

基于改进全卷积神经网络的航拍图像语义分类方法

易 盟, 隋立春

(长安大学 电子与控制工程学院, 西安 710064)

摘 要: 现有的卷积神经网络方法难以对图像的每个像素进行语义识别, 较难从像素层面分解出图像的不同类别。为此, 提出一种端到端的全卷积深度网络, 以实现高分辨航拍图像像素级的语义分割及识别。通过全卷积神经网络对图像强度信息和地理信息系统信息分别采用独立通道进行处理, 在全卷积神经网络的最终层合并 2 个通道, 并对每个像素进行全连接像素级标注, 利用条件随机场作为后期处理方法平滑相似区域, 同时保留图像中的边缘信息。实验结果表明, 与传统视觉语义分类算法相比, 该算法在航拍图像像素级分类上的准确率更高, 识别效果更好。

关键词: 图像分类; 语义标注; 神经网络; 目标检测; 条件随机场

中文引用格式: 易 盟, 隋立春. 基于改进全卷积神经网络的航拍图像语义分类方法[J]. 计算机工程, 2017, 43(10): 216-221.

英文引用格式: YI Meng, SUI Lichun. Aerial Image Semantic Classification Method Based on Improved Full Convolution Neural Network[J]. Computer Engineering, 2017, 43(10): 216-221.

Aerial Image Semantic Classification Method Based on Improved Full Convolution Neural Network

YI Meng, SUI Lichun

(Institute Electronic and Control Engineering, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

【Abstract】 The existing Convolution Neural Networks (CNNs) method cannot semantically identify each pixel, and it is difficult to decompose the different types of images from the pixel level. Therefore, an end-to-end full-convolution depth network is proposed to achieve high-resolution aerial image pixel level semantic segmentation and recognition. Full convolution neural network is used to process the image intensity information and Geographical Information System (GIS) information with independent channel, two channel results are merged at the final layer of full convolution neural network, and each pixel is labeled at fully connected pixel level. The Conditional Random Field (CRF) is used as the post-processing method to smooth the similar region, while preserving the edge information in the image. Experimental results show that the proposed algorithm has higher accuracy and better recognition rate than the traditional visual semantic classification algorithm.

【Key words】 image classification; semantic annotation; neural network; target detection; Conditional Random Field (CRF)

DOI: 10.3969/j.issn.1000-3428.2017.10.036

0 概述

航天飞机或无人机每天可大量获取高分辨遥感图像, 主要作为测绘和地貌观测的基本数据^[1], 由于自动测绘的生成和更新仍然较慢, 对于全自动方法现今存在的难点是: 一方面观测数据空间分辨率较低; 另一方面小目标和小尺度纹理特征难以分辨。因此, 图像内部不同类型之间的分类因为差异减小而变得困难。

目前, 航拍图像的像素级标注是遥感领域最具挑战性和重要的问题之一^[2], 像素级标注是对于给定图像的每一个像素给出具体的类别, 该工作的难点在于建筑、街道、树木、汽车等图像内部类型的变化较大。许多研究学者将机器学习技术应用于图像处理。然而, 由于计算机性能的限制, 该技术只应用于地形分类, 如森林、水域、农作物等^[3]。近几年, 随着计算机硬件和传感器技术的发展, 大量的高分辨

基金项目: 中国博士后科学基金(2016M590912); 中央高校基本科研业务费专项资金(310832151097)。

作者简介: 易 盟 (1982—), 男, 讲师、博士, 主研方向为机器学习、计算机视觉、虚拟现实; 隋立春, 教授、博士。

收稿日期: 2017-01-25 **修回日期:** 2017-04-06 **E-mail:** yimeng0120@163.com

航拍图像处理技术已经得到广泛应用^[4]。其中,卷积神经网络(Convolution Neural Networks, CNNs)在视觉识别挑战赛^[5]、目标检测^[6]和图像分类^[7]中已经显示出相比传统手工提取特征的优势,该方法通过模仿哺乳动物视觉皮层的特性分析图像,利用相邻层神经元之间的相关性,实现不同层神经元的局部连接。CNNs 包括了多层神经元集合,该集合可将原图像的像素通过学习提取出更为抽象的结果,因此,被认为是当今最有前景的视觉应用框架之一。

