ 是 $[0,1]$ 上的一个划分,设 δ 是一给定的常数,用来表示观测数据的观测误差。记:

$$h_i = x_{i+1} - x_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$h = \max_{1 \leq i \leq n} h_i \quad (9)$$

f_s 是一个分片的 3 次自然样条函数,在子区间 $[x_j, x_{j+1}]$ 上的表达式为:

$$f_s(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3 \quad (10)$$

$$j = 0, 1, \dots, n-1$$

因此,总共有 $4n$ 个待定系数,这些系数可以通过求解方程组求得,并且解是唯一的。求得待定系数,由式(10)即可重构函数 f_s 及 f'_s 。如何求解待定系数见文献[7-8],不再详述。

4 实验结果及分析

为了检验新的数值化方案的效果,本文设计了对比实验。选择 2 组融合实验的源图像,源图像中都有局部区域由于不聚焦而产生模糊。将改进后的数值化方案与原方案从 2 个方面进行比较:融合图像质量指标,输出图像的收敛性。用 PDE 代表原方案, PDE_NEW 代表改进方案。为了定量比较融合图像的质量,选用文献[9]提出的加权融合图像质量评价指标 Q_w , Q_w 值越大,融合图像的质量越高。在输出图像的收敛性比较上,采用输出图像的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)的演变曲线来分析比较, RMSE 下降越快,说明输出图像的收敛越快; RMSE 值越小,说明输出的图像越相似。

实验中 2 种方案采用相同的参数设置: β 、 γ 分别为融合项和正则化项的权重系数; N 为迭代次数; dt 为离散步长。其中, $\beta = 0.1$, $\gamma = 2.4$, $dt = 0.1$, $N = 4000$ 。

第 1 组图像融合实验结果对比如图 1 所示,其中,图 1(c)、图 1(d)为经过 4 000 次迭代后得到的融合图像。第 1 组实验的 Q_w 变化曲线与 RMSE 变化曲线如图 2 所示。

就第 1 组实验而言,由图 1(c)和图 1(d)所示,采用 2 种方案,源图像中模糊的区域经过融合后都消除了模糊。由图 2(a)质量指标 Q_w 演变曲线所示,刚开始随着迭代次数 N 的增加,2 种方案的 Q_w 都迅速上升,增加很快,而采用 PDE_NEW 方案 Q_w 上升速度更快一些, Q_w 值也略高,说明采用 PDE_NEW 方案的融合图像的质量比采用 PDE 方案的图像质量略好,同时经过较少的迭代次数,就能达到和采用 PDE 方案同样的质量指标。当迭代次数 N 超过 500 后,随着迭代次数 N 的增加, Q_w 都上升缓慢,并近似保持不变,但采用 PDE_NEW 方案的 Q_w 值也总是比采用 PDE 方案略高。而且从 2 根曲线走势看,随着迭代次数的继续增加超过 4 000 次