基于 CNNs 的分类方法为了实现像素级分类,使用该像素周围的一个图像块作为 CNNs 的输入,并通过训练达到预测的目的^[8-9]。如文献[5]将 CNNs 应用于 ImageNet 自然场景图像库并实现了精确地分类结果;文献[9]利用迁移学习方法,在自然场景图像数据库预训练 CNN 模型的基础上,采用全监督模式实现对其他数据库目标的分类和识别;文献[7]利用卷积神经网络的多尺度特性,在每个尺度层提取不同局部图像信息,并对每个尺度进行预测并进行识别。然而,这些方法存在以下 2 个缺点:1)对于小目标识别精度不够。航拍图像与自然图像相比,分辨率大,同时目标相对较小,每经过一次卷

积处理,特征图的分辨率都会减少一半,如果利用最终得到的特征图进行目标分类精度明显降低;2)计算效率低下。

针对 CNNs 在语义分割的计算效率以及精度上遇到的问题^[10],本文将地理信息系统(Geographic Information System, GIS)数据与强度信息结合,提出一种端到端的深层结构,通过对航拍图像和 GIS 图像在双通道下多尺度特征信息的融合,利用条件随机场(Conditional Random Field, CRF)改善最终分割结果^[11],实现高分辨航拍图像像素级精确语义分类。

1 算法分析

本文提出算法的流程如图 1 所示,首先分别对国际摄影测量与遥感学会(International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, ISPRS)图像和 GIS 图像在神经网络层进行 CNNs 卷积、ReLU 激活函数以及池化操作,并通过自下而上的上采样融合多尺度特征层,然后对每个像素在全卷积网络层进行卷积,并将航拍自然图像与 GIS 图像 2 个通道处理结果融合,得到每个像素属于不同类的概率,最后利用条件随机场修正标注结果的边沿信息。

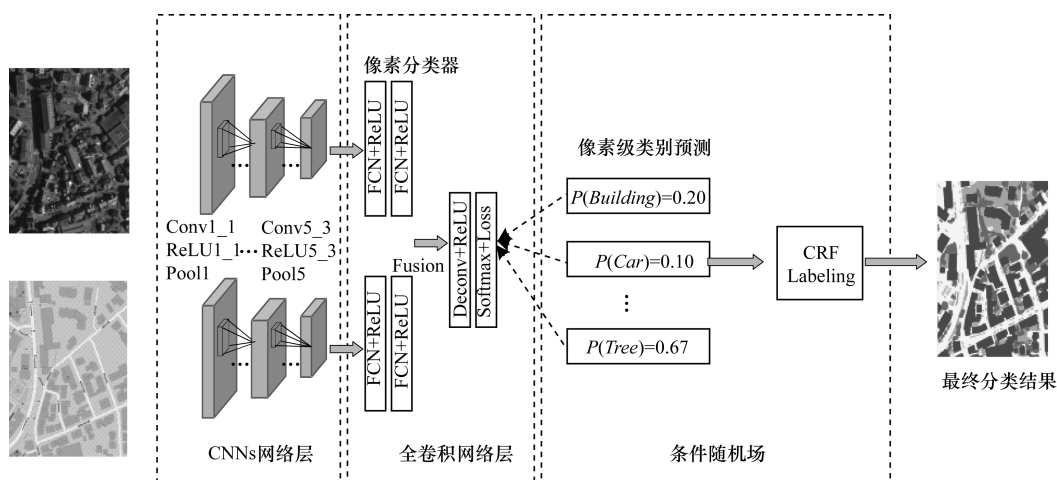


图 1 语义分类算法流程

1.1 CNNs 网络层

神经网络可以将任意函数以输入层、隐藏层、输出层构成的全连接网络模仿人类大脑结构,并用于目标识别^[12]。虽然神经网络可以用来拟合任何一元或多元函数,但并不代表它可以计算任何图像类型,只是可以通过增加隐藏神经层来不断逼近和改善结果,并不能准确地得到图像识别的结果。

为了能够识别复杂的航拍图像,需要增加神经网络的隐藏层数。其中,第 1 层用来识别边;第 2 层识别三角形和矩形;第 3 层识别更加复杂的形状,以此类推便可以达到识别负责目标的目的。但当训练深层神经网络时会遇到一个不可避免的问题,就是在利用 BP 网络向后传递代价函数时,由于 sigmoid 激活函数的梯度值取值范围为 $[0, 1/4]$,导致向后传递过程中梯

度的变化值逐层减弱,出现过拟合现象。为了解决上述问题,本文采用深度卷积神经网络训练航拍图像数据的模型^[13]。该网络通过利用 ReLU 激活函数克服梯度消失问题,并结合卷积操作大大提高计算效率。

深度卷积神经网络共有 3 个基本的组成部分,即局部感受野、共享权值和池化。3 个部分结合在一起组成一个完整的卷积神经网络:

1)局部感受野指连接到输入图像的局部区域,并且每一个连接通过模板与图像卷积。本文卷积层共 5 层,模板大小为 3×3 ,每层模板个数分别为 64, 128, 256, 512, 512。

2)共享权重和偏置指对于每个隐藏层的神经元,它们的权重和偏置参数都是相同的,即激励函数的参数值相同。

3) 池化层主要是为了简化卷积层之后的输出信息,一般采用最大池化方法,即将图像网格化,并输出每个网格内的最大值并组成新的小分辨率图像。本文池化层的池化大小为 2×2 。

1.2 全卷积网络层

本文在卷积层之后使用的全卷积网络(Full Convolution Network, FCN)可以对任意尺寸的输入图像采用全卷积而非全连接进行卷积操作,即对每个像素采用卷积操作并计算 Softmax 分类的代价函数,相当于每一个像素对应一个训练样本。本文通过在双通道分别对 ISPRS 图像和 GIS 图像进行 CNNs 卷积操作,分别输出 $16 \times 16 \times 4096$ 维特征,然后采用均值操作融合 2 个通道的特征,并进行逐像素的预测。因为经过 5 层卷积和池化后的 16×16 维图像的每个像素具有向量数为 4096 的输出单元,用 $1 \times 1 \times 6$ 的卷积模版对图像进行卷积操作,相当于对每个像素的 4096 个向量进行全连接分类。由于需要将航拍图像内部分为 5 个类别,分别是建筑物、树、车、低矮灌木、地面,因此每个像素点输出由 5 个值构成的概率向量。

1.3 反卷积上采样及其融合

最底层的池化层图像经过像素级分类后的图像分辨率小于原图像,因此,需要利用上采样将经过分

类后的图像恢复至原尺寸。通过插值方法将低分辨率图像转为高分辨。例如,双线性插值通过一个可表述输入和输出相对位置的线性图,并从最近邻的 4 个输入计算每个输出。但该方法将分类后图像恢复至原图像效果并不明显,因此,这里采用反卷积操作实现图像复原。

首先进行反池化操作。由于池化操作不可逆,因此反池化只是一种近似,通过池化操作的位置信息,按照该记录反向重新显示即可。然后进行反向激励,激励函数 ReLU 是可逆的,卷积过程可以通过转置实现逆过程。

由于高分辨率航拍图像具有非常细节的信息,如车辆、低矮植物等。然而,如果通过卷积神经网络底层低分辨率语义特征直接进行图像分类,将会产生明显的误差。因此,为了提取航拍图像的细节信息,本文利用卷积神经网络的多尺度层构造分类器。本文通过从卷积神经网络具有高分辨率的较低层选择性提取细节特征,利用自下而上的通道逐层产生分类结果。多尺度层融合的示意图如图 2 所示。其中,FCN-8 为直接输出结果;FCN-16 为融合第 4 卷积层和 FCN-8 后的输出结果;FCN-32 为融合第 3 卷积层和 FCN-16 后的输出结果。