后,可以推断采用 PDE_NEW 方案的融合图像的质量始终比采用 PDE 方案的图像质量略好。

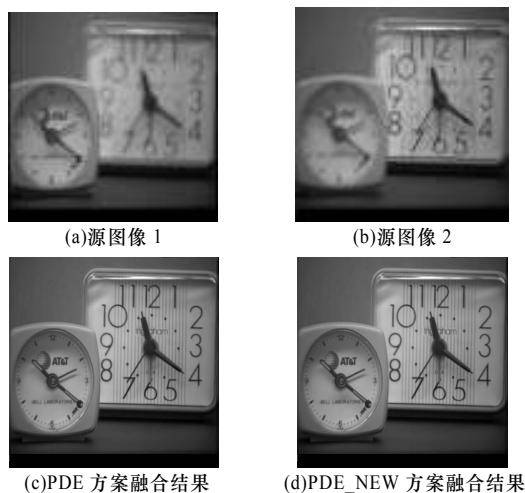


图 1 第 1 组图像融合实验结果对比

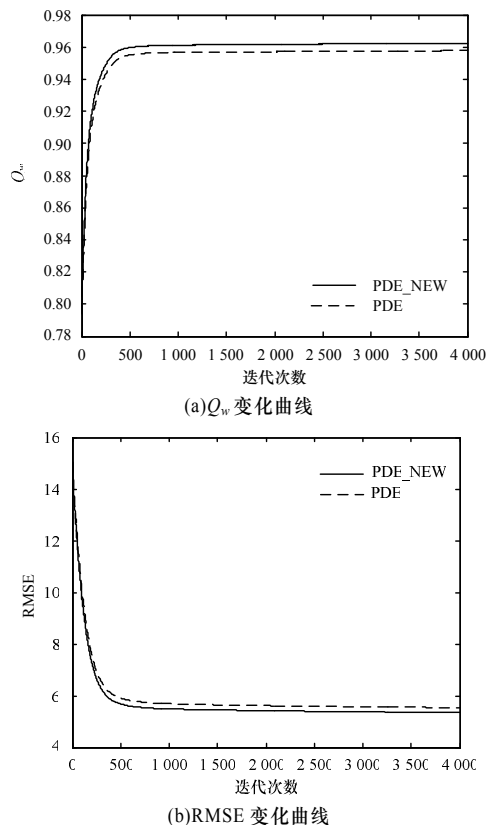


图 2 第 1 组实验的 Q_w 变化曲线与 RMSE 变化曲线

由图 2(b)输出图像的收敛性演变曲线可知,刚开始随着迭代次数 N 的增加,2 种方案的 RMSE 都迅速下降,但实线比虚线下降得更快, RMSE 值更小,说明采用 PDE_NEW 方案输出图像收敛更快,输出图像更相似;同样当代次数 N 超过 500 后,2 种方案的 RMSE 都下降非常缓慢,并基本保持不变,但采用 PDE_NEW 方案的 RMSE 值总是比采用 PDE 方案的 RMSE 值小,说明如果经过相同次数的迭代,采用 PDE_NEW 方案的输出图像比采用 PDE 方案的输出图像更相似。

第 2 组图像融合实验结果对比如图 3 所示,其中,图 3(c)、图 3(d)为经过 1 000 次迭代后得到的融合图像。第 2 组实验的 Q_w 变化曲线与 RMSE 变化曲线如图 4 所示。

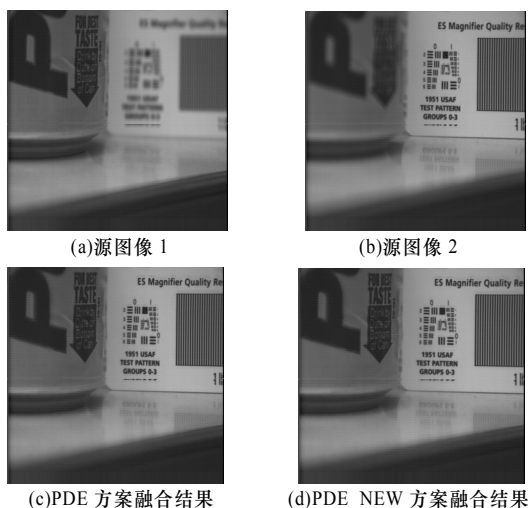
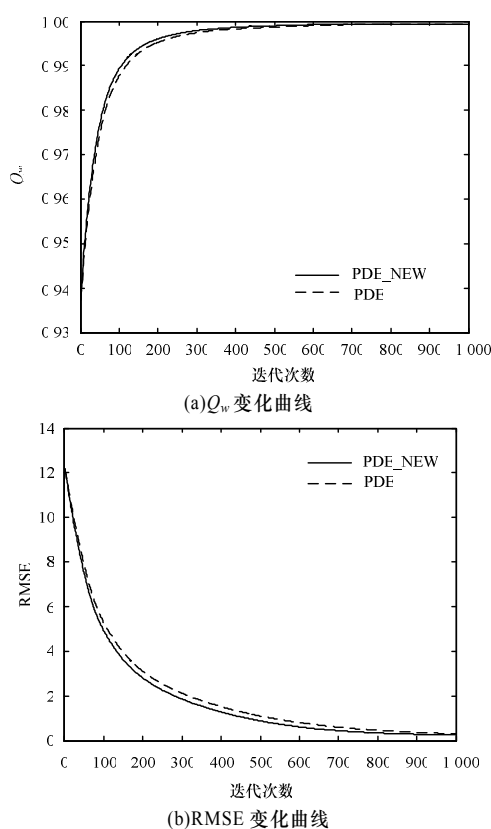