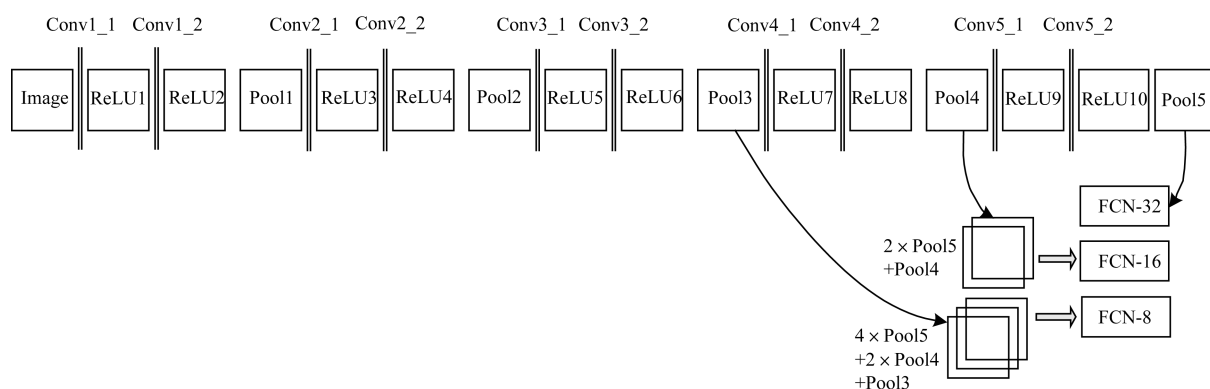


图2 多尺度融合示意图

利用底层单尺度特征图和多尺度特征图融合得到的像素级分类结果分别如图 3(a)和图 3(b)所示,不同的颜色对应不同类别(如图 3 的房屋、树木和低矮植物)。

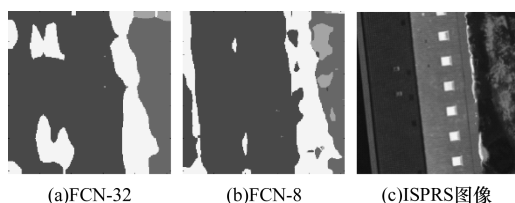


图3 不同卷积层融合分割结果

比较分类结果可知,利用较浅层的特征图可产生更多的细节信息,而较深层的结果更为鲁棒,因此,本文将不同深度的预测结果加以融合。

1.4 条件随机场标注

条件随机场是一种用于图像语义标注的概率图

模型^[14],CRF 经常定义超像素级别的图像处理,但因为超像素覆盖多个目标而产生过分割现象,所以这里用像素级的 CRF。该方法采用四连接的栅格,其中,栅格的每一个节点对应一个图像像素的标签类型和观测值,而像素与像素连接的边构成了一个条件随机场,如图 4 所示。

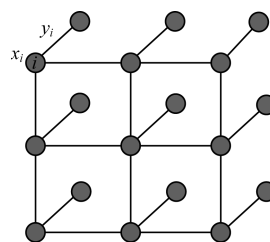


图4 条件随机场模型

根据 CRF 的定义,能量函数包括一元和二元代价项:

$$E = \sum \phi(c_i, x) + \sum \varphi(c_i, c_j, x) \quad (1)$$

其中, c_i 为节点 i 的类标签; x 表示给定的数据。一元代价结合 CNNs 以及 RF 分类器,表示像素 i 分成标签 c_i 的概率能量:

$$\phi(c_i, x) = -\ln p_{c_i}^{\text{combo}} \quad (2)$$

该代价函数可根据每一个像素 i 的颜色值 y_i 判断该像素的类别 x_i 。由于 FCN 的输出为每个像素点属于不同类别的概率值,因此本文直接将 FCN 的输出作为 CRF 的一元代价函数值。

二元代价函数主要用于处理相邻像素的关系,表示像素 i, j 同时分割成 c_i, c_j 的概率能量。通过判断相邻像素的颜色关系,鼓励相似像素分配得到相同的标签,尽量从图像的类边沿处清晰地进行分割,而“距离”的定义与像素点的灰度值以及像素的距离都有关。

然而,在图像中由于低对比度边缘的存在,传统的通过比较邻域像素强度的方法并不适用。因此,边沿检测器利用 Hysteresis 阈值对一条边沿的微弱部分执行边界连续,该阈值作为一种局部自适应阈值,且对光线变化具有鲁棒性。利用一个具有对比度敏感的 Potts 模型惩罚具有低对比度的类边界。假设有一个二值边界图像 $G(i)$,如果像素 i 是边沿像素,则为真,否则为假。定义 $B(i, j)$ 为像素 i 和它临近 4 个连接邻域 j 的关系:

$$B(i, j) = \begin{cases} 1, & G(i) \text{ 和 } \neg G(j) \text{ 为真} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

则二元代价定义为:

$$\psi(c_i, c_j, x) = \begin{cases} K(1 - B(i, j)), & c(i) \neq c(j) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中, K 为常数惩罚项。在实验中取 $K = 20$ 最小化验证集错误。利用 Canny 边沿检测器形成一个鲁邦的边沿图像 $G(i)$,连接强的边沿,同时丢弃分离的弱边。因为 Canny 图的边有时缺少或者不完整,这里利用一种融合的方法取得边沿图,从每个单边图中提取 Canny 边,比如对于 RGB/CIR 输入,图像首先转化为灰度图像,对 3 个二值边沿模板组合成一个模板形成边沿图像。

1.5 预训练网络的选择

对于遥感图像,至今还没有一个非常合适的预训练模型,也没法确定如何选择最优的模型去调校

遥感图像的分类模型。本文采用已经被证明在其他应用中取得很好效果的 2 个模型作为预训练模型,并平均化 2 个模型的结果。

本文采用以下 2 个独立的卷积神经网络模型: 1) 由 ImageNet 训练得到的 VGG-16 模型。该网络是 2012 年大尺度视觉识别挑战赛使用的数据库,并且取得了很好的效果,VGG 最重要的特征是采用较小的卷积核。2) 由 Pascal VOC 数据库训练得到的 FCN-Pascal 模型。该网络是另一个用于语义分割效果非常好的网络,它的底层输出跟 VGG-16 一样,但是它已经作为用于像素级标注的全连接网络,所以更适合作为本文分类应用。该网络不完全独立于 VGG-16 模型,而是从 VGG-16 传递到 Pascal VOC 数据库的网络。上述网络利用足够多的训练数据进行训练,并且得到了训练后稳定的权值和偏置参数,因此,在预训练网络模型的基础上,利用较少的航拍数据进行精细参数修正即可;同时在每次批处理训练网络时随机地去掉一定数量的神经网络单元,这样每次训练的参数都不一样,可以有效避免过拟合现象。

2 实验结果及分析

具有三通道 CIR 的 ISPRS 2D 语义标注数据库由 33 幅不同尺寸的大分辨率图像组成,该组图像为德国 Vaihingen 地区上空捕获的正影射图像,每幅图像的像素数超过一亿六千万。另外 ISPRS 数据库还有标注好的 16 幅标签图像,包括 5 个类别,即地平面、建筑、低矮植被、树、汽车。训练集数据包括 11 个图像区域(1,3,5,7,13,17,21,23,26,32,37),验证集数据包括 5 个图像区域(11,15,28,30,40)。由于数据库图像信息数量有限,将图像均匀切割成 300×300 大小的图像块,对其再进行翻转和旋转 90° 操作,这样数据库中总共可以得到 8 000 幅图像,将其中的 5 000 幅作为训练和验证集,3 000 幅作为测试集。