图3 第2组图像融合实验结果对比

图4 第2组实验的 Q_w 变化曲线与RMSE变化曲线

由图4(a)中 Q_w 可知, 经1 000次迭代后, 2种方案的融

合图像的 Q_w 都近似于最大值1。但是在这之前, 采用PDE_NEW方案的 Q_w 上升得略微快一些, 说明经过较少的迭代次数 N , 就能达到与采用PDE方案相同的质量指标。再从输出图像的收敛性上看, 经过1 000次迭代后, 2种方案的RMSE都接近于0, 但是同样在这之前, 采用PDE_NEW方案的RMSE随着迭代次数的增加, 下降得略微更快一些, 说明其收敛性更好。

总的来说, 在相同的参数设置条件下, 不论从质量指标还是收敛性上, 新方案都比以前的方案有所改进。

5 结束语

本文对基于偏微分方程的图像融合方法进行研究, 提出了一种新的基于数值微分的计算方案。实验结果表明, 在参数设置相同的条件下, 不论是融合图像的质量指标还是融合输出图像的收敛性, 新方案都有一定程度的提高。数值微分的优势在于计算离散数据导数时精度高, 而本文只是将数值微分应用在基于偏微分方程的图像融合研究中, 而在基于偏微分方程的图像去噪、图像复原、图像分割等其他图像处理领域同样可利用数值微分来改进其计算方案, 这也是下一步的研究方向。

参考文献

- [1] Pop S, Terebes R, Borda M, et al. A PDE-based Approach for Image Fusion[C]//Proc. of ACIVS'07. Delft, Netherlands: [s. n.], 2007.
- [2] Pop S, Lavielle O, Donias M, et al. A PDE-based Approach to 3D Seismic Data Fusion[J]. IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, 2008, 46(4): 1385-1393.
- [3] Pop S, Terebes R, Borda M, et al. A New Discrete PDE-based Fusion Model[C]//Proc. of EURCON'09. [S. l.]: IEEE Press, 2009.
- [4] 陈 荣, 候榆青, 杨旭朗, 等. 基于偏微分方程与维纳滤波的混合去噪方法[J]. 计算机工程, 2010, 36(10): 193-195.
- [5] 康晓丽, 徐中宇, 冯丽丽, 等. 一种新的基于偏微分方程的图像修复[J]. 计算机工程, 2009, 35(6): 234-236.
- [6] 潘振宽, 李 华, 魏伟波, 等. 三维图像多相分割的变水平集方法[J]. 计算机学报, 2009, 32(12): 2464-2474.
- [7] 陆 帅, 王彦博. 用 Tikhonov 正则化方法求解一阶和二阶的数值微分[J]. 高等学校计算数学学报, 2004, 26(1): 62-74.
- [8] 王彦博. 数值微分及其应用[D]. 上海: 复旦大学, 2005.
- [9] Piella G. New Quality Metric for Image Fusion[C]//Proc. of the 7th International Conference on Information Fusion. Stockholm, Sweden: [s. n.], 2004.

编辑 顾姣健

(上接第220页)

参考文献

- [1] 罗景馨, 唐 珽. 基于改进四叉树分割和结点存储的 LOD 算法[J]. 计算机工程, 2009, 35(20): 202-204.
- [2] 李水根, 赵翔鹏. 二维和高维空间的分形图形艺术[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [3] Lindstrom P, Koller D, Ribarsky W, et al. Real-time Continuous Level of Detail Rendering of Height Field[EB/OL]. (1996-12-01). <http://www.cc.gatech.edu/gvu/people/peter.lindstrom/papers/siggraph96>.
- [4] Zhao Youbing. A Fast Algorithm for Large Scale Terrain Walking

Thought[C]//Proc. of the 7th International Conference on Computer Aided Design and Computer Graphics. Beijing, China: [s. n.], 2001.

- [5] Rottger S, Heidrich W, Slusallek P, et al. Real-time Generation of Continuous Levels of Detail for Height Fields[C]//Proc. of WSCG'98. [S. l.]: IEEE Press, 1998.
- [6] 曹 巍. 三维地形场景实时渲染技术相关算法的研究与改进[D]. 武汉: 中国地质大学, 2009.

编辑 陈 文