通过进一步检查可以发现标注图提供的细节方面有一定误差,如树、低矮植被的标注,如图 5 所示,其中对树木、低矮植物、房屋以及汽车进行了标注,白色为地面。鉴于 GIS 系统在图像建筑物识别和分类的应用已经取得一些成果^[15],因此,对应于 ISPRS 相同的地理位置,在 ArcGIS 系统数据库中取得该位置的 GIS 地图信息数据库作为参考(Vahingen, Germany),并设置了 2 个独立的线路,用同样的层级规则实现图像强度和高分辨遥感 GIS 图像 2 个模态的分割,并在最后层之前融合光谱和高度响应,同时

该网络可以利用相同的代价函数学习得到独立的对于 2 个输入都有意义的特征参数。融合前需要先对 2 种图像源进行配准,即首先利用尺度不变特征计算 ISPRS 图像和 GIS 图像的一致匹配点,然后利用随机采样一致性(RANSAC)算法估计 ISPRS 数据和 GIS 数据的变换模型关系,并对 GIS 数据利用该变换模型进行校正。

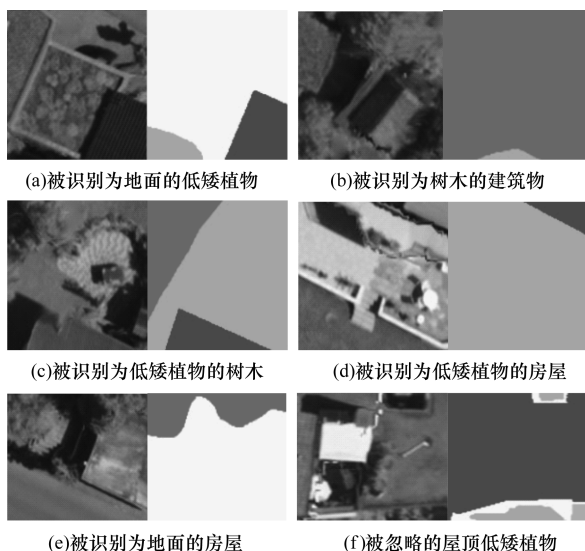


图 5 训练图像和标注图像

本文采用 FCN 后面增加全连接条件随机场 (CRF),测试集的混淆矩阵如表 1 所示,综合测试精度为 81.32%。

表 1 测试集的混淆矩阵

目标类别	地平面	建筑物	低矮植物	树	汽车
地平面	89.9	9.6	4.1	1.9	1.0
建筑物	2.7	79.4	1.8	2.8	2.6
低矮植物	4.5	5.8	81.2	12.8	0.1
树	1.9	2.8	8.5	86.0	1.5
汽车	1.0	2.6	1.6	1.4	70.1

同时,本文采用了 3 种神经网络模型作为预训练模型,分别为利用 Pascal 数据库训练的模型 FCN-Pascal、利用 ImageNet 数据库训练的模型 FCN-Imagenet,以及利用 Pascal 数据库和 ImageNet 数据库训练的模型 FCN-Imagenet + FCN-Pascal。通过对 ISPRS 语义标注数据库的 5 幅图像进行标注预测,结果如图 6 所示。图中显示每幅图像的精度以及每个模型所对应 5 幅图像的平均精度。为了处理孤立、错误分类的像素以及锐化类的边缘,通过实验发现,Pascal 数据库的预训练结果在 3 个模型中精度稍差,Imagenet 数据库的模型表现出稍好的结果。

FCN-Imagenet+FCN-Pascal						
图序列	5	7	23	32	37	平均值
FCN	84.5%	86.1%	85.8%	84.7%	85.4%	85.3%
FCN+CRF	84.9%	85.8%	85.9%	85.2%	85.6%	85.5%
FCN-Imagenet						
FCN	84.2%	85.3%	84.9%	84.1%	83.8%	84.5%
FCN-Pascal						
FCN	83.8%	83.4%	82.9%	83.1%	82.7%	83.2%

图 6 5 幅图像的综合精度比较

图 7 通过具体图像分类结果比较了 FCN 和 FCN + CRF 的输出效果。可以看到,CRF 对分类图像的边缘处改善效果明显,并且恢复了图像边缘的细节信息。CRF 的主要改进是对于具有不明显标注的像素概率进行判断,并且移除小的未标注区域。

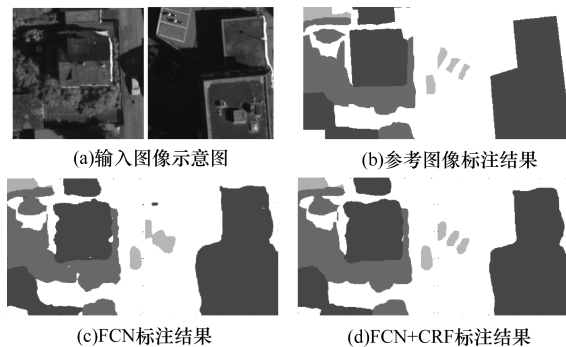


图 7 CRF 平滑结果

3 结束语

本文提出一种结合 ISPRS 语义标注数据集和 ArcGIS 数据对航拍图像进行语义分割和识别的算法。首先采用 VGG-16 预训练模型,通过双通道分别将 ISPRS 航拍图像和 GIS 图像生成具有细节信息的特征金字塔;然后,在全卷积网络层对数据进行融合,并对融合后图像的每个像素计算 Softmax 代价函数,并进行逐像素的预测;最后,采用像素级条件随机场方法移除分类器输出标注的斑点,同时抑制建筑物的边沿成为一条直线。实验结果表明,该算法那可以精确地对航拍图像进行像素级别分类。同时,可以发现 ISPRS 和 GIS 2 种数据存在着很多不同地方,虽然这些内容上的变化占总像素不到 2%,但是映射的标签不一定能够如实代表图像的内容,因此,后续工作将会尝试利用更精确的数据源进行实验。

参考文献

- [1] 唐晓晴,刘亚洲,陈骏龙.基于稀疏表示的遥感图像分类方法改进[J].计算机工程,2016,42(3):254-258.
- [2] HUANG Xin,XIE Cong,FANG Xing,et al. Combining Pixel and Object-based Machine Learning for Identification of Water-body Types From Urban High-resolution Remote-sensing Imagery[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing,2015,8(5):2097-2110.
- [3] PAL M,MAXWELL A E,et al. Kernel-based Extreme Learning Machine for Remote Sensing Image Classification[J]. Remote Sensing Letters,2013,34(2):853-862.
- [4] VAKALOPOULOU M,KARANTZALOS K,KOMODAKIS N,et al. Building Detection in Very High Resolution Multispectral Data with Deep Learning Features[J]. Geoscience & Remote Sensing Symposium,2015,50:1873-1876.
- [5] KRIZHEVSKY A,SUTSKEVER I,HINTON G E,et al. Imagenet Classification with Deep Convolutional Neural Networks[J]. International Conference on Neural Information Processing Systems,2012,25(2):1097-1105.
- [6] GIRSHICK R,DONAHUE J,DARRELL T,et al. Rich Feature Hierarchies for Accurate Object Detection and Semantic Segmentation [C]//Processing of IEEE Conference on Computer Vision & Pattern Recognition. Washington D. C. ,USA:IEEE Press,2014:580-587.
- [7] RAZAVIAN A S,AZIZPOUR H,SULLIVAN J,et al. CNN Features Off-the-shelf:An Astounding Baseline for Recognition[C]//Processing of IEEE Conference of Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C. ,USA:IEEE Press,2014:512-519.
- [8] 李传朋,秦品乐,张晋京.基于深度卷积神经网络的图像去噪研究[J].计算机工程,2017,43(3):253-260.
- [9] GONG Yunchao,WANG Liwei,GUO Ruiqi,et al. Multi-scale Orderless Pooling of Deep Convolutional Activation Features [C]//Processing of European Conference on Computer Vision. Zurich, Switzerland: [s. n.],2014:392-407.
- [10] LONG J,SHELHAMER E,DARRELL T,et al. Fully Convolutional Networks for Semantic Segmentation [C]//Processing of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C. ,USA:IEEE Press,2015:342-350.
- [11] PAISITKRIANGKRAI S,SHERRAH J,JANNEY P,et al. Semantic Labeling of Aerial and Satellite Imagery[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations & Remote Sensing,2016,9(7):2868-2881.
- [12] KARPATY A,TODERICI G,SHEPTY S,et al. Large-scale Video Classification with Convolutional Neural Networks[C]//Processing of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Washington D. C. ,USA:IEEE Press,2014:1725-1732.
- [13] TARABALKA Y,ALLIEZ P. Convolutional Neural Networks for Large-scale Remote-sensing Image Classification[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing Society,2016,55(2):645-657.
- [14] SHOTTON J,WINN J,ROTHER C,et al. Textonboost for Image Understanding:Multi-class Object Recognition and Segmentation by Jointly Modeling Texture,Layout, and Context [J]. International Journal of Computer Vision,2009,81(1):2-23.
- [15] DRAGU L,BLASCHKE T. Automated Classification of Landform Elements Using Object-based Image Analysis[J]. Geomorphology,2015,81(4):330-340.

编辑 刘 冰

(上接第215页)

- [3] HÉTROUY F,REY S,ANDÚJAR C,et al. Mesh Repair with User-friendly Topology Control [J]. Computer-Aided Design,2011,43(1):101-113.
- [4] WU X J,WANG M Y,HAN B. An Automatic Hole-filling Algorithm for Polygon Meshes [J]. Computer-Aided Design and Applications,2008,5(5):889-899.
- [5] 杜 估,张丽艳,王宏涛,等.基于径向基函数的三角网格曲面孔洞修补算法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2005,17(9):1976-1982.
- [6] KUMAR A,SHIH A,ITO Y,et al. A Hole-filling Algorithm Using Non-uniform Rational B-splines [C]//Proceedings of International Meshing Roundtable. Seattle, USA:[s. n.],2008:169-182.
- [7] 王小超,曹俊杰,刘秀平,等.波前法在三角网格孔洞修补中的应用[J].计算机辅助设计与图形学学报,2011,23(6):1048-1054.
- [8] WANG Xiaochao,LIU Xiuping,LU Linfa. Automatic Hole-filling of CAD Models with Feature-preserving [J]. Computers & Graphics,2012,36(2):101-110.
- [9] WANG L C,HUNG Y C. Hole Filling of Triangular Mesh Segments Using Systematic Grey Prediction [J]. Computer-Aided Design,2012,44(12):1182-1189.
- [10] FORTES M A,GONZÁLEZ P,PALOMARES A,et al. Filling Holes with Shape Preserving Conditions [J]. Mathematics & Computers in Simulation,2015,118(C):198-212.
- [11] XIE Weicheng,ZOU Xiufen. A Triangulation-based Hole Patching Method Using Differential Evolution [J]. Computer-Aided Design,2013,45(12):1651-1664.
- [12] HARARY G,TAL A,GRINSPUN E. Context-based Coherent Surface Completion [J]. ACM Transactions on Graphics,2014,33(1):57-76.
- [13] 刘云华,吕 剑,朱 林,等.基于区域生长的三角网格模型孔洞修补方法[J].计算机工程,2014,40(10):239-244.
- [14] SÜBMUTH J,MEYER Q,GREINER G. Surface Reconstruction Based on Hierarchical Floating Radial Basis Functions [J]. Computer Graphics Forum,2010,29(6):1854-1864.
- [15] KAZHDAN M,HOPPE H. Screened Poisson Surface Reconstruction [J]. ACM Transactions on Graphics,2013,32(3):61-70.
- [16] HANSEN C D,JOHNSON C R. The Visualization Handbook [M]. [S. l.]:Elsevier Butterworth-Heinemann,2005.

编辑 金胡